

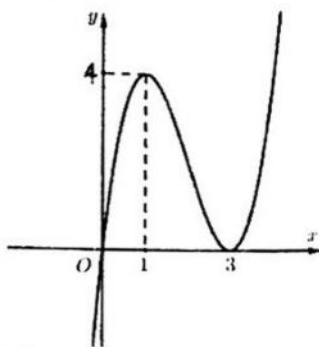
Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 9 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

- A. A_{14}^2 . B. 2^{14} . C. C_{14}^2 . D. 14^2 .

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{\sqrt{2023}}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 4: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+3}{x+1}$ là

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $y = -2$. C. $x = -1$. D. $y = 3$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $5^{x-4} = 125$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 7$. D. $x = 6$.

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = \log_{2023} x$ là

- A. $y' = \frac{1}{2023 \ln x}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 2023}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{\ln 2023}{x}$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = e^x + \cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^x + \frac{\sin 2x}{2} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - \frac{\sin 2x}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 5. B. 24. C. 30. D. 27.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		2
	2			$-\infty$	

- A. $y = x^3 + 3x^2 - 2$. B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. C. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$. D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 10: Nếu $\int_0^5 f(x) dx = 7$ và $\int_2^5 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. 10. B. -4. C. 4. D. 3.

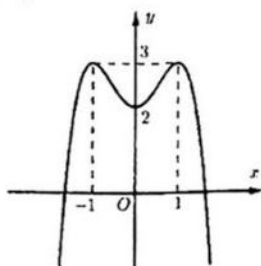
Câu 11: Biết phương trình $\log_5^2 x - 3 \log_5 x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 x_2$ bằng

- A. 25. B. 3. C. 1. D. 125.

Câu 12: Cho $a > 0, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha+\beta}$. B. $a^\alpha + a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. C. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. D. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\beta-\alpha}$.

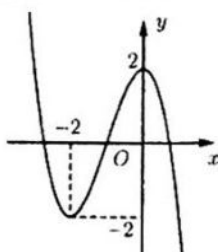
Câu 13: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. $(0; 2)$. B. $(1; 3)$. C. $(2; 0)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 14: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	∞	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. 0. B. -1. C. 1. D. -3.

Câu 16: Cho $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \frac{-\sin 2x}{\cos^4 x}$. B. $F'(x) = -\cot x$. C. $F'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. D. $F'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, nếu vector $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ thì tọa độ của điểm M là

- A. $(2; -3; 1)$. B. $(-2; -1; 3)$. C. $(2; -1; 3)$. D. $(-3; 2; 1)$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $[1; 9)$. B. $(1; 9)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 9)$.

Câu 19: Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{2}$, thể tích $V = 6\pi$. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

- A. 3. B. $\sqrt{6}$. C. 6. D. 9.

Câu 20: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 6, chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 30. B. 10. C. 15. D. 5.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; 1)$ và nhận $\vec{n}(2; -1; 3)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là

- A. $x + z + 5 = 0$. B. $x + z - 5 = 0$. C. $2x - y + 3z - 5 = 0$. D. $2x - y + 3z + 5 = 0$.

Câu 22: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

- A. 8. B. 1. C. -1. D. 2.

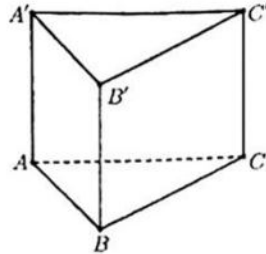
Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 11 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(4; -2; 6)$. C. $(-4; 2; 6)$. D. $(-2; 1; -3)$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 4}$. Gọi m_0 là giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 6]$ bằng -4 . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in (5; 7)$. B. $m_0 \in (1; 3)$. C. $m_0 \in (7; 9)$. D. $m_0 \in (3; 5)$.

Câu 25: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = AA' = 1$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 26: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$$F(3) - F(1) = 7. \text{ Khi đó } \int_1^3 2f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. 6. B. 9. C. 5. D. 14.

Câu 27: Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^x - 2\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x}} > 15$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $2a + 5b$ bằng

- A. -5 . B. -2 . C. 0. D. -3 .

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m-2)x^3 - (m-2)x^2 + (m-3)x + m^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 29: Nếu $\int_0^4 f(x) dx = 5$ và $\int_0^4 g(x) dx = 6$ thì $\int_0^4 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 11. B. 21. C. 27. D. 28.

Câu 30: Trong kho đèn trang trí có 7 bóng đèn loại I và 8 bóng đèn loại II, các bóng đèn trong kho khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 7 bóng đèn bất kì. Xác suất để 7 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II bằng

- A. $\frac{868}{2145}$. B. $\frac{868}{2143}$. C. $\frac{521}{2145}$. D. $\frac{521}{2149}$.

Câu 31: Cho mặt cầu có diện tích bằng 20π . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 5. D. $\sqrt{10}$.

Câu 32: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$, đường sinh $l = 6$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

- A. 80π . B. 96π . C. 56π . D. 64π .

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = -x^4 - (17 - m^2)x + 2023$ và $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2022x + 2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h(x) = g[f(x)]$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 16. B. 13. C. 15. D. 14.

Câu 34: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\ln(x\sqrt{x^2 + 16} - x^2) \leq \sqrt{x^2 + 16} - 15x$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

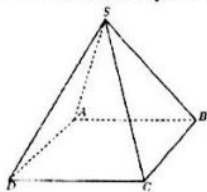
Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = -\frac{5}{4}$ và $f'(x) = x^4 f^2(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(2)$ bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $-\frac{3}{4}$. C. $-\frac{5}{36}$. D. -1 .

Câu 36: Hàm số $y = \log_5(x^3 - 3x^2 + 4)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ).



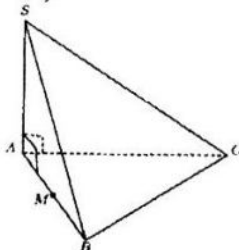
Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (SBD) bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Oy và đi qua hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;-1;3)$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 9. D. 3.

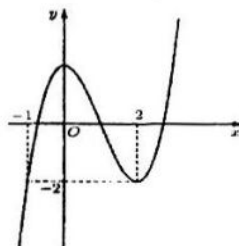
Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc mặt phẳng đáy, $SB = \sqrt{3}a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{66}}{33}a$. B. $\frac{\sqrt{66}}{22}a$. C. $\frac{\sqrt{66}}{11}a$. D. $\frac{\sqrt{66}}{44}a$.

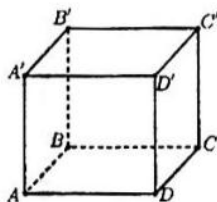
Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} - m) + 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-4; 4)$?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 41: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, diện tích tam giác $C'BD$ bằng $\sqrt{6}a^2$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $2\sqrt{6}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(x) > -1, f(0) = 0$ và thỏa mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$.

Khi đó $\int_0^{2\sqrt{2}} f'(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 8. C. -1. D. 6.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f(4x) - x^3 f(x^4) = 3x^2 + 2x + 1$ với

mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_1^4 xf'(x)dx$ bằng

- A. $I = 15$. B. $I = -1$. C. $I = 14$. D. $I = 6$.

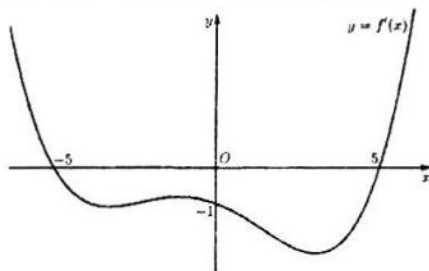
Câu 44: Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-2023; 2023)$ để phương trình $\frac{1}{\log_3(x+8)} + \frac{1}{7^x - 1} = x + a$ có 2 nghiệm phân biệt?

- A. 2028. B. 2016. C. 2027. D. 2015.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 2), B(3; 2; 6)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 16$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

- A. $4\sqrt{13}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $5\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{15}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-7) < 0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = |6f(-x^4 + 2x^2 - 7) - 4x^6 + 12x^2|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 9. C. 7. D. 3.

