

Câu 1: Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2)$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2)\ln 2}$.

B. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 - 2)\ln 2}$.

C. $f'(x) = \frac{2x \ln 2}{x^2 - 3}$.

D. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2}$.

Câu 2: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$

B. $S_{xq} = 12\pi$

C. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$

D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Gọi α là góc giữa mặt bên và mặt đáy. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

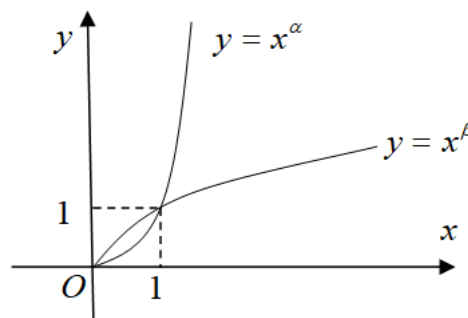
C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{14}}{14}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,4\%$ / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102423000 (đồng). B. 102017000 (đồng). C. 102160000 (đồng). D. 102424000 (đồng).

Câu 5: Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $0 < \beta < 1 < \alpha$.

B. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.

C. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

D. $0 < \alpha < \beta < 1$.

Câu 6: Cho a, b là các số thực thỏa mãn $(\sqrt{2} - 1)^a > (\sqrt{2} - 1)^b$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a < b$.

B. $a \geq b$.

C. $a > b$.

D. $a = b$.

Câu 7: Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước bằng $a, a\sqrt{2}, a\sqrt{3}$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

C. $a^3\sqrt{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)(x^2 - 3x + 3) \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 9: Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$ bằng

- A. 2. B. $\frac{12}{5}$. C. 3. D. $\frac{9}{5}$.

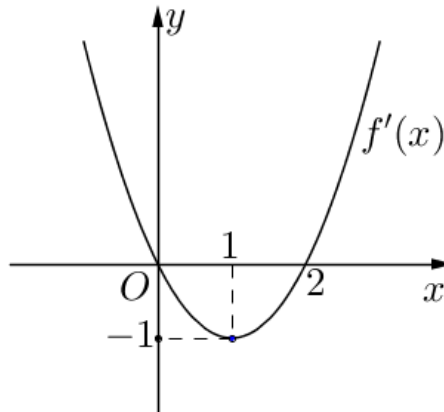
Câu 10: Hàm số $y = x^4 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 11: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 12: Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(1; 2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(2; 3)$. D. $(3; 4)$.

Câu 13: Phương trình $\log_2(x+1) = 4$ có nghiệm là

- A. $x = 16$. B. $x = 15$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.

Câu 14: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 2ax^2 + b$ có một điểm cực trị là $(1; 2)$. Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho.

- A. $\sqrt{5}$. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{26}$.

Câu 15: Có bao nhiêu giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 3$ với trục Ox ?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 16: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 2022}{x - 1}$ có phương trình là

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $y = 3$.

Câu 17: Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $89(m/s)$. B. $109(m/s)$. C. $71(m/s)$. D. $\frac{25}{3}(m/s)$.

Câu 18: Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P . Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{14}$.

Câu 19: Trên đoạn $[-2; 1]$, hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = 4^{x^2+x+1}$ là

A. $y' = 4^{x^2+x+1} \cdot \ln 4$.

B. $y' = (2x+1)4^{x^2+x+1} \cdot \ln 4$.

C. $y' = \frac{(2x+1) \cdot 4^{x^2+x+1}}{\ln 4}$.

D. $y' = (2x+1)4^{x^2+x+1} \cdot \ln 2$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) .

A. a .

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2a$.

Câu 22: Với a là số thực thỏa mãn $0 < a \neq 1$, giá trị của biểu thức $a^{3\log_a 2}$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 3.

D. 8.

Câu 23: Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = \frac{1}{6}Bh$.

C. $V = \frac{1}{2}Bh$.

D. $V = Bh$.

Câu 24: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+5}$?

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $y = 2$.

D. $y = -1$.

Câu 25: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, biết rằng thể tích khối chóp $A'.AB'C'$ bằng $9(dvtt)$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3}{4}(dvtt)$.

B. $V = 1(dvtt)$.

C. $V = \frac{3}{2}(dvtt)$.

D. $V = 27(dvtt)$.

Câu 26: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-4}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

B. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$

D. $(0; 3)$.

Câu 27: Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác 3 người, một người làm tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

A. 220

B. 1230

C. 1728

D. 1320

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích $V = 32$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Thể tích khối đa diện $MNPQABCD$ bằng

A. 28.

B. 16.

C. 4.

D. 2.

Câu 29: Cho hình nón có chiều cao và bán kính đáy đều bằng 1. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và cắt đáy theo dây cung có độ dài bằng 1. Khoảng cách từ tâm của đáy tới mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{7}}{7}$.

Câu 30: Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 31: Biết phương trình $\log_9 x + \log_3 \frac{x}{27} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Hiệu $x_2 - x_1$ bằng

A. $\frac{6560}{27}$

B. $\frac{80}{3}$

C. $\frac{80}{27}$

D. $\frac{6560}{729}$

Câu 32: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 33: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

B. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

C. $y = 3x^3 + 3x - 2$.

D. $y = x^4 + 3x^2$.

Câu 34: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x} = \frac{1}{9}$ bằng

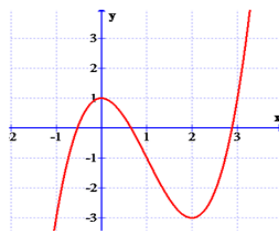
A. 3

B. 4

C. 2

D. -2

Câu 35: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$
 -2 -1 -2

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f^3(x) + 3f^2(x) + 2020$ là

A. 4.

B. 7.

C. 5.

D. 3.

Câu 37: Có tất cả bao nhiêu bộ ba số thực (x, y, z) thỏa mãn đồng thời các điều kiện dưới đây

$$2^{\sqrt[3]{x^2}} \cdot 4^{\sqrt[3]{y^2}} \cdot 16^{\sqrt[3]{z^2}} = 128 \text{ và } (xy^2 + z^4)^2 = 4 + (xy^2 - z^4)^2.$$

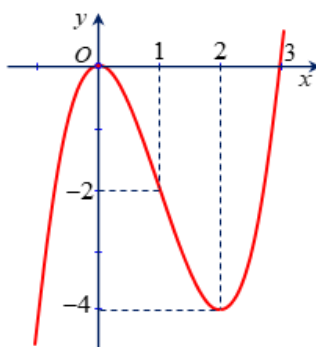
A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(x) - (m+5)|f(x)| + 4m + 4 = 0$ có 7 nghiệm phân biệt là

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. -6.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-8; +\infty)$ để phương trình

$$x^2 + x(x-1)2^{x+m} + m = (2x^2 - x + m) \cdot 2^{x-x^2}$$
 có nhiều hơn hai nghiệm phân biệt?

