

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề này có 6 trang)

Họ và tên thí sinh:.....
SBD:.....

Mã đề thi
100

Câu 1. BCH Đoàn trường THPT Kinh Môn muốn phát động phong trào kế hoạch nhỏ trong học sinh trồng 4 hàng cây mỗi hàng 5 cây phù xanh sân vận động của trường. Vì đất xấu nên BCH Đoàn quyết định đào các hố sâu hình hộp chữ nhật và mua đất phù sa đổ đầy vào đó. Biết mỗi hố sâu 2m, miệng hố là hình vuông có kích thước cạnh 1m. Số tiền BCH Đoàn phải chi cho mua đất là bao nhiêu nếu giá đất là 175 nghìn đồng/ m^3

- A. 12 triệu đồng. B. 14 triệu đồng. C. 10 triệu đồng. D. 7 triệu đồng.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y				

Arrows indicate limits: $y \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -2^-$, $y \rightarrow +\infty$ as $x \rightarrow -2^+$, $y \rightarrow 1$ as $x \rightarrow 0^-$, and $y \rightarrow 0$ as $x \rightarrow 0^+$.

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 3. Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn nam và 2 bạn nữ thành một hàng ngang?

- A. 48. B. 120. C. 8. D. 720.

Câu 4. Khối chóp có chiều cao 1, diện tích đáy a^2 có thể tích

- A. a^3 . B. $\frac{a^2}{3}$. C. a^2 . D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3n + 2$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d .

- A. $u_1 = 2; d = 2$. B. $u_1 = 5; d = 3$. C. $u_1 = 3; d = 5$. D. $u_1 = 5; d = 2$.

Câu 6. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$ là:

- A. $(3; +\infty)$ B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ C. $(-\infty; -1)$ D. $(-1; 3)$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	+	0	-	0	+
$f(x)$						

Khi đó số điểm cực tiểu của hàm số bằng:

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$ cạnh bên SA vuông

góc với đáy và $SA = \frac{a}{2}$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

- A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\varphi = 30^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\varphi = 90^\circ$.

Câu 9. Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{a+b}$. B. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{ab}$. C. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{a-b}$. D. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{\frac{a}{b}}$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin x$ là:

- A. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. B. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$. C. $1 - \cos x + C$. D. $1 + \cos x + C$.

Câu 11. Diện tích S của mặt cầu có bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \frac{1}{3}\pi r^2$. B. $S = 4\pi r^2$. C. $S = \pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $F(2) - F(0) = 16$. B. $F(2) - F(0) = 1$. C. $F(2) - F(0) = 8$. D. $F(2) - F(0) = 4$.

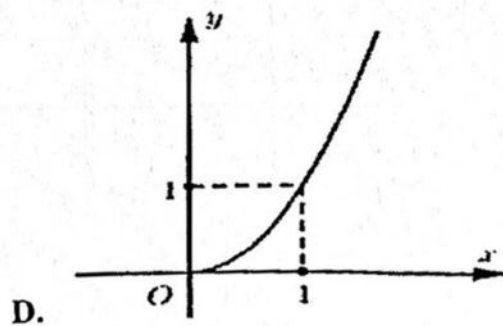
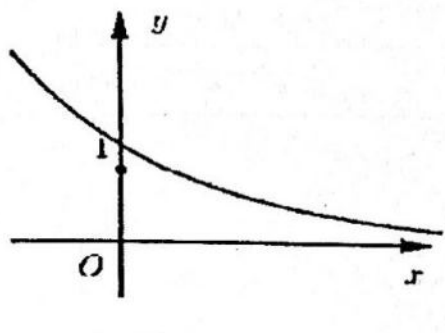
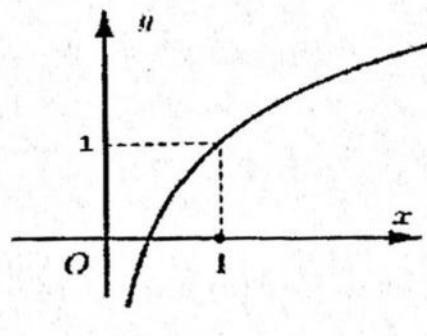
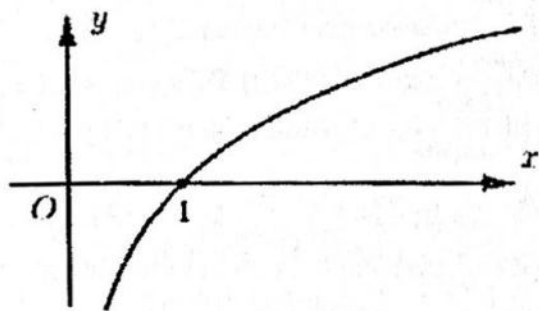
Câu 13. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là một hình vuông có chu vi là 8. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 4π . B. $\frac{2}{3}\pi$. C. 2π . D. 8π .