Câu 47: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S , tam giác SCD có

$SC = SD = \frac{\sqrt{13}}{4}a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{3\sqrt{7}}{16}a^3$. B. $\frac{\sqrt{13}}{24}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{15}}{64}a^3$. D. $\frac{\sqrt{15}}{32}a^3$.

Câu 48: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng a ta được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $8\sqrt{3}a^2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. $4\pi a^3$. B. $16\pi a^3$. C. $32\pi a^3$. D. $27\pi a^3$.

Câu 49: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC' = \sqrt{3}a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên hai cạnh AB' và $A'C$ sao cho $\overline{MB'} = 2\overline{AM}$, $\overline{A'C} = 3\overline{A'N}$. Thể tích khối đa diện $BMNC'C$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{27}a^3$. B. $\frac{4}{9}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{27}a^3$. D. $\frac{8\sqrt{3}}{27}a^3$.

Câu 50: Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh là tam giác SAB vuông tại S , (A, B thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2\sqrt{5} - \sqrt{10}$, đường cao SO tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

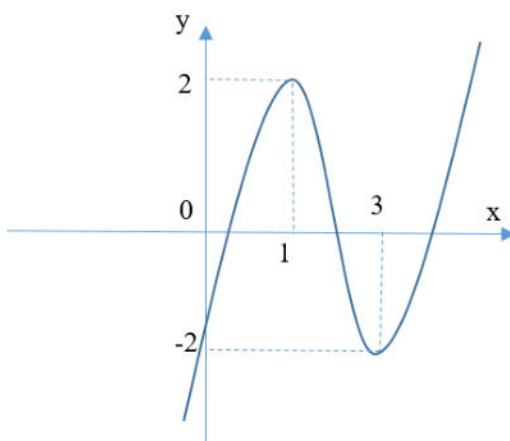
- A. $5\sqrt{10}\pi$. B. $4\sqrt{15}\pi$. C. $5\sqrt{2}\pi$. D. $2\sqrt{5}\pi$.

----- HẾT -----

Cán bộ coi khảo sát không giải thích gì thêm

Họ và tên học sinh.....Số báo danh.....

- Câu 1:** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2023}$ là
A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0; +\infty)$.
- Câu 2:** Cho hàm số $f(x) = e^{2x} + \cos x$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} - \sin x + C$ **B.** $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \sin x + C$
C. $\int f(x)dx = e^{2x} + \sin x + C$ **D.** $\int f(x)dx = e^{2x} - \sin x + C$
- Câu 3:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_5 bằng
A. 30. **B.** 48. **C.** 27. **D.** 5.
- Câu 4:** Nghiệm của phương trình $3^{x-4} = 9$ là
A. $x = 6$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 4$.
- Câu 5:** Biết phương trình $\log_3^2 x - 5 \log_3 x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 \cdot x_2$ là:
A. 243 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 81
- Câu 6:** Phương trình tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là:
A. $y = 2$ **B.** $x = -1$ **C.** $x = \frac{3}{2}$ **D.** $y = -3$
- Câu 7:** Nếu $\int_0^4 f(x)dx = 3, \int_0^2 f(x)dx = 1$ thì $\int_2^4 f(x)dx$ bằng
A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** -2
- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



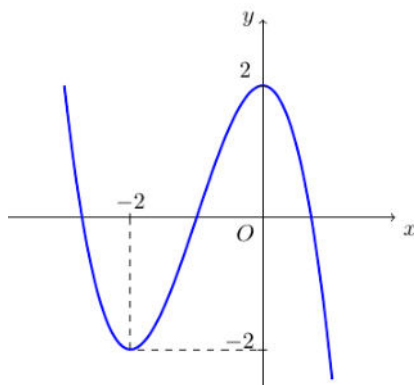
Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ bằng

- A.** 2 **B.** 4 **C.** 0 **D.** 3

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

- A.** $\frac{1}{x \ln 5}$. **B.** $\frac{1}{x}$. **C.** $\frac{\ln 5}{x}$. **D.** $\frac{1}{5 \ln x}$.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; -2)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(-1; 1)$.

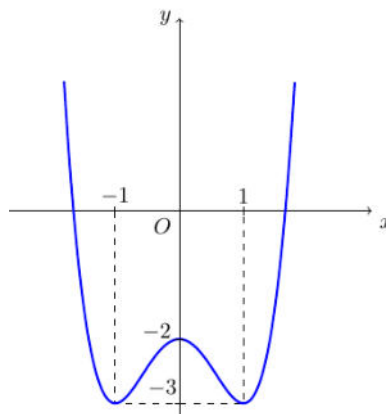
Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.** 0 . **B.** -1 . **C.** -3 . **D.** 1 .

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



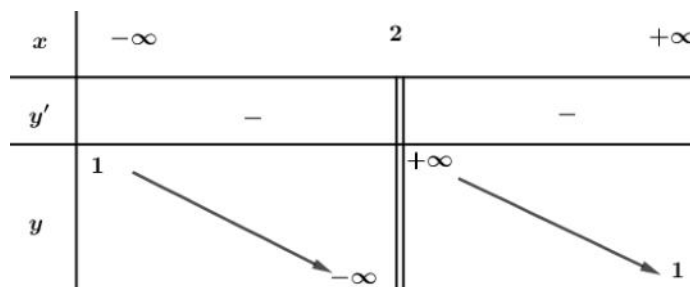
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A.** $(0; -2)$. **B.** $(-2; 0)$. **C.** $(-1; -3)$. **D.** $(1; -3)$.

Câu 13: Cho $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$. B. $F'(x) = \tan x$. C. $F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $F'(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



- A. $y = x^4 - 4x^2 + 3$. B. $y = \frac{x-1}{x-2}$. C. $y = \frac{x-3}{x-2}$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 15: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

- A. A_{12}^2 . B. C_{12}^2 . C. 12^2 . D. 2^{12} .

Câu 16: Cho tất cả các số thực a, b, α ($a > b > 0, \alpha > 1$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$. B. $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$. D. $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$.

Câu 17: Nếu $\int_0^6 f(x) dx = 5$ và $\int_0^6 g(x) dx = 7$ thì $I = \int_0^6 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 26. B. 29. C. 31. D. 21.

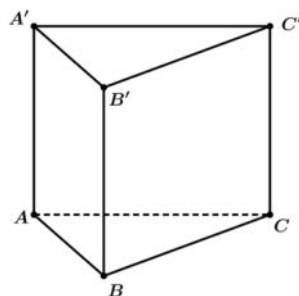
Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - (m-1)x^2 + (m-3)x - m^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 19: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 5, chiều cao bằng 6. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 15. B. 5. C. 10. D. 30.

Câu 20: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AC = AA' = 2$ (tham khảo hình vẽ)



Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 2. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 4.

- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, nếu vectơ $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ thì tọa độ điểm M là
A. $(-2; 3; -1)$. **B.** $(-3; 2; 1)$. **C.** $(2; -3; 1)$. **D.** $(2; 1; -3)$.
- Câu 22:** Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 6$, đường sinh $l = 8$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng
A. 32π . **B.** 96π . **C.** 132π . **D.** 168π .
- Câu 23:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) < 2$ là
A. $(-\infty; 10)$. **B.** $(1; 10)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $[1; 10)$.
- Câu 24:** Cho mặt cầu có diện tích bằng 24π . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3 . **D.** $\sqrt{3}$.
- Câu 25:** Có hàm số $f(x) = \frac{x-m^2}{x+3}$. Gọi m_0 là giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 5]$ bằng -3 . Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $m_0 \in (4; 6)$. **B.** $m_0 \in (6; 8)$. **C.** $m_0 \in (0; 2)$. **D.** $m_0 \in (2; 4)$.
- Câu 26:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2) - F(0) = 5$. Khi đó $\int_0^2 3f(x)dx$ bằng
A. 6 . **B.** 15 . **C.** 10 . **D.** 5 .
- Câu 27:** Cho khối nón có chiều cao $h = 3$, thể tích $V = 9\pi$. Bán kính đáy của khối nón đã cho bằng
A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 3 . **D.** 9 .
- Câu 28:** Trong kho đèn trang trí có 8 bóng đèn loại I và 12 bóng đèn loại II, các bóng đèn trong kho khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 8 bóng đèn bất kì. Xác suất để 8 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II bằng
A. $\frac{7132}{62985}$. **B.** $\frac{7132}{62987}$. **C.** $\frac{7084}{62985}$. **D.** $\frac{7132}{62983}$.
- Câu 29:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng
A. 3 . **B.** 5 . **C.** 6 . **D.** 4 .
- Câu 30:** Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^x - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 14$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $3a + 4b$ bằng
A. -3 . **B.** -2 . **C.** -5 . **D.** 0 .
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và nhận $\vec{n} = (1; 3; -2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là
A. $x + 3y - 2z + 3 = 0$. **B.** $x + 3y - 2z - 3 = 0$. **C.** $2x - y + z + 3 = 0$ **D.** $2x - y + z - 3 = 0$.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(2; -4; 6)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. **C.** $(1; -2; 3)$. **D.** $(-2; 4; -6)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = -\frac{4}{3}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(3)$ bằng