A. 8.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Câu 40: Giả sử phương trình $25^x + 15^x = 6.9^x$ có một nghiệm duy nhất được viết dưới dạng $\frac{a}{\log_b c - \log_b d}$, với a là số nguyên dương và b, c, d là các số nguyên tố. Tính $S = a^2 + b + c + d$.

A. $S = 19$.

B. $S = 14$.

C. $S = 11$.

D. $S = 12$.

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính theo a thể tích của khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình chóp đã cho.

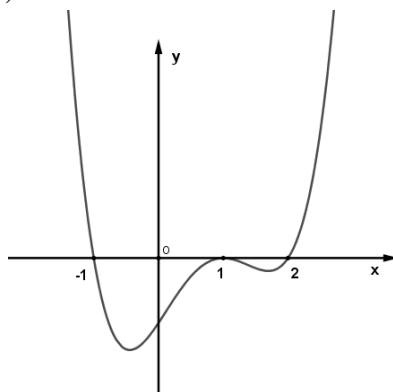
A. $\frac{a^3}{12}$.

B. $\frac{5a^3}{12}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{5a^3}{24}$.

Câu 42: Cho $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $f(1) - \frac{2}{3}$.

B. $f(2) + \frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $f(-1) + \frac{2}{3}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi N là trung điểm của CD . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBN) .

A. $\frac{a\sqrt{33}}{33}$

B. $\frac{2a\sqrt{33}}{33}$

C. $\frac{4a\sqrt{33}}{33}$

D. $\frac{a\sqrt{33}}{11}$

Câu 44: Khối tròn xoay sinh bởi một tam giác đều cạnh a (kể cả điểm trong) khi quay quanh một đường thẳng chứa một cạnh của tam giác đó có thể tích bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{\pi a^3}{8}$

D. $\frac{\pi a^3}{4}$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	11	4	$+\infty$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x) = |f(x) - 3m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 46: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số

$$f(x) = \frac{1}{7}x^7 + \frac{6}{5}x^5 - \frac{m^3}{4}x^4 + (5 - m^2)x^3 - 3mx^2 + 10x + 2020 \text{ đồng biến trên } (0; 1).$$

A. 21.

B. 20.

C. 22.

D. 19.

Câu 47: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB=2$; $AC=\sqrt{3}$. Góc $\widehat{CAA'}=90^\circ$, $\widehat{BAA'}=120^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Biết CM vuông góc với $A'B$, tính thể tích lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{1+\sqrt{33}}{8}$. B. $V = \frac{1+\sqrt{33}}{4}$. C. $V = \frac{3(1+\sqrt{33})}{8}$. D. $V = \frac{3(1+\sqrt{33})}{4}$.

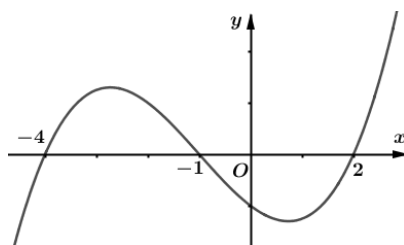
Câu 48: Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 49: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

- A. 2010. B. 2008. C. 2009. D. 2011.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới. Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2-5)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến?



- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

mamon	made	cautron	dapan
TOAN	570	1	B
TOAN	570	2	C
TOAN	570	3	B
TOAN	570	4	D
TOAN	570	5	A
TOAN	570	6	A
TOAN	570	7	C
TOAN	570	8	B
TOAN	570	9	C
TOAN	570	10	D
TOAN	570	11	D
TOAN	570	12	A
TOAN	570	13	B
TOAN	570	14	C
TOAN	570	15	D
TOAN	570	16	B
TOAN	570	17	A
TOAN	570	18	C
TOAN	570	19	B
TOAN	570	20	B
TOAN	570	21	A
TOAN	570	22	D
TOAN	570	23	A
TOAN	570	24	C
TOAN	570	25	D
TOAN	570	26	A
TOAN	570	27	D
TOAN	570	28	A
TOAN	570	29	B
TOAN	570	30	A
TOAN	570	31	D
TOAN	570	32	C
TOAN	570	33	C
TOAN	570	34	A
TOAN	570	35	B
TOAN	570	36	C
TOAN	570	37	A
TOAN	570	38	B
TOAN	570	39	B
TOAN	570	40	C
TOAN	570	41	B
TOAN	570	42	A
TOAN	570	43	C
TOAN	570	44	D

TOAN	570	45	D
TOAN	570	46	C
TOAN	570	47	D
TOAN	570	48	B
TOAN	570	49	D
TOAN	570	50	B

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**

<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = 12\pi$.

B. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rl = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 2: Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $89(m/s)$.

B. $71(m/s)$.

C. $109(m/s)$.

D. $\frac{25}{3}(m/s)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t \Rightarrow v = t^2 - 2t + 9$.

Xét hàm $f(t) = t^2 - 2t + 9 \Rightarrow f'(t) = 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1$.

BBT của hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 9$

t	0	1	10
$f'(t)$		0	
$f(t)$	9	8	89

Dựa vào BBT ta thấy: $\max_{[0;10]} f(t) = f(10) = 89$.