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2+x}$ là

- A. $y' = (2x+1)2^{x^2+x} \ln 2$. B. $y' = 2^{x^2+x} \ln 2$. C. $y' = 2^{2x+1} \ln 2$. D. $y' = (2x+1)2^{x^2+x}$.

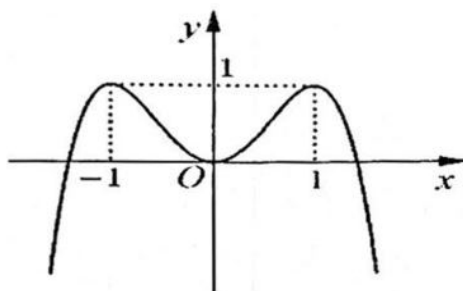
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = x \ln x$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là hình nào trong bốn hình dưới đây:



Câu 16. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$. B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. D. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 17. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

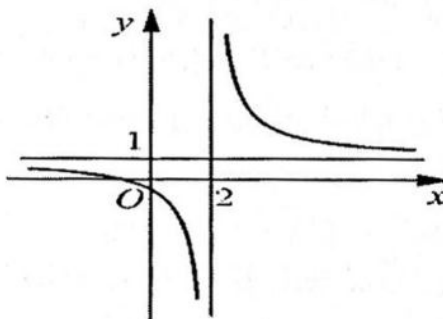


- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $m < 1$. C. $0 < m < 1$. D. $m > 0$.

Câu 18. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)^2 + \log_{\sqrt{2}}(2x+1) = 2$.

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 19. Đường cong của hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' < 0, \forall x \neq 2$. B. $y' > 0, \forall x \neq 2$. C. $y' < 0, \forall x \neq 1$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 20. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$. C. $y = \frac{1}{x^4 + 1}$. D. $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

Câu 21. Các mặt của khối tám mặt đều là các

- A. Bát giác đều. B. Tam giác đều. C. Tứ giác đều. D. Ngũ giác đều.

Câu 22. Cho khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 3$. Thể tích khối nón đã cho bằng:

- A. 54π . B. 6π . C. 18π . D. 36π .

Câu 23. Cho a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_2\left(\frac{a^5}{2\sqrt{2}}\right)$ bằng

- A. $\frac{3}{2} - 5\log_2 a$. B. $5\log_2 a + \frac{3}{2}$. C. $5\log_2 a - \frac{2}{3}$. D. $5\log_2 a - \frac{3}{2}$.

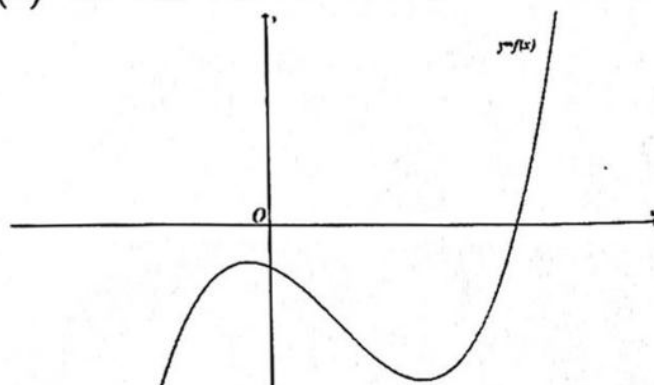
Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{(3x-2)^3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3(3x-2)^2} + C$ B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{6(3x-2)^2} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3(3x-2)^2} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{6(3x-2)^2} + C$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn đáp án đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

Câu 26. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 bằng

A. 2.

B. $\frac{8}{3}$.

C. 8.

D. 4.

Câu 27. Cho tứ diện $S.ABC$ có ba đường thẳng SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một, $SA = 3, SB = 4, SC = 5$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ bằng:

A. 50π .

B. 75π .

C. 100π .

D. 25π .

Câu 28. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V , M, N là hai điểm lần lượt nằm trên hai cạnh SB, SC sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{CN}{CS} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích khối đa diện $AMNCB$ theo V .

A. $\frac{7V}{9}$.

B. $\frac{4V}{9}$.

C. $\frac{2V}{9}$.

D. $\frac{5V}{9}$.

Câu 29. Cho khối chóp lục giác đều có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, thể tích khối chóp đó:

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là bao nhiêu?