- A. -1 . B. $-\frac{4}{19}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $-\frac{1}{21}$.

Câu 34: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2023} \left(x\sqrt{x^2+5} - x^2 \right) \leq \sqrt{x^2+5} - 4x$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(x) > -1, \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = 0$ và thỏa mãn

$$f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}. \text{ Khi đó, } \int_0^{\sqrt{3}} f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A. 0. B. 3. C. 9. D. 5.

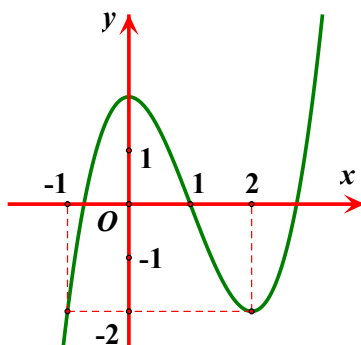
Câu 36: Trong mặt phẳng $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;1), B(-1;0;3)$ có bán kính bằng

- A. 3. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. 9.

Câu 37: Hàm số $y = \ln(x^4 - 8x^2 + 3)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

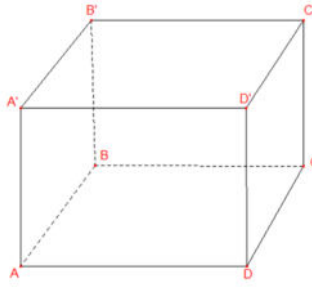
Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) + 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-2; 2)$?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

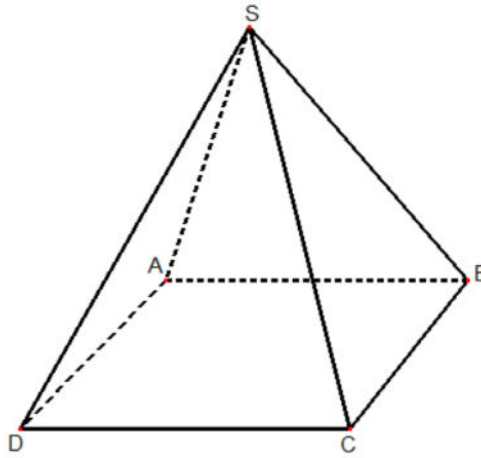
Câu 39: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a$, diện tích tam giác $C'BD$ bằng $\frac{\sqrt{14}}{2}a^2$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. $\sqrt{14}a^3$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $2\sqrt{2}a^3$.

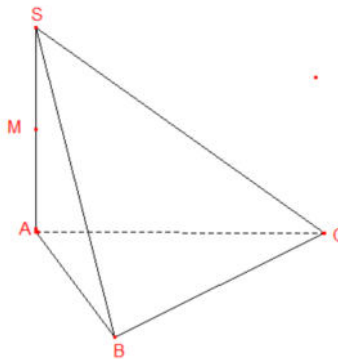
Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc mặt phẳng đáy, $SB = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách từ trung điểm M của SA đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{66}}{33}a$. B. $\frac{\sqrt{66}}{11}a$. C. $\frac{\sqrt{66}}{22}a$. D. $\frac{\sqrt{66}}{44}a$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = -x^4 - (5 - m^2)x + 2023$ và $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2022x + 2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h(x) = g[f(x)]$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác $\triangle SAB$ vuông cân tại S , tam giác $\triangle SCD$ có $SC = SD = \frac{\sqrt{10}}{2}a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

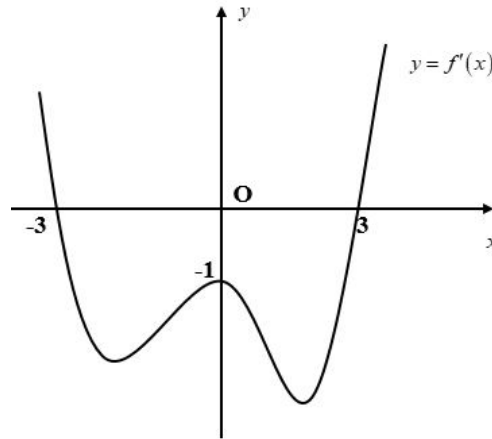
A. $\frac{\sqrt{15}}{18}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{24}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-5) < 0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = \left| 3f(-x^4 + 2x^2 - 5) - 2x^6 + 6x^2 \right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Câu 45: Cho hình nón có thiết diện đi qua đỉnh là tam giác SAB vuông tại S , (A, B thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2(\sqrt{2} - 1)$ đường cao SO tạo với mặt phẳng SAB một góc 30° . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $2\sqrt{10}\pi$

B. $2\sqrt{5}\pi$

C. $4\sqrt{10}\pi$

D. $\sqrt{15}\pi$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$f(1) = 1; f(3x) - x^2 f(x^3) = 4x^3 + 2x + 1, (\forall x \in \mathbb{R})$. Khi đó $\int_1^3 xf'(x)dx$ bằng:

A. 14

B. -1

C. 5

D. 6

Câu 47: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, $BC' = a\sqrt{7}$. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên hai cạnh AB' và AC' sao cho $\overrightarrow{AB'} = 3\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{A'N}$. Thể tích khối đa diện $BMNC'C$ bằng

A. $\frac{8}{9}a^3$.

B. $\frac{4}{9}a^3$.

C. $\frac{1}{2}a^3$.

D. $\frac{3}{2}a^3$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-2023; 2023)$ để phương trình $\frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} = x + a$ có 3 nghiệm phân biệt

A. 2028.

B. 2027.

C. 2017.

D. 2016.

Câu 49: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}a$ ta được thiết diện là một hình chữ nhật có chu vi bằng $10a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $27\pi a^3$.

B. $3\pi a^3$.

C. $9\pi a^3$.

D. $12\pi a^3$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 2), B(6; 3; 2)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MN = 16$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

A. $4\sqrt{5}$.

B. $4\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{15}$.

D. $5\sqrt{3}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.A	5.A	6.A	7.C	8.D	9.A	10.C
11.C	12.A	13.C	14.B	15.B	16.D	17.C	18.B	19.C	20.D
21.C	22.D	23.B	24.B	25.D	26.B	27.C	28.A	29.B	30.A
31.A	32.C	33.D	34.A	35.B	36.A	37.D	38.A	39.D	40.C
41.C	42.B	43.D	44.D	45.A	46.A	47.A	48.A	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2023}$ là
- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$** C. $\mathbb{R}$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2023}$ xác định khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là **$\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$** .

- Câu 2:** Cho hàm số $f(x) = e^{2x} + \cos x$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} - \sin x + C$ **B. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \sin x + C$**
- C. $\int f(x)dx = e^{2x} + \sin x + C$ D. $\int f(x)dx = e^{2x} - \sin x + C$

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \sin x + C$$

- Câu 3:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_5 bằng
- A. 30. **B. 48.** C. 27. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Do đó $u_5 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

- Câu 4:** Nghiệm của phương trình $3^{x-4} = 9$ là
- A. $x = 6$.** B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{x-4} = 9 \Leftrightarrow 3^{x-4} = 3^2 \Leftrightarrow x - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 6$.