Vậy vận tốc của vật đạt được lớn nhất bằng $89(m/s)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Tính khoảng cách từ M đến (SAB)

A. $a\sqrt{2}$.

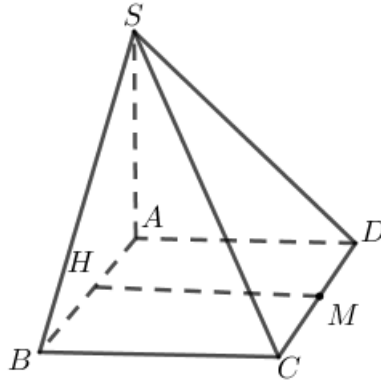
B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm AB nên ta có $MH \perp AB \Rightarrow MH \perp (SAB) \Rightarrow d(M, (SAB)) = MH = a$.

Câu 4: Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$ bằng

A. 3.

B. $\frac{9}{5}$.

C. $\frac{12}{5}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a \left(\frac{a^2 a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} \right) = \log_a \frac{a^{\frac{52}{15}}}{a^{\frac{7}{15}}} = \frac{52}{15} - \frac{7}{15} = 3.$$

Câu 5: Biết phương trình $\log_9^2 x + \log_3 \frac{x}{27} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Hiệu $x_2 - x_1$ bằng

A. $\frac{80}{3}$.

B. $\frac{6560}{729}$.

C. $\frac{80}{27}$.

D. $\frac{6560}{27}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có } \log_9^2 x + \log_3 \frac{x}{27} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \log_3^2 x + \log_3 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{729} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } x_2 - x_1 = 9 - \frac{1}{729} = \frac{6560}{729}.$$

Câu 6: Với a là số thực thỏa mãn $0 < a \neq 1$, giá trị biểu thức $a^{3 \log_a 2}$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } a^{3 \log_a 2} = \left(a^{\log_a 2} \right)^3 = 2^3 = 8.$$

Câu 7: Hàm số $y = x^4 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{1}{2} \right)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 4x^3$.

Giải phương trình $y' < 0 \Leftrightarrow 4x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0$.

Vậy hàm số $y = x^4 - 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 8: Phương trình $\log_2(x+1) = 4$ có nghiệm là

A. $x = 15$.

B. $x = 16$.

C. $x = 3$.

D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn D

$\log_2(x+1) = 4 \Leftrightarrow x+1 = 2^4 \Leftrightarrow x = 15$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 15$.

Câu 9: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -1$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = -3$.

Lời giải

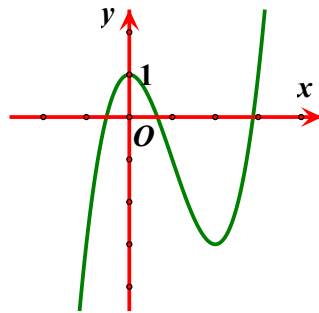
Chọn C

Ta có $y' = x^2 + 2x - 3$ và $y'' = 2x + 2$.

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Vì $y''(1) = 4 > 0$ nên $x = 1$ là điểm cực tiểu.

Câu 10: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Đường cong có dạng hàm bậc ba với $a > 0$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 11: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

B. $y = 3x^3 + 3x - 2$.

C. $y = x^4 + 3x^2$.

D. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ không xác định tại $x = -1$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ loại

A.

Hàm số $y = 3x^3 + 3x - 2 \Rightarrow y' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số $y = 3x^3 + 3x - 2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^4 + 3x^2 \Rightarrow y' = 4x^3 + 6x; y' = 0$ có một nghiệm duy nhất $x = 0$ và đổi dấu khi đi qua nghiệm đó nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ loại C.

Hàm số $y = 2x^3 - 5x + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 - 5; y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt và đổi dấu khi đi qua hai nghiệm đó nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ loại D.

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Gọi α là góc giữa mặt bên và mặt đáy. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{14}}{14}$.

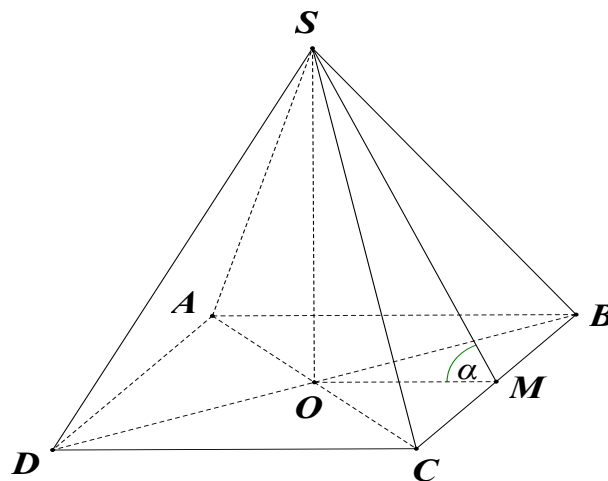
B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó, $\begin{cases} OM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SMO}$.

Xét tam giác SMO vuông tại O có $OM = \frac{AB}{2} = a; SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = 2a\sqrt{2}$.

Do đó, $\cos \alpha = \cos \widehat{SMO} = \frac{OM}{SM} = \frac{a}{2a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 13: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích $V = 32$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Thể tích khối đa diện $MNPQABCD$ bằng

A. 28.

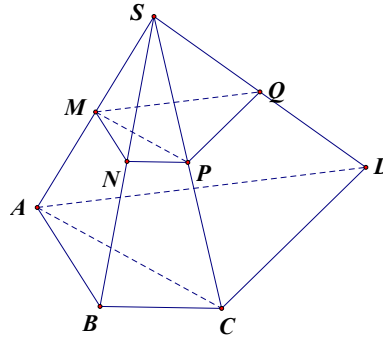
B. 16.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A



$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{8}, \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{1}{8}V_{S.ABC}, V_{S.MPQ} = \frac{1}{8}V_{S.ACD}$$

$$\Rightarrow V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = \frac{1}{8}(V_{S.ABC} + V_{S.ACD}) = \frac{1}{8}V = V_{S.MNPQ}$$

$$\Rightarrow V_{MNPQABCD} = V - V_{S.ABCD} = V - \frac{1}{8}V = \frac{7}{8}V = \frac{7}{8} \cdot 32 = 28.$$

Câu 14: Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V = Bh$.

B. $V = \frac{1}{6}Bh$.

C. $V = \frac{1}{2}Bh$.

D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn D

Câu 15: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, biết rằng thể tích khối chóp $A'.AB'C'$ bằng 9 (đvdt).