A. -2.

B. 0.

C. 4.

D. 2.

Câu 31. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, biết $F(0) = 1$. Giá trị của $F(2)$:

A. $1 + \frac{1}{2}\ln 3$.

B. $1 + \frac{1}{2}\ln 5$.

C. $1 + \ln 3$.

D. $\frac{1}{2}(1 + \ln 3)$.

Câu 32. Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 27, M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB' . Thể tích khối chóp $MNAC$ bằng:

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{27}{2}$.

C. 9.

D. 3

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $5.6^{x+1} \leq 2.3^{x+1}$ là

A. $(-\infty; -\log_2 5]$.

B. $(-\log_2 5; 0)$.

C. $[-\log_2 5; +\infty)$.

D. $(-\infty; \frac{1}{10})$.

Câu 34. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y_{CD} + 3y_{CT} = 15$. B. $y_{CT} - y_{CD} = 2\sqrt{3}$. C. $2y_{CD} - y_{CT} = 5$. D. $y_{CD} + y_{CT} = 12$.

Câu 35. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A. $y = -2x + 2$. B. $y = -24x + 43$. C. $y = 2x + 4$. D. $y = 24x - 43$.

Câu 36. Số nghiệm thực của phương trình $9^{x^2+4x+3} = 1$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 37. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc giữa SC và (SAD) bằng 30° , tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 38. Cho phương trình: $\sin x(2 - \cos 2x) - 2(2\cos^3 x + m + 1)\sqrt{2\cos^3 x + m + 2} = 3\sqrt{2\cos^3 x + m + 2}$.

Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$?

- A. 8. B. -12. C. -10. D. 9.

Câu 39. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}} \frac{x^2 + y^2 + 1}{x + y} = x(2 - x) + y(2 - y) + 1$. Tìm giá trị lớn

nhất của biểu thức $P = \frac{2x + 3y}{x + y + 1}$

- A. 8. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. 2

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0; 2)$ là

- A. $(-\infty; -1) \cup \left(2; \frac{18}{7}\right)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $\left(2; \frac{18}{7}\right)$.

Câu 41. Cho hàm số $y = -x^2 + 3x + 5$. Số điểm cực trị của hàm số trên là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 42. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A thỏa mãn $AB = a, AC = a\sqrt{3}$, đồng thời $A'A, A'B, A'C$ cùng tạo với đáy 1 góc 60° . M, N, H lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C', BC$. Tính thể tích khối tứ diện $MNAH$.

- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 43. Một công ty chuyên sản xuất chậu trồng cây có dạng hình trụ không có nắp, chậu có thể tích $0,5\text{m}^3$. Biết giá vật liệu để làm 1m^2 mặt xung quanh chậu là 100.000 đồng, để làm 1m^2 đáy chậu là 200.000 đồng. Số tiền ít nhất để mua vật liệu làm một chậu gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 349.000 đồng. B. 725.000 đồng. C. 498.000 đồng. D. 369.000 đồng.

Câu 44. Tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 3m}}$ có đúng hai đường tiệm cận

đúng: A. $(0; +\infty)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\right]$. C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $(-\infty; -12) \cup (0; +\infty)$.

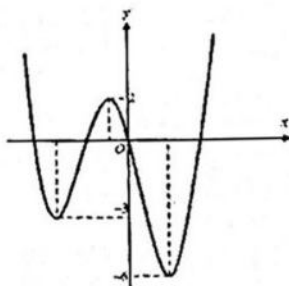
Câu 45. Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$. Biết xác suất để ba số tìm được thoả mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 là $\frac{m}{n}$, với m, n là các số nguyên dương, phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. $S = m + n$ bằng

A. 58. B. 127. C. 85. D. 239.

Câu 46. Hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi :

A. $-2 < m \leq 0$ B. $m < -2$ C. $m > 2$ D. $m > 0$

Câu 47. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2022; 2022]$ để hàm số

$y = |f^2(x) - m^2|$ có 9 điểm cực trị. Số phần tử của tập S là:

A. 4034. B. 2027. C. 4032. D. 2022.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ với đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị:

A. 5 B. 3 C. 4 D. 6

Câu 49. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log \sqrt{mx} = \log(x+1)$ có nghiệm duy nhất là:

A. $m < 0$ hoặc $m = 4$. B. $-1 < m < 0$. C. $m < 0$ và $m \geq 4$. D. $m < 0$.

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , cạnh bên $SA = 2a$.

Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SD và AB bằng

A. $a\sqrt{\frac{7}{30}}$. B. $2a\sqrt{\frac{30}{7}}$. C. $a\sqrt{\frac{30}{7}}$. D. $a\sqrt{\frac{14}{15}}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.D	4.B	5.B	6.D	7.B	8.B	9.C	10.B
11.B	12.D	13.A	14.A	15.B	16.B	17.C	18.D	19.A	20.A
21.B	22.C	23.D	24.B	25.D	26.C	27.A	28.A	29.D	30.C
31.B	32.A	33.A	34.C	35.B	36.C	37.A	38.C	39.D	40.D
41.C	42.C	43.A	44.C	45.B	46.A	47.A	48.D	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: BCH đoàn trường THPT Kinh Môn muốn phát động phong trào kế hoạch nhỏ cho học sinh trồng 4 hàng cây, mỗi hàng 5 cây phủ xanh sân vận động của trường. Vì đất xấu nên BCH Đoàn trường quyết định đào các hố sâu hình hộp chữ nhật và mua đất phù sa đổ đầy vào đó. Biết mỗi hố sâu 2m, miệng hố là hình vuông kích thước cạnh là 1m. Số tiền BCH Đoàn phải chi cho mua đất là bao nhiêu nếu giá đất là 175 nghìn đồng $1m^3$.

A. 12 triệu. B. 14 triệu. C. 10 triệu. **D. 7 triệu.**

Lời giải

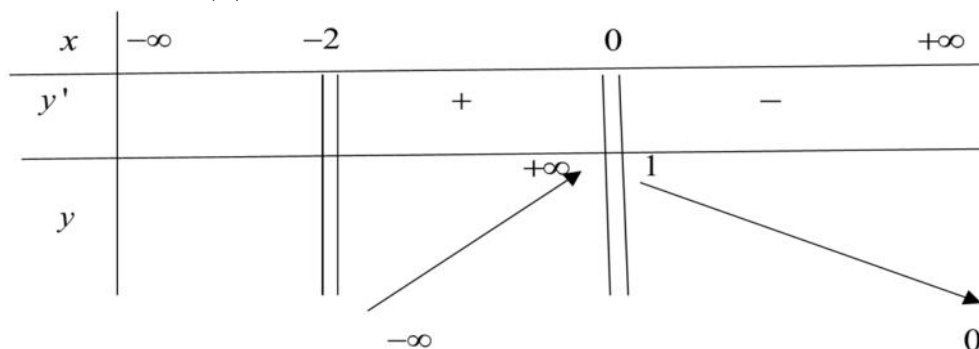
Chọn D

Số hố cây là $4.5 = 20$.

Mỗi hố có thể tích là $2.1.1 = 2m^3$.

Số tiền để chi đổ đất là $20.2.175000 = 7.000.000$ đồng

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là một tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là một tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là một tiệm cận ngang

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 3: Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn nam và 2 bạn nữ thành một hàng ngang.

A. 48. B. 120. C. 8. **D. 720.**

Lời giải

Chọn D

Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn nam và 2 bạn nữ thành một hàng ngang là $6! = 720$

Câu 4: Khối chóp có chiều cao bằng 1 và diện tích đáy là a^2 có thể tích là.

A. a^3 .

B. $\frac{a^2}{3}$.

C. a^2 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot a^2 = \frac{a^2}{3}$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3n + 2$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d .

A. $u_1 = 2; d = 2$.

B. $u_1 = 5; d = 3$.

C. $u_1 = 3; d = 5$.

D. $u_1 = 5; d = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5$ và $d = u_n - u_{n-1} = 3n + 2 - [3(n-1) + 2] = 3$.

Vậy $u_1 = 5; d = 3$.

Câu 6: Khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - 2x - 3$.

Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	-		+ 0	- 0	+
$f(x)$					

Khi đó số điểm cực tiểu của hàm số bằng:

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho không xác định tại $x = 1$ và $f'(x)$ đổi dấu từ “âm” sang “dương” khi qua $x = 3$ nên nó chỉ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$, cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a}{2}$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

A. $\varphi = 60^\circ$.

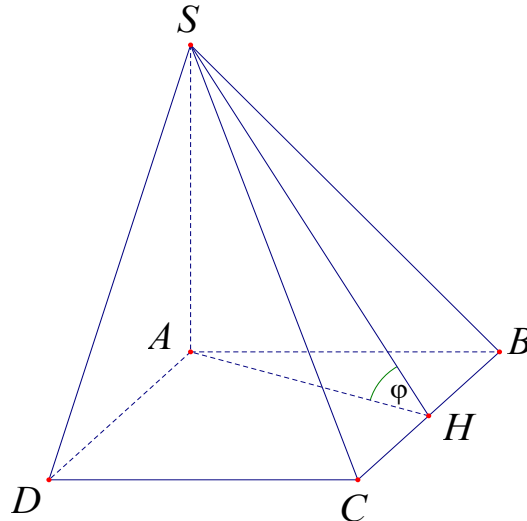
B. $\varphi = 30^\circ$.