- Câu 5:** Biết phương trình $\log_3^2 x - 5 \log_3 x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 \cdot x_2$ là:
- A. 243** B. 5 C. 3 D. 81

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $\log_3^2 x - 5\log_3 x + 3 = 0$, điều kiện $x > 0$

Đặt $t = \log_3 x \Rightarrow x = 3^t$

Ta được phương trình $t^2 - 5t + 3 = 0$ vì phương trình có hai nghiệm nên theo Viet ta được $t_1 + t_2 = 5$

Do đó $x_1 \cdot x_2 = 3^{t_1} \cdot 3^{t_2} = 3^{t_1+t_2} = 3^5 = 243$

Câu 6: Phương trình tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là:

A. $y = 2$

B. $x = -1$

C. $x = \frac{3}{2}$

D. $y = -3$

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận ngang hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là $y = \frac{a}{c} = 2$

Câu 7: Nếu $\int_0^4 f(x)dx = 3, \int_0^2 f(x)dx = 1$ thì $\int_2^4 f(x)dx$ bằng

A. 4

B. 3

C. 2

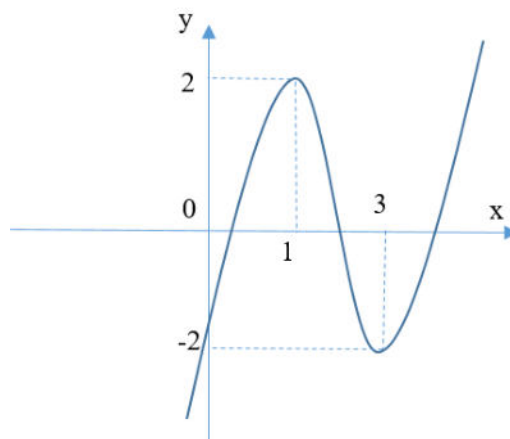
D. -2

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_2^4 f(x)dx = \int_2^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx = -\int_0^2 f(x)dx + 3 = -1 + 3 = 2$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ bằng

A. 2

B. 4

C. 0

D. 3

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x)+1=0 \Rightarrow f(x)=\frac{-1}{2}$

Kẻ đường thẳng $y=\frac{-1}{2}$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên có 3 nghiệm

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $\frac{1}{x \ln 5}$.

B. $\frac{1}{x}$.

C. $\frac{\ln 5}{x}$.

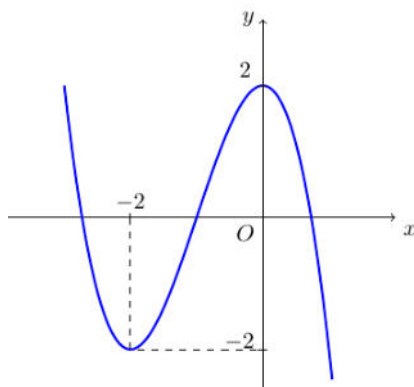
D. $\frac{1}{5 \ln x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=\log_5 x \Rightarrow y'=\frac{1}{x \ln 5}$.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0 .

B. -1 .

C. -3 .

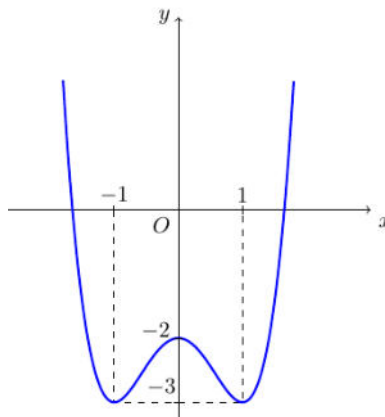
D. 1 .

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y = -3$.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(0; -2)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(-1; -3)$.

D. $(1; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số có tọa độ là $(0; -2)$.

Câu 13: Cho $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$.

B. $F'(x) = \tan x$.

C. $F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

D. $F'(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = F(x) + C$ nên $F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'			
y	1	$+\infty$	1

A. $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

B. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

C. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào BBT ta thấy đây là BBT của hàm nhất biến nên loại A và D

Với $y = \frac{x-3}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x-2)^2} > 0, \forall x \neq 2$ nên loại **C.**

Câu 15: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

- A.** A_{12}^2 . **B.** C_{12}^2 . **C.** 12^2 . **D.** 2^{12} .

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là: C_{12}^2 .

Câu 16: Cho tất cả các số thực $a, b, \alpha (a > b > 0, \alpha > 1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$. **B.** $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. **C.** $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$. **D.** $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$.

Lời giải

Chọn D

Câu 17: Nếu $\int_0^6 f(x) dx = 5$ và $\int_0^6 g(x) dx = 7$ thì $I = \int_0^6 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A.** 26. **B.** 29. **C.** 31. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } I = \int_0^6 [2f(x) + 3g(x)] dx = 2 \int_0^6 f(x) dx + 3 \int_0^6 g(x) dx = 2.5 + 3.7 = 31.$$

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - (m-1)x^2 + (m-3)x - m^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

+ TH 1: Nếu $m = 1$ thì hàm số trở thành $y = -2x - 1$: Hàm số này luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+ TH 2: Nếu $m \neq 1$ thì ta có: $y' = (m-1)x^2 - 2(m-1)x + m-3$.

Hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ (m-1)^2 - (m-1)(m-3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 2m-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $m \leq 1$.

Vậy có 2 giá trị m cần tìm.

Câu 19: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 5, chiều cao bằng 6. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** 15. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 30.

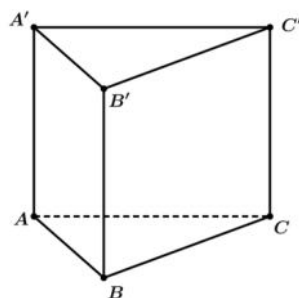
Lời giải

Chọn C

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} . 5 . 6 = 10.$$

Câu 20: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AC = AA' = 2$ (tham

khảo hình vẽ)

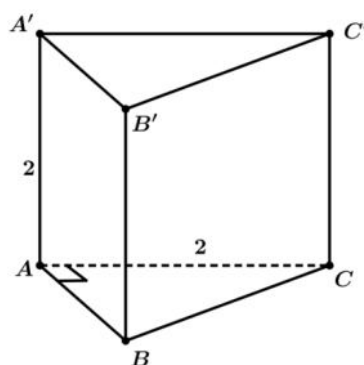


Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 2. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. **D. 4.**

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$.

Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = 2 \cdot 2 = 4$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, nếu vecto $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ thì tọa độ điểm M là

- A. $(-2; 3; -1)$. B. $(-3; 2; 1)$. **C. $(2; -3; 1)$.** D. $(2; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa: $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (2; -3; 1) \Leftrightarrow M(2; -3; 1)$.

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 6$, đường sinh $l = 8$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

- A. 32π . B. 96π . C. 132π . **D. 168π .**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 6 \cdot 8 + 2\pi \cdot 6^2 = 168\pi$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) < 2$ là

- A. $(-\infty; 10)$. **B. $(1; 10)$.** C. $(0; +\infty)$. D. $[1; 10)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_3(x - 1) < 2 \Rightarrow x - 1 < 9 \Leftrightarrow x < 10$. Kết hợp điều kiện $1 < x < 10$.

Câu 24: Cho mặt cầu có diện tích bằng 24π . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $3\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. 3.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S = 24\pi \Leftrightarrow 4\pi R^2 = 24\pi \Leftrightarrow R^2 = 6 \Rightarrow R = \sqrt{6}$.

Câu 25: Có hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 3}$. Gọi m_0 là giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 5]$ bằng -3 . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_0 \in (4; 6)$.