Tính thể tích khối lăng trụ đã cho

A. $V = 1$ (đvdt).

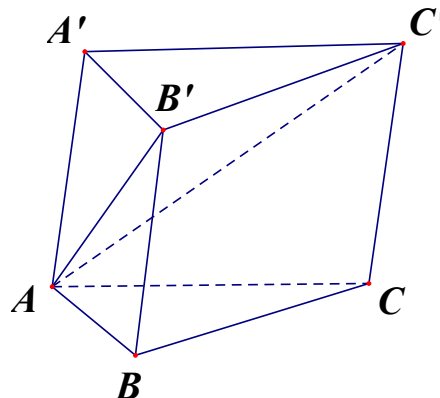
B. $V = 27$ (đvdt).

C. $V = \frac{3}{2}$ (đvdt).

D. $V = \frac{3}{4}$ (đvdt).

Lời giải

Chọn B



$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta A'B'C'} \cdot d(A, (A'B'C')) = 3 \cdot \frac{1}{3} S_{\Delta A'B'C'} \cdot d(A, (A'B'C')) = 3 \cdot V_{A.A'B'C'} = 3 \cdot V_{A'.AB'C'} = 3 \cdot 9 = 27.$$

Câu 16: Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2)$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2)\ln 2}$ · B. $f'(x) = \frac{\ln 2}{(x^2 - 2)}$ ·

C. $f'(x) = \frac{2x \ln 2}{(x^2 - 3)}$ · D. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 - 2)\ln 2}$ ·

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$ ·

$$(\log_2 (x^2 - 2))' = \frac{(x^2 - 2)'}{(x^2 - 2)\ln 2} = \frac{2x}{(x^2 - 2)\ln 2} ·$$

Câu 17: Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác gồm 3 người, một người là tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người làm thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

A. 1320 ·

B. 1230 ·

C. 220 ·

D. 1728 ·

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn $A_{12}^3 = 1320$

Câu 18: Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P . Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

A. $\frac{3}{14}$ ·

B. $\frac{1}{5}$ ·

C. $\frac{2}{3}$ ·

D. $\frac{6}{7}$ ·

Lời giải

Chọn B

Số tam giác tạo thành khi chọn ngẫu nhiên 3 điểm là: $|\Omega| = C_{16}^3 = 560$

Gọi A là biến cố: “tam giác chọn được là tam giác vuông”

Số đường chéo đi qua tâm là 8 $\Rightarrow$ số hình chữ nhật nhận 2 đường chéo đi qua tâm làm 2 đường chéo là: $C_8^2 = 28$ ·

Số tam giác vuông được tạo thành là: $n_A = 4C_8^2 = 112$ ·

$$\Rightarrow P_A = \frac{n_A}{|\Omega|} = \frac{1}{5}$$

Câu 19: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 2ax^2 + b$ có một điểm cực trị $(1; 2)$. Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị đã cho.

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{2}$.
C. 2 D. $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}$

Ta có: $y' = 4x^3 - 4ax$, xét $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = a \end{cases}$

Vì đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $(1; 2)$ nên $a = 1$

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ thế vào phương trình $y = x^4 - 2ax^2 + b$ ta có $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = b \\ x = 1 \Rightarrow y = b - 1 \\ x = -1 \Rightarrow y = b - 1 \end{cases}$

Mà $(1; 2)$ là một điểm cực trị nên $b - 1 = 2 \Rightarrow b = 3$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ có điểm CĐ $A(0; 3)$ và hai điểm CT $B(1; 2); C(-1; 2)$

Khoảng cách giữa điểm CĐ và điểm CT của đồ thị hàm số đã cho là

$$AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}.$$

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = 4^{x^2+x+1}$

- A. $y' = (2x+1)4^{x^2+x+1} \cdot \ln 2$. B. $y' = (2x+1)4^{x^2+x+1} \cdot \ln 4$.
C. $y' = \frac{(2x+1)4^{x^2+x+1}}{\ln 4}$ D. $y' = 4^{x^2+x+1} \cdot \ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$

$$\Rightarrow y' = (4^{x^2+x+1})' = (2x+1)4^{x^2+x+1} \cdot \ln 4$$

Câu 21: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+5}$?

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $y = 2$. D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{1+\frac{5}{x}} = 2; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{1+\frac{5}{x}} = 2.$$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Câu 22: Cho hình nón có chiều cao và bán kính đáy đều bằng 1. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và cắt đáy theo dây cung có độ dài bằng 1. Khoảng cách từ tâm của đáy tới mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

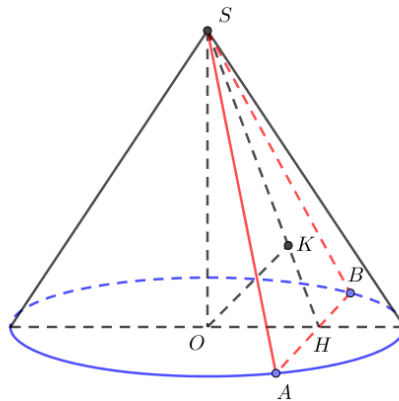
B. $\frac{\sqrt{7}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi thiết diện qua đỉnh là tam giác vuông cân SAB và gọi H là trung điểm AB .

$$\text{Kẻ } OK \perp SH \Rightarrow d(O, (SAB)) = OK$$

$$\text{Ta có } SO = 1; \quad OA = 1; \quad AB = 1 \Rightarrow HA = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác } AHO \text{ có } OH = \sqrt{OA^2 - HA^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác } SOH \text{ có } \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow OK^2 = \frac{3}{7} \Rightarrow OK = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(O, (SAB)) = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 23: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. 102423000 (đồng). B. 102160000 (đồng).

C. 102017000 (đồng). D. 102424000 (đồng).

Lời giải

Chọn D

Sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền là $100000000.(1+0,4\%)^6 \approx 102424000$ (đồng).

Câu 24: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2022}{x-1}$ có phương trình là

A. $x = 1$.

B. $x = 3$.

C. $y = 3$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+2022}{x-1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x+2022}{x-1} = -\infty$.