C. $\varphi = 45^\circ$.

D. $\varphi = 90^\circ$.

Lời giải

Chọn B



Từ giả thiết suy ra tam giác ABC đều. Do đó, gọi H là trung điểm của BC thì $\varphi = \widehat{SHA}$. Xét tam giác SAH vuông tại A có

$$SA = \frac{a}{2}, AH = AB \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{SA}{AH} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 30° .

Câu 9: Với các số thực a, b bất kì, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{a+b}$. B. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{ab}$. **C. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{a-b}$.** D. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{\frac{a}{b}}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin x$ là:

A. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. **B. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$.** C. $1 - \cos x + C$. D. $1 + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x) dx = \int (x - \sin x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos x + C$.

Câu 11: Diện tích S của mặt cầu có bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \frac{1}{3} \pi r^2$. **B. $S = 4\pi r^2$.** C. $S = \pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3} \pi r^2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 12: Cho hàm số $y = x^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $F(2) - F(0) = 16$. B. $F(2) - F(0) = 1$. C. $F(2) - F(0) = 8$. **D. $F(2) - F(0) = 4$.**

Lời giải

Chọn D

$$F(x) = \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$$

$$F(2) - F(0) = \left(\frac{2^4}{4} + C \right) - \left(\frac{0^4}{4} + C \right) = 4.$$

Câu 13: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là một hình vuông có chu vi là 8. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 4π .

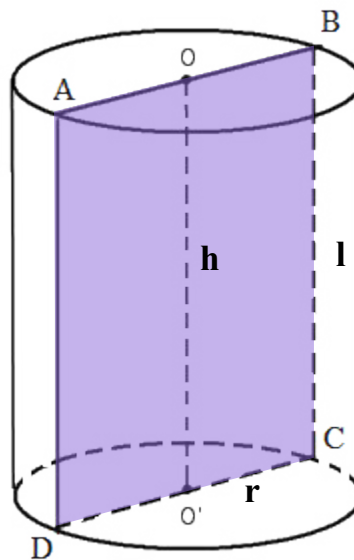
B. $\frac{2}{3}\pi$.

C. 2π .

D. 8π .

Lời giải

Chọn A



Thiết diện thu được là hình vuông $ABCD$, nên $l = 2r = \frac{8}{4} = 2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 1 \cdot 2 = 4\pi$.

Câu 14: Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2+x}$ là

A. $y' = (2x+1)2^{x^2+x} \ln 2$.

B. $y' = 2^{x^2+x} \ln 2$.

C. $y' = 2^{2x+1} \ln 2$.

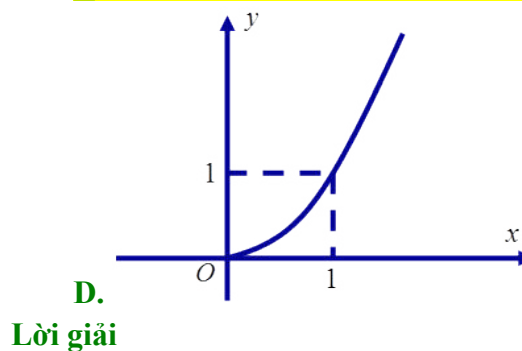
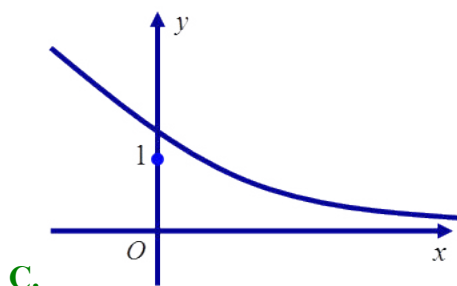
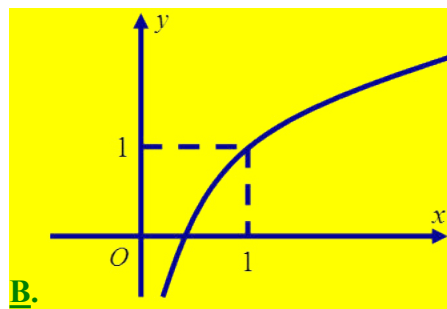