B. $m_0 \in (6; 8)$.

C. $m_0 \in (0; 2)$.

D. $m_0 \in (2; 4)$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{3 + m^2}{(x + 3)^2} > 0 \forall x \neq -3$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 5]$

$\Rightarrow \min_{[0; 5]} f(x) = f(0) = -3 \Leftrightarrow \frac{-m^2}{3} = -3 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3 \Rightarrow m_0 = 3 \in (2; 4)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$F(2) - F(0) = 5$. Khi đó $\int_0^2 3f(x) dx$ bằng

A. 6.

B. 15.

C. 10.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^2 3f(x) dx = 3 \int_0^2 f(x) dx = 3(F(2) - F(0)) = 3 \cdot 5 = 15$.

Câu 27: Cho khối nón có chiều cao $h = 3$, thể tích $V = 9\pi$. Bán kính đáy của khối nón đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{3}$.

C. 3.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \Leftrightarrow r^2 = \frac{3V}{\pi h} = \frac{3 \cdot 9\pi}{\pi \cdot 3} = 9 \Rightarrow r = 3$.

Câu 28: Trong kho đèn trang trí có 8 bóng đèn loại I và 12 bóng đèn loại II, các bóng đèn trong kho khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 8 bóng đèn bất kì. Xác suất để 8 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II bằng

A. $\frac{7132}{62985}$.

B. $\frac{7132}{62987}$.

C. $\frac{7084}{62985}$.

D. $\frac{7132}{62983}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $n(\Omega) = C_{20}^8$.

TH1: 8 bóng đèn lấy ra có 7 bóng đèn loại I và 1 bóng đèn loại II. $\Rightarrow$ Có $C_8^7 \cdot C_{12}^1$ cách chọn.

TH2: 8 bóng đèn lấy ra có 6 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II $\Rightarrow$ Có $C_8^6 \cdot C_{12}^2$ cách chọn.

TH3: 8 bóng đèn lấy ra có 5 bóng đèn loại I và 3 bóng đèn loại II $\Rightarrow$ Có $C_8^5 \cdot C_{12}^3$ cách chọn.

Gọi A là biến cố “ 8 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II”.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{C_8^7 \cdot C_{12}^1 + C_8^6 \cdot C_{12}^2 + C_8^5 \cdot C_{12}^3}{C_{20}^8} = \frac{7132}{62985}.$$

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 4x - 7$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in (-2; 1) \\ x = \frac{7}{3} \notin (-2; 1) \end{cases}.$$

$y(-2) = -1$; $y(-1) = 5$; $y(1) = -7$. Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 1]$ là 5.

Câu 30: Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 14$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $3a + 4b$ bằng

A. -3.

B. -2.

C. -5.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 14 &\Leftrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} - 14 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 7 \\ \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} < -2 \text{ (vn)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{x} < -1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0. \end{aligned}$$

Suy ra bất phương trình có tập nghiệm $S = (-1; 0)$, do đó $3a + 4b = -3$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và nhận $\vec{n} = (1; 3; -2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x + 3y - 2z + 3 = 0$. B. $x + 3y - 2z - 3 = 0$. C. $2x - y + z + 3 = 0$ D. $2x - y + z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có (P) có phương trình $1(x - 2) + 3(y + 1) - 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 2z + 3 = 0$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tâm của (S) có toạ độ là

A. $(2; -4; 6)$.

B. $(-1; 2; -3)$.

C. $(1; -2; 3)$.

D. $(-2; 4; -6)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ thoả mãn $f(0) = -\frac{4}{3}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A. -1 .

B. $-\frac{4}{19}$.

C. $-\frac{3}{4}$.

D. $-\frac{1}{21}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = x^3 f^2(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3$

Suy ra $\left[-\frac{1}{f(x)} \right]' = x^3$. Do đó, $-\frac{1}{f(x)} = \int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

Do $f(0) = -\frac{4}{3}$ nên ta có $C = \frac{3}{4}$.

Suy ra $-\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{4}$. Do đó, $f(x) = \frac{-4}{x^4 + 3}$.

Khi đó, $f(3) = \frac{-4}{3^4 + 3} = -\frac{1}{21}$.

Câu 34: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2023} \left(x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 \right) \leq \sqrt{x^2 + 5} - 4x$ là:

A. 0 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn A

(ĐK: $x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 > 0 \Leftrightarrow x(\sqrt{x^2 + 5} - x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$ (do $\sqrt{x^2 + 5} > |x| \geq x, \forall x \in \mathbb{R}$))

Ta có:

$$\log_{2023} \left(x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 \right) \leq \sqrt{x^2 + 5} - 4x \Leftrightarrow \log_{2023} \left(x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 \right) - \sqrt{x^2 + 5} + 4x \leq 0$$

Đặt $f(x) = \log_{2023} \left(x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 \right) - \sqrt{x^2 + 5} + 4x$. Khi đó,

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{\sqrt{x^2+5} + x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}} - 2x}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4 \\
&= \frac{2x^2 - 2x\sqrt{x^2+5} + 5}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)\sqrt{x^2+5}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4 \\
&= \frac{(\sqrt{x^2+5} - x)^2}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)\sqrt{x^2+5}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4
\end{aligned}$$

Suy ra $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (do $\sqrt{x^2+5} > |x| \geq x, \forall x \in \mathbb{R}$).

Do đó, f đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do $x > 0, x \in \mathbb{Z}$ nên $x \geq 1$ suy ra $f(x) \geq f(1) \approx 1,6 > 0$.

Vậy bất phương trình $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(x) > -1, \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = 0$ và thỏa mãn

$$f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}. \text{ Khi đó, } \int_0^{\sqrt{3}} f'(x) dx \text{ bằng}$$

A. 0.

B. 3.

C. 9.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \Leftrightarrow \left[\sqrt{f(x)+1} \right]' = \left(\sqrt{x^2+1} \right)'$$

Suy ra $\sqrt{f(x)+1} = \sqrt{x^2+1} + C$. Do $f(0) = 0$ nên $C = 0$.

$$\text{Do đó, } f(x) = x^2. \text{ Khi đó, } \int_0^{\sqrt{3}} f'(x) dx = \int_0^{\sqrt{3}} 2x dx = 3.$$

Câu 36: Trong mặt phẳng $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;1), B(-1;0;3)$ có bán kính bằng

A. 3.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Giả sử tâm $I(a;0;0) \in Ox$.

$$\text{Ta có } |\overline{AI}|^2 = |\overline{BI}|^2 \Leftrightarrow (a-1)^2 + 4 + 1 = (a+1)^2 + 0 + 9$$

$$\Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow I(-1;0;0) \Rightarrow R = |\overline{AI}| = \sqrt{(-1-1)^2 + (0-2)^2 + (0-1)^2} = 3$$

Câu 37: Hàm số $y = \ln(x^4 - 8x^2 + 3)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

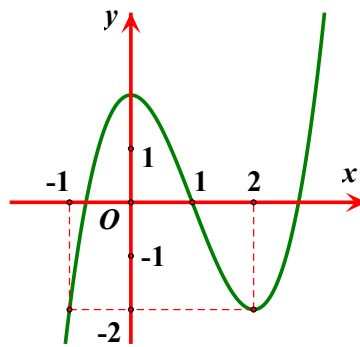
Chọn D

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^4 - 8x^2 + 3 > 0 (*)$

$$\text{Ta có } y' = \frac{4x^3 - 16x}{x^4 - 8x^2 + 3} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & TM (*) \\ x = 2 & KTM (*) \\ x = -2 & KTM (*) \end{cases}$$

$y' = 0$ có một nghiệm bội lẻ $x = 0$ nên hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) + 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-2; 2)$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$PT \Leftrightarrow f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m = -1 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} + 1 = m \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - 2 = m \end{cases}$$

Xét

$$+ f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} + 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2\sqrt{2-x}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ta có BBT sau

x	-2	0	2
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	3	$1+2\sqrt{2}$	3

Từ BBT trên phương trình $\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} + 1 = m$ có nghiệm

$$+ g(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - 2 \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2\sqrt{2-x}}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ta có BBT sau

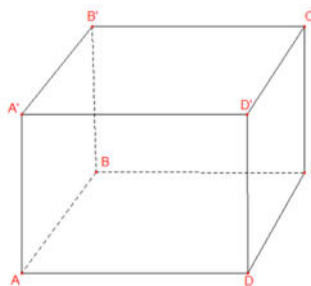
x	-2	0	2
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	0	$2\sqrt{2}-2$	0

Từ BBT trên phương trình $\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - 2 = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow 0 < m \leq 2\sqrt{2} - 2$

Vậy PT $f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) + 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-2; 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 2\sqrt{2} - 2 \\ 3 < m \leq 1 + 2\sqrt{2} \end{cases}, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{có 1 giá trị nguyên } m = 3 \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 39: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a$, diện tích tam giác $C'BD$ bằng $\frac{\sqrt{14}}{2}a^2$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. $\sqrt{14}a^3$.