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

Câu 25: Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = -2$

B. $x = -1$

C. $x = 0$

D. $x = 1$

Lời giải

Chọn C

Đạo hàm $y' = 3x^2 + 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2;1] \\ x = -2 \in [-2;1] \end{cases}$$

$$y(-2) = 3, y(1) = 3, y(0) = -1.$$

Vậy trên $[-2;1]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 0$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2 - 3x + 3), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(1; +\infty)$.

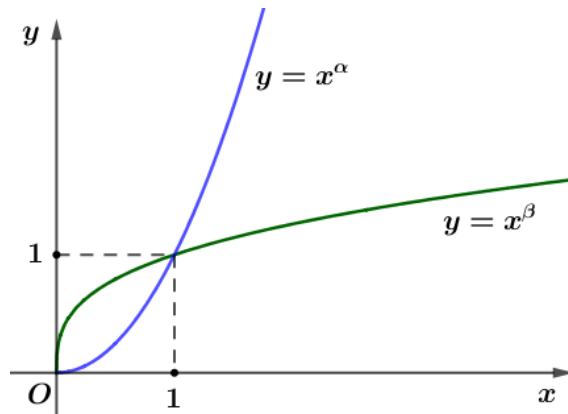
Lời giải

Chọn A

Vì $x^2 - 3x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$, do đó hàm số cũng nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Câu 27: Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\beta < 0 < 1 < \alpha$. B. $\alpha < 0 < 1 < \beta$. C. $0 < \beta < 1 < \alpha$. D. $0 < \alpha < \beta < 1$.

Lời giải

Chọn C

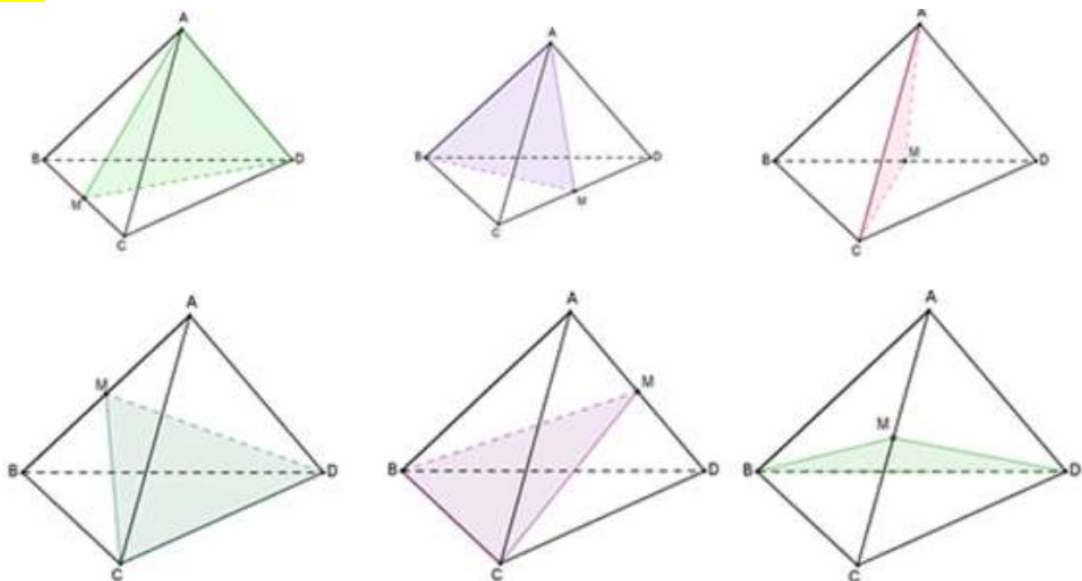
Dựa vào đồ thị, suy ra $0 < \beta < 1 < \alpha$.

Câu 28: Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 6

Lời giải

Chọn D



Mỗi mặt phẳng đi qua một cạnh và trung điểm của cạnh đối diện là một mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều. Do đó tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

Câu 29: Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước bằng $a, a\sqrt{2}, a\sqrt{3}$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối hộp chữ nhật: $V = a \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{6}$.

Câu 30: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Vì đây là tam giác đều nên $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V = S.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 31: Cho a, b là các số thực thỏa mãn $(\sqrt{2}-1)^a > (\sqrt{2}-1)^b$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a > b$.

B. $a = b$.

C. $a < b$.

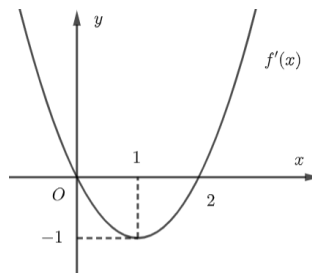
D. $a \geq b$.

Lời giải

Chọn C

Vì $0 < \sqrt{2}-1 < 1$ nên ta có: $(\sqrt{2}-1)^a > (\sqrt{2}-1)^b \Leftrightarrow a < b$.

Câu 32: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1; 2)$.

B. $(3; 4)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$.

Câu 33: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-4}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$

B. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

C. $D = \mathbb{R}$

D. $(0; 3)$

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 3x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases}$

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Câu 34: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x} = \frac{1}{9}$ bằng

A. 3**B. 4****C. 2****D. -2****Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có } 3^{x^2-3x} = \frac{1}{9} = 3^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm là 3.

Câu 35: Có bao nhiêu giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 3$ với trục Ox

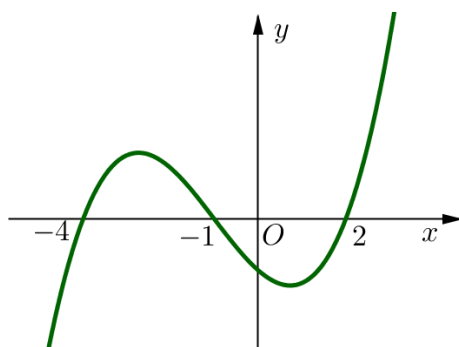
A. 2**B. 1****C. 3****D. 0****Lời giải****Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 3$ với trục Ox

$$x^3 + 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = a \in (0;1)$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 3$ cắt trục Ox tại một điểm.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 5)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến?