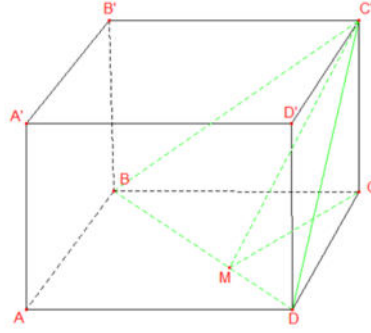
B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

C. $\frac{4}{3}a^3$.

D. $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$

Kẻ $CM \perp BD$ tại M thì $\widehat{C'MC} = \varphi$ là góc giữa hai mặt phẳng (BCD) và $(BC'D)$

Ta có $S_{\triangle BCD} = a^2$; $S_{\triangle BC'D} = \frac{\sqrt{14}}{2} a^2$

Mà $S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BC'D} \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle BC'D}} = \frac{2}{\sqrt{14}}$ và $\sin \varphi = \sqrt{\frac{10}{14}}$

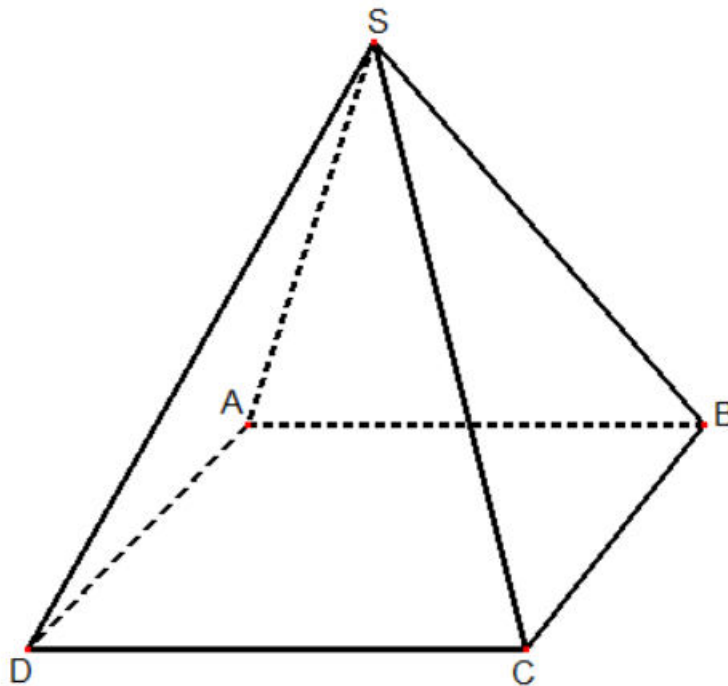
Mặt khác: $CM \cdot BD = CD \cdot CB \Rightarrow CM = \frac{CD \cdot CB}{BD} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$

$CC' = CM \cdot \tan \varphi = a\sqrt{2}$

Vậy Thể tích khối hộp chữ nhật là

$V = B \cdot h = AB \cdot AD \cdot CC' = a \cdot 2a \cdot a\sqrt{2} = 2a^3\sqrt{2}$

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

A. 45° .

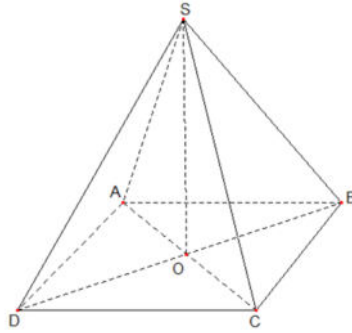
B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn C



Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nên đáy $ABCD$ là hình vuông

Gọi O là tâm của đáy $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

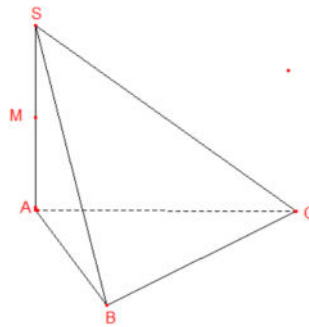
$$\text{Ta có } SA = a\sqrt{2}, AB = a, BD = a\sqrt{2} \Rightarrow BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SO \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$$

$$O \text{ là hình chiếu của } B \text{ lên } (SAC) \Rightarrow (SB, (SAC)) = \widehat{BSO}$$

$$\text{Xét } \triangle SBO \text{ vuông tại } O, \text{ có: } \sin \widehat{BSO} = \frac{OB}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSO} = 30^\circ$$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc mặt phẳng đáy, $SB = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách từ trung điểm M của SA đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{66}}{33}a.$

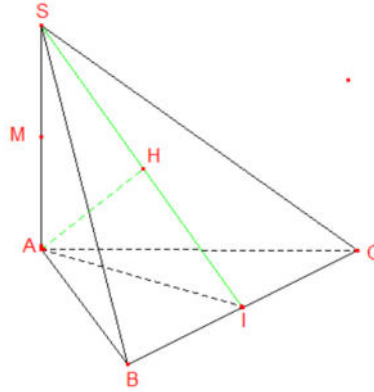
B. $\frac{\sqrt{66}}{11}a.$

C. $\frac{\sqrt{66}}{22}a.$

D. $\frac{\sqrt{66}}{44}a.$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$; $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Gọi I là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A lên SI

$$\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\begin{cases} AH \perp SI \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

Khoảng cách từ trung điểm M của SA đến mặt phẳng (SBC) là:

$$d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC))$$

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{11}{6a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{66}}{11}$

$$d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{66}}{11} = \frac{a\sqrt{66}}{22}.$$

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = -x^4 - (5 - m^2)x + 2023$ và $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2022x + 2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h(x) = g[f(x)]$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = -4x^3 - (5 - m^2)$$

$$g'(x) = -3x^3 + 10x^2 - 2022 < 0 \quad \forall x \in (1; +\infty)$$

$$h'(x) = (g[f(x)])' = f'(x) \cdot g'[f(x)]$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $h'(x) > 0; \forall x \in (1; +\infty)$

$$\Rightarrow f'(x) \cdot g'[f(x)] > 0; \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow f'(x) < 0; \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow -4x^3 - (5 - m^2) < 0; \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow -4x^3 < (5 - m^2); \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\text{Xét hàm: } K(x) = -4x^3 \Rightarrow K'(x) = -12x^2$$

$$K'(x) = 0 \Leftrightarrow -12x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$K'(x)$		$-$	0		$-$		
$K(x)$	$+\infty$						$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên

$$-4x^3 < (5 - m^2); \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 5 - m^2 \geq -4 \Leftrightarrow m^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác ΔSAB vuông cân tại S , tam giác ΔSCD có $SC = SD = \frac{\sqrt{10}}{2}a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{18}a^3.$

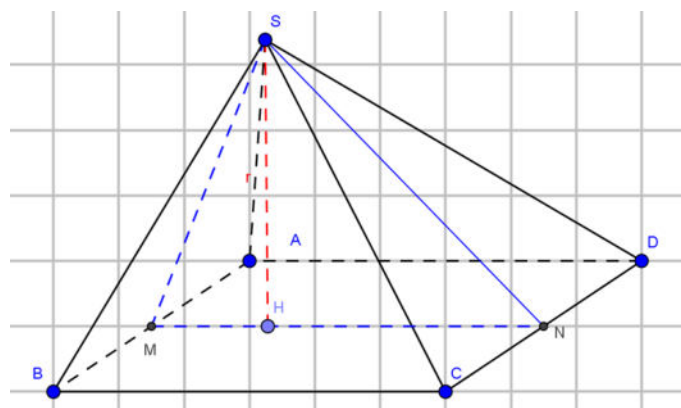
B. $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3.$

C. $\frac{\sqrt{21}}{24}a^3.$

D. $\frac{\sqrt{15}}{6}a^3.$

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N là trung điểm của AB, CD .

Gọi H là chân đường cao của tam giác ΔSMN .

Vì tam giác ΔSCD cân tại S nên $SN \perp CD$.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} CD \perp SN \\ CD \perp MN \\ SN, MN \subset (SMN) \\ SN \cap MN = N \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SMN) \Rightarrow CD \perp SH$$

Mặt khác

$$\left. \begin{array}{l} SH \perp CD \\ SH \perp MN \\ CD, MN \subset (ABCD) \\ CD \cap MN = N \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Vì tam giác ΔSAB vuông cân tại S và $AB = 2a$ nên $SM = \frac{AB}{2} = a$.

Xét tam giác ΔSNC vuông tại N .

$$SN = \sqrt{SC^2 - CN^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{10}}{2}a\right)^2 - a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$MN = AB = 2a$$

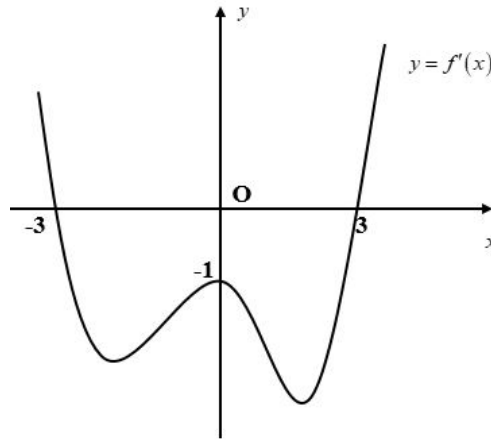
$$\text{Nửa chu vi của tam giác } \Delta SMN \text{ là: } p = \frac{SM + MN + SN}{2} = \frac{(6 + \sqrt{6}).a}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta SMN} = \sqrt{p(p - SM).(p - MN).(p - SN)} = \frac{\sqrt{15}}{8}a^2$$

$$\text{Mặt khác: } S_{\Delta SMN} = \frac{1}{2}SH.MN \Rightarrow \frac{\sqrt{15}}{8}a^2 = \frac{1}{2}SH.2a \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{15}}{8}a$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.(2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8}a = \frac{\sqrt{15}a^3}{6}.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-5) < 0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = \left| 3f(-x^4 + 2x^2 - 5) - 2x^6 + 6x^2 \right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x) = 3f(-x^4 + 2x^2 - 5) - 2x^6 + 6x^2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow h'(x) &= 3(-4x^3 + 4x)f'(-x^4 + 2x^2 - 5) - 12x^5 + 12x \\ &= -12x(x-1)(x+1)f'(-x^4 + 2x^2 - 5) - 12x(x^2 + 1)(x-1)(x+1) \\ &= -12x(x-1)(x+1)(f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + (x^2 + 1)) \end{aligned}$$

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$

$$\begin{aligned} -x^4 + 2x^2 - 5 &= -(x^2 - 1)^2 - 4 \leq -4 \Rightarrow f'(-x^4 + 2x^2 - 5) \geq f'(-4) > 0 \\ \Rightarrow f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + x^2 + 1 &> 0 \end{aligned}$$

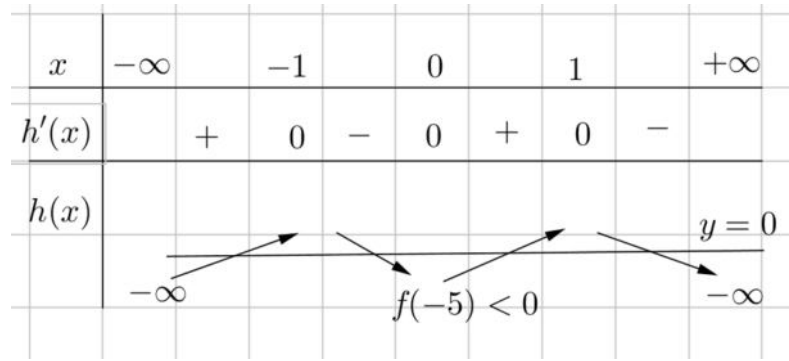
$$h'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -12x(x-1)(x+1)(f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + (x^2 + 1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -12x(x-1)(x+1) = 0 \\ f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + x^2 + 1 = 0 \text{ (ptvn)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên:

+ $h(x)$ có ba cực trị.

+ Đồ thị hàm số $h(x)$ cắt trục hoành tối đa 4 điểm.

Vậy hàm số $g(x)$ có tối đa 7 cực trị.

Câu 45: Cho hình nón có thiết diện đi qua đỉnh là tam giác SAB vuông tại S , (A, B thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2(\sqrt{2}-1)$ đường cao SO tạo với mặt phẳng SAB một góc 30° . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $2\sqrt{10}\pi$

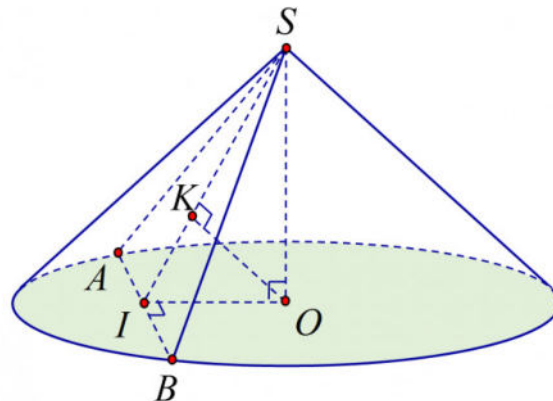
B. $2\sqrt{5}\pi$

C. $4\sqrt{10}\pi$

D. $\sqrt{15}\pi$

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } S_{\Delta SAB} = p \cdot 2(\sqrt{2}-1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SB = \frac{SA+SB+\sqrt{2} \cdot SA}{2} \cdot 2(\sqrt{2}-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} l^2 = l\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) \Leftrightarrow l = 2\sqrt{2} \Rightarrow AB = l\sqrt{2} = 4.$$

Mặt khác gọi I là trung điểm của AB ta có $\widehat{OSI} = 30^\circ$

$$\sin 30^\circ = \frac{OI}{SI} = \frac{\sqrt{R^2 - \frac{AB^2}{4}}}{\sqrt{l^2 - \frac{AB^2}{4}}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{R^2 - 4}}{\sqrt{8 - 4}} \Leftrightarrow \sqrt{R^2 - 4} = 1 \Leftrightarrow R^2 = 5 \Leftrightarrow R = \sqrt{5}$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi Rl = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}\pi = 2\sqrt{10}\pi.$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$f(1)=1; f(3x)-x^2f(x^3)=4x^3+2x+1, (\forall x \in \mathbb{R})$. Khi đó $\int_1^3 xf'(x)dx$ bằng:

A. 14

B. -1

C. 5

D. 6

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(1)=1; f(3)=8$.