**A. 3.****B. 2.****C. 5.****D. 4.****Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 5 = -4 \\ x^2 - 5 = -1 \\ x^2 - 5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

Bảng xét dấu $g'(x)$

x															
	$-\sqrt{7}$	-2	-1	0	1	2	$\sqrt{7}$								
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số $g(x)$ có 4 khoảng nghịch biến.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	11	4	$+\infty$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x) = |f(x) - 3m|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x) = f(x) - 3m$. Số cực trị của hàm số $g(x) = |h(x)|$ bằng tổng số cực trị của hàm $h(x)$ và số nghiệm đơn của phương trình $h(x) = 0$.

+ Ta có hàm $f(x)$ có 2 điểm cực trị nên hàm $h(x)$ cũng có 2 điểm cực trị.

+ Xét phương trình $h(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3m$ (1).

Để hàm $g(x)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình (1) có 3 nghiệm đơn

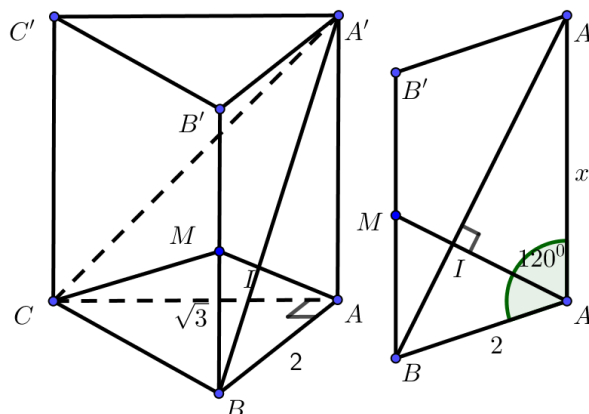
$$\Leftrightarrow 4 < 3m < 11 \Leftrightarrow \frac{4}{3} < m < \frac{11}{3}. \text{ Vì } m \text{ là số nguyên nên } m \in \{2; 3\}$$

Câu 38: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2$; $AC = \sqrt{3}$. Góc $\widehat{CAA'} = 90^\circ$, $\widehat{BAA'} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Biết CM vuông góc với $A'B$, tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{1 + \sqrt{33}}{8}$. B. $V = \frac{1 + \sqrt{33}}{4}$. C. $V = \frac{3(1 + \sqrt{33})}{4}$. D. $V = \frac{3(1 + \sqrt{33})}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $A'A = x$ ($x > 0$). Ta có $\begin{cases} CA \perp AB \\ CA \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CA \perp (ABB'A') \Rightarrow CA \perp A'B$

Lại có $A'B \perp CM$ nên $A'B \perp (CMA) \Rightarrow A'B \perp AM$.

Xét tam giác BAA' có $AB = 2$, $AA' = x$ và $\widehat{BAA'} = 120^\circ$. Theo Định lý hàm số cos ta có

$$A'B = \sqrt{x^2 + 2^2 - 2 \cdot x \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{x^2 + 2x + 4} \Rightarrow IA' = \frac{2}{3} A'B = \frac{2}{3} \sqrt{x^2 + 2x + 4}$$

Xét tam giác ABM có $AB = 2, BM = \frac{x}{2}$ và $\widehat{MBA} = 60^\circ$. Theo Định lý hàm số cos ta có

$$AM = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2^2 - 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{\frac{x^2}{4} - x + 4} \Rightarrow IA = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{x^2}{4} - x + 4}$$

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông $A'IA$ có

$$IA'^2 + IA^2 = A'A^2 \Leftrightarrow \frac{4}{9}(x^2 + 2x + 4) + \frac{4}{9}\left(\frac{x^2}{4} - x + 4\right) = x^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{9}x^2 - \frac{4}{9}x - \frac{32}{9} = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{33}}{2} \text{ (Do } x > 0 \text{)}$$

Xét tứ diện $C.ABA'$ có $CA \perp (ABA')$ nên

$$V_{C.ABA'} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABA'} \cdot CA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AA' \cdot \sin 120^\circ \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(\frac{1 + \sqrt{33}}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{1 + \sqrt{33}}{4}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{C.ABA'} = \frac{3(1 + \sqrt{33})}{4}.$$

Câu 39: Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi B' , C' lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh SB , SC sao cho $SB' = SC' = SA = a$.

Khi đó, ta có $SAB'C'$ là tứ diện đều cạnh a , suy ra $V_{SAB'C'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

$$\text{Lại có: } \frac{V_{SAB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = 8V_{SAB'C'} = 8 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 40: Giả sử phương trình $25^x + 15^x = 6 \cdot 9^x$ có một nghiệm duy nhất được viết dưới dạng $\frac{a}{\log_b c - \log_b d}$ với a là số nguyên dương và b, c, d là các số nguyên tố. Tính

$$S = a^2 + b + c + d.$$

A. $S = 14$.

B. $S = 11$.

C. $S = 19$.

D. $S = 12$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $25^x + 15^x = 6 \cdot 9^x \Leftrightarrow 5^{2x} + (3 \cdot 5)^x - 6 \cdot 3^{2x} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{5}{3}\right)^x - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{5}{3}\right)^x = 2 \\ \left(\frac{5}{3}\right)^x = -3 \quad (\text{ptvn}) \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{5}{3}} 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 \frac{5}{3}} = \frac{1}{\log_2 5 - \log_2 3}.$$

Từ đây suy ra $a=1, b=2, c=5, d=3$. Vậy $S=1^2+2+5+3=11$.

Câu 41: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ của tham số m để đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m} \text{ có đúng hai đường tiệm cận.}$$

A. 2010.

B. 2008.

C. 2009.

D. 2011.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 + x - m \neq 0 \end{cases}$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang

Suy ra, đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 tiệm cận $\Leftrightarrow x^2 + x - m = 0$ (1) có đúng 1 nghiệm lớn hơn hoặc bằng 3. (2)

$$\text{Xét (1)} \Leftrightarrow x^2 + x = m$$

$$h(x) = x^2 + x; h'(x) = 2x + 1$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$		$-\frac{1}{4}$	$+\infty$

Từ BBT suy ra

$$(2) \Leftrightarrow m \geq 12$$

Mà $m \in \mathbb{Z}; m \in [-2022; 2022]$ nên $m \in \{12; \dots; 2022\}$

Vậy số giá trị nguyên thoả ycbt là: $2022 - 12 + 1 = 2011$.