Lấy tích phân hai vế trên đoạn $[0;1]$ ta được

$$\int_0^1 (f(3x)-x^2f(x^3))dx = \int_0^1 (4x^3+2x+1)dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(3x)dx - \int_0^1 x^2f(x^3)dx = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_0^1 f(3x)d(3x) - \frac{1}{3} \int_0^1 f(x^3)d(x^3) = 3$$

$$\Leftrightarrow \int_0^3 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = 9$$

$$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x)dx = 9$$

$$\text{Do đó } \int_1^3 xf'(x)dx = \int_1^3 xd(f(x)) = (xf(x)) \Big|_1^3 - \int_1^3 f(x)dx = 3f(3) - 1f(1) - 9 = 3.8 - 1 - 9 = 14.$$

Câu 47: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB=a$, $\widehat{ACB}=30^\circ$, $BC'=a\sqrt{7}$. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên hai cạnh AB' và AC' sao cho $\overrightarrow{AB'}=3\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{NC}=2\overrightarrow{A'N}$. Thể tích khối đa diện $BMNC'C$ bằng

A. $\frac{8}{9}a^3$.

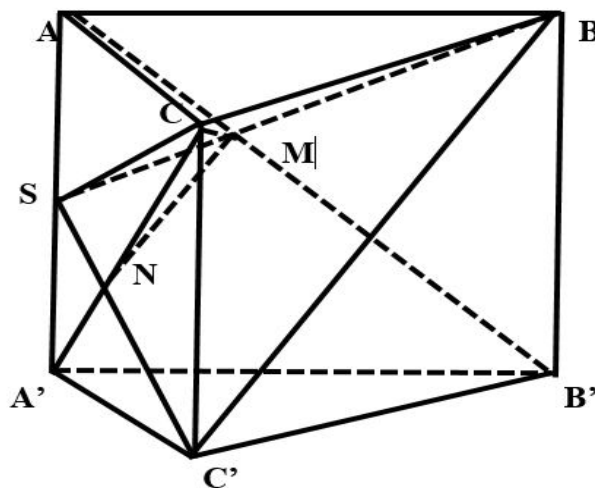
B. $\frac{4}{9}a^3$.

C. $\frac{1}{2}a^3$.

D. $\frac{3}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



$$+ \text{Ta có } BC=2a \Rightarrow \begin{cases} CC'=\sqrt{BC'^2-BC^2}=\sqrt{7a^2-4a^2}=a\sqrt{3} \\ AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3} \end{cases}.$$

$$+) S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}a.a\sqrt{3}=a^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=CC'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=3a^3.$$

$$+) \frac{V_{B.ACC'A'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{B.ACC'A'} = 2a^3.$$

$$+) \frac{V_{B.SCC'}}{V_{B.ACC'A'}} = \frac{S_{\Delta SCC'}}{S_{\Delta ACC'A'}} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{B.SCC'} = a^3.$$

$$+) \frac{V_{S.MNC}}{V_{B.SCC'}} = \frac{SN}{SC'} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{BMNCC'} = \frac{8}{9}a^3.$$

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-2023; 2023)$ để phương trình $\frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} = x + a$ có 3 nghiệm phân biệt

A. 2028.

B. 2027.

C. 2017.

D. 2016.

Lời giải

Chọn A

$$+) \text{ĐK: } \begin{cases} x+7 > 0 \\ \log_2(x+7) \neq 0 \\ 5^x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7 \\ x \neq -6 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in D = (-7; +\infty) \setminus \{-6, 0\}.$$

$$+) \frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} = x + a \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} - x = a.$$

$$+) \text{Xét } f(x) = \frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} - x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{-(\log_2(x+7))'}{\log_2^2(x+7)} - \frac{(5^x - 1)'}{(5^x - 1)^2} = \frac{-1}{(x+7) \ln 2 \cdot \log_2^2(x+7)} - \frac{5^x \ln 5}{(5^x - 1)^2} - 1 < 0 \forall x \in D.$$

+) Bảng biến thiên:

x	-7	-6	0	$+\infty$
$f'(x)$	-		-	
$f(x)$	5.96	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

+) Từ bảng biến thiên suy ra để phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thì $a < 5.96$
 $\Rightarrow a \in \{-2022, -2021, \dots, 5\}$. Suy ra có 2028 giá trị.

Câu 49: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}a$ ta được thiết diện là một hình chữ nhật có chu vi bằng $10a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $27\pi a^3$.

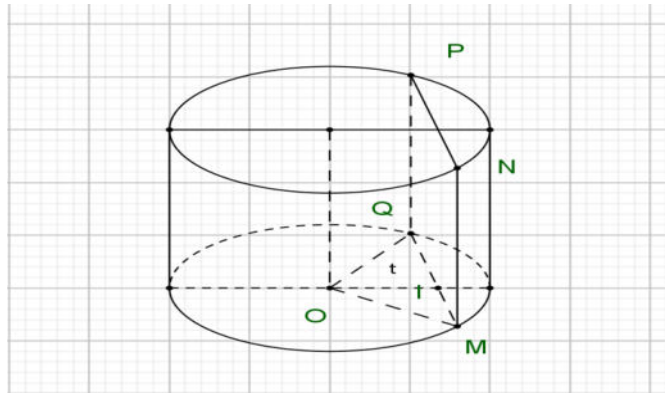
B. $3\pi a^3$.

C. $9\pi a^3$.

D. $12\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi thiết diện là $MNPQ$. Gọi I là trung điểm của MQ . Ta có $MNPQ$ là hình chữ nhật.
Ta có $d(O, (MNPQ)) = OI = a\sqrt{2}$.

Tam giác MIO vuông tại $O \Rightarrow MI = \sqrt{OM^2 - OI^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a \Rightarrow MQ = 2a$.

Do $MNPQ$ là hình chữ nhật nên $2(MN + MQ) = 10a \Rightarrow MN = 3a$.

Gọi V là thể tích khối trụ, ta có $V = \pi r^2 MN = \pi \cdot 3a^2 \cdot 3a = 9\pi a^3$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 2), B(6; 3; 2)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MN = 16$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

A. $4\sqrt{5}$.

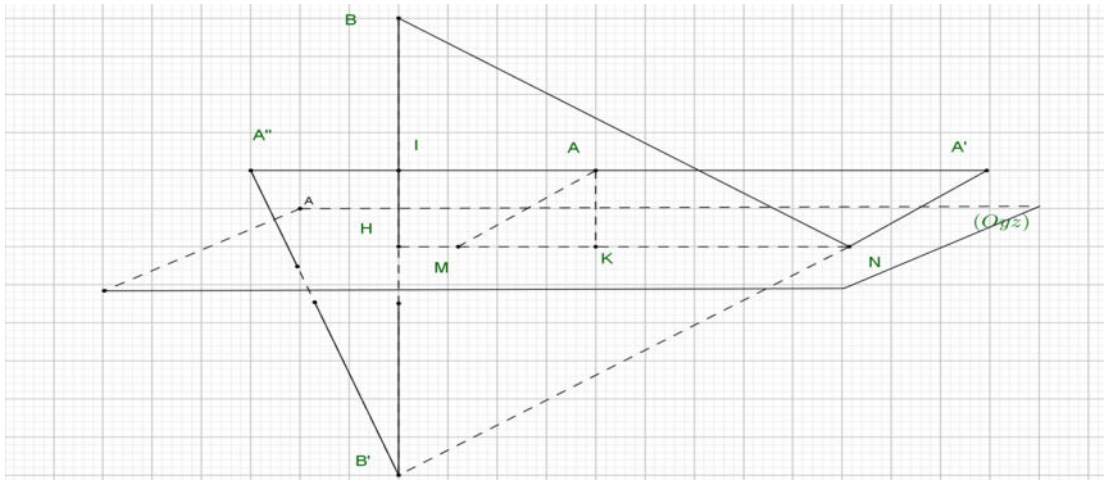
B. $4\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{15}$.

D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có phương trình mặt phẳng $(Oyz): x = 0$.

Gọi B' là điểm đối xứng B qua $(Oyz): x = 0 \Rightarrow B'(-6; 3; 2)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm B xuống $(Oyz): x = 0 \Rightarrow H(0; 3; 2)$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm A xuống $(Oyz): x = 0 \Rightarrow K(0; -1; 2)$

Ta có $HK = 4, d(A, (Oyz)) = AK = 2, d(B, (Oyz)) = BH = 6$.

Gọi $(\alpha): x = 2$. Trên (α) lấy điểm A' sao cho $\overline{AA'} = \overline{MN}$.

Vì M, N thay đổi và $MN = 16 \Rightarrow A'$ nằm trên đường tròn tâm A , bán kính $R = 16$.

$AM + BN = A'N + BN = A'N + NB' \geq A'B' \geq B'A'' = \sqrt{B'I^2 + IA''^2} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}$.