Câu 42: Có tất cả bao nhiêu bộ ba số thực (x, y, z) thoả mãn đồng thời các điều kiện dưới đây

$$2^{\sqrt[3]{x^2}} \cdot 4^{\sqrt[3]{y^2}} \cdot 16^{\sqrt[3]{z^2}} = 128 \text{ và } (xy^2 + z^4)^2 = 4 + (xy^2 - z^4)^2$$

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\bullet (xy^2 + z^4)^2 = 4 + (xy^2 - z^4)^2 \Leftrightarrow (xy^2 + z^4)^2 - (xy^2 - z^4)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (xy^2 + z^4 - xy^2 + z^4)(xy^2 + z^4 + xy^2 - z^4) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2z^4 \cdot 2xy^2 = 4 \Leftrightarrow xy^2 \cdot z^4 = 1 \quad (1)$$

$$\bullet 2^{\sqrt[3]{x^2}} \cdot 4^{\sqrt[3]{y^2}} \cdot 16^{\sqrt[3]{z^2}} = 128$$

$$\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{y^2} + 4\sqrt[3]{z^2}} = 2^7$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{y^2} + 4\sqrt[3]{z^2} = 7$$

$$\Leftrightarrow 7 \geq 7\sqrt[7]{\sqrt[3]{x^2} \cdot y^4 \cdot z^8} \Leftrightarrow x^2 \cdot y^4 \cdot z^8 \leq 1$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{z^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 = y^2 = z^2 = 1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y^2 = z^2 = 1 \\ x \cdot y^2 \cdot z^4 = 1 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Suy ra } x \cdot x^2 \cdot x^4 = 1 \Leftrightarrow x^7 = 1 \Leftrightarrow x = 1$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y^2 = 1 \\ z^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ y = -1 \\ z = 1 \\ z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \\ x = 1 \\ y = -1 \\ z = 1 \\ x = 1 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$ có 4 bộ $(x; y; z)$ thoả yêu cầu bài toán.

Câu 43: Cho hình chóp tứ giác có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính theo a thể tích của khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình chóp đã cho

A. $\frac{a^3}{12}$.

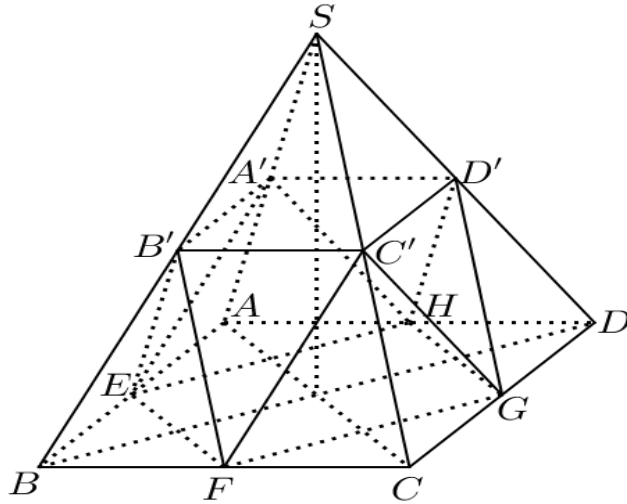
B. $\frac{5a^3}{12}$.

C. $\frac{5a^3}{24}$.

D. $\frac{3a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi (H) là khối đa diện thoả mãn (Các trung điểm như hình vẽ)

$$\text{Ta có } V_{(H)} = V_{S.ABCD} - V_{S.A'B'C'D'} - 4V_{B'.BEF} = \frac{2a^3}{3} - \frac{a^3}{12} - 4 \cdot \frac{a^3}{24} = \frac{5a^3}{12}$$

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi N là trung điểm của CD . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBN)

A. $\frac{a\sqrt{33}}{33}$.

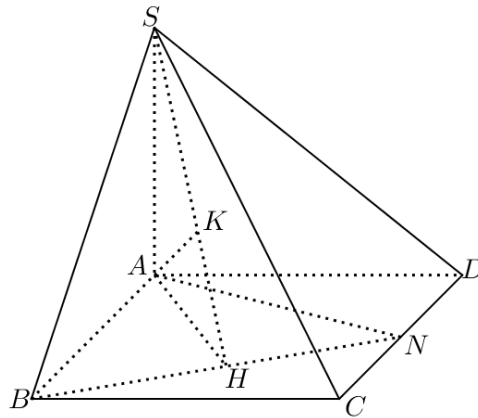
B. $\frac{4a\sqrt{33}}{33}$.

C. $\frac{a\sqrt{33}}{11}$.

D. $\frac{2a\sqrt{33}}{33}$.

Lời giải

Chọn B



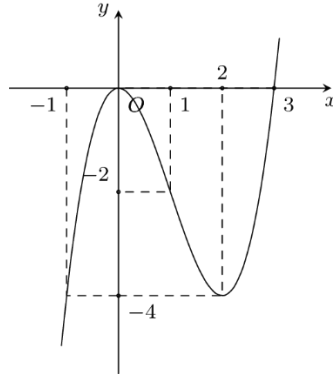
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BN và SH .

Khi đó $BN \perp AH, BN \perp SA \Rightarrow BN \perp AK$, suy ra $AK \perp (SBN)$ hay $d(A, (SBN)) = AK$.

$$\text{Ta có } BN = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}, S_{\triangle ABN} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow AH = \frac{2S_{\triangle ABN}}{BN} = \frac{4a}{\sqrt{17}}.$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{17}{16a^2} = \frac{33}{16a^2} \Rightarrow AK = \frac{4a\sqrt{33}}{33}.$$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(x) - (m+5)|f(x)| + 4m+4 = 0$ có 7 nghiệm phân biệt là

A. 3.

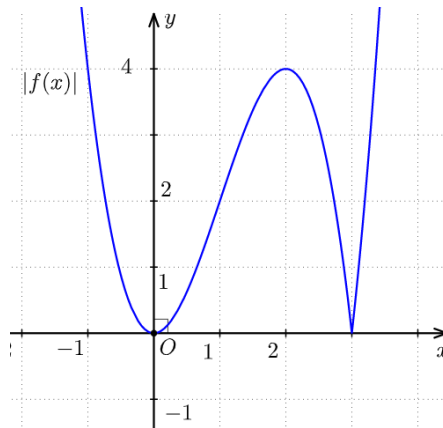
B. 6.

C. -6.

D. 4.

Lời giải

Chọn A



Dựa vào giả thiết ta vẽ được đồ thị hàm số $|f(x)|$ như bên trên

Ta có: $f^2(x) - (m+5)|f(x)| + 4m+4 = 0 \Leftrightarrow (|f(x)| - 4)(|f(x)| - m - 1) = 0$

TH1: $|f(x)| = 4$ thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

TH2: $|f(x)| = m+1$ theo yêu cầu bài toán thì phương trình cần có 4 nghiệm phân biệt, nên:

$$0 < m+1 < 4 \Leftrightarrow -1 < m < 3. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{0; 1; 2\}.$$

Vậy tổng tất cả các giá trị của m bằng 3.

Câu 46: Khối tròn xoay sinh bởi một tam giác đều cạnh a (kể cả điểm trong) khi quay quanh một đường thẳng chứa một cạnh của tam giác có thể tích bằng

A. $\frac{\pi a^3}{4}$.

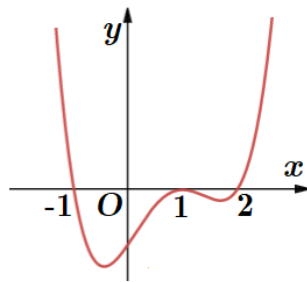
B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $\frac{2}{3}$

B. $f(-1) + \frac{2}{3}$

C. $f(2) + \frac{2}{3}$

D. $f(1) - \frac{2}{3}$

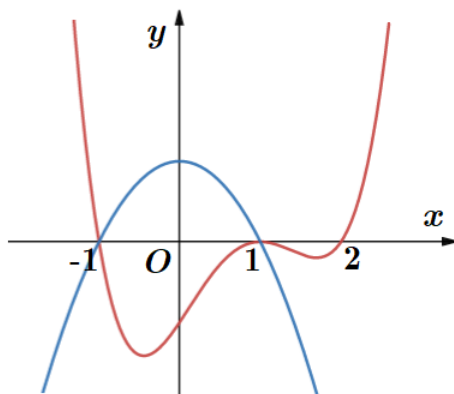
Lời giải

Chọn D

Ta có $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x \Rightarrow g'(x) = f'(x) + x^2 - 1$

Ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) + x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x^2 + 1$

Xét sự tương giao giữa đồ của hàm số $f'(x)$ và $-x^2 + 1$ trên mặt phẳng tọa độ:



Từ hình vẽ ta thấy được $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x^2 + 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	-1	1	2
$g'(x)$	0	-	0
$g(x)$	$g(-1)$	$g(1)$	$g(2)$

Vậy $\min_{x \in [-1; 2]} g(x) = g(1) = f(1) - \frac{2}{3}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-8; +\infty)$ để phương trình $x^2 + x(x-1)2^{x+m} + m = (2x^2 - x + m) \cdot 2^{x-x^2}$ có nhiều hơn hai nghiệm phân biệt?

A. 8

B. 6

C. 7

D. 5

Lời giải

Chọn C

$$(x^2 + m) + (x^2 - x)2^{x^2+m-(x^2-x)} = [(x^2 + m) + (x^2 - x)]2^{2-x^2} \quad (1).$$

Đặt $x^2 + m = a$, $x^2 - x = b$ ta có phương trình (1) trở thành

$$a + b.2^{a-b} = (a+b).2^{-b} \Leftrightarrow a.2^b + b.2^a = a + b \Leftrightarrow a(2^b - 1) + b(2^a - 1) = 0 \quad (2).$$

Trường hợp 1: Nếu $ab \neq 0$ thì phương trình (2) $\Leftrightarrow \frac{2^a - 1}{a} + \frac{2^b - 1}{b} = 0 \quad (3).$

$$+ a > 0 \Rightarrow 2^a - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2^a - 1}{a} > 0.$$

$$+ a < 0 \Rightarrow 2^a - 1 < 0 \Rightarrow \frac{2^a - 1}{a} > 0. \text{ Do đó } \frac{2^a - 1}{a} > 0, \text{ với } a \neq 0.$$

Tương tự $\frac{2^b - 1}{b} > 0$ với $b \neq 0$. Do vậy phương trình (3) vô nghiệm.

Trường hợp 2: Nếu $ab = 0$ thì (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -m \\ x^2 - x = 0 \end{cases}$

Do m nguyên và $m \in (-8; +\infty)$ nên $m = -7, m = -6, m = -5, m = -4, m = -3, m = -2, m = -1$.

Do đó có 7 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số

$$f(x) = \frac{1}{7}x^7 + \frac{6}{5}x^5 - \frac{m^3}{4}x^4 + (5 - m^2)x^3 - 3mx^2 + 10x + 2020 \text{ đồng biến trên } (0; 1).$$

A. 19

B. 20

C. 21

D. 22

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5 - m^2)x^2 - 6mx + 10.$$

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5 - m^2)x^2 - 6mx + 10 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^6 + 6x^4 + 15x^2 + 10 \geq m^3x^3 + 3m^2x^2 + 6mx$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2)^3 + 3(x^2 + 2) \geq (mx + 1)^3 + 3(mx + 1)$$

$$\text{Đặt } g(t) = t^3 + 3t \Rightarrow g'(t) = 3t^2 + 3 > 0 \quad \forall t.$$

Do $g(x^2 + 2) \geq g(mx + 1)$ và $y = g(t)$ đồng biến nên ta được

$$x^2 + 2 \geq mx + 1, \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow m \leq x + \frac{1}{x}, \forall x \in (0; 1)$$

$$\Rightarrow m \leq \min_{[0;1]} h(x), \text{ với } h(x) = x + \frac{1}{x}.$$

$$h'(x) = \frac{1 - x^2}{x^2} < 0, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow \min_{[0;1]} h(x) = h(1) = 2 \Rightarrow m \leq 2.$$

Do m nguyên và thuộc khoảng $(-20; 20)$ nên $m \in \{-19; -18; \dots; 1; 2\}$.

Do đó có 22 giá trị của m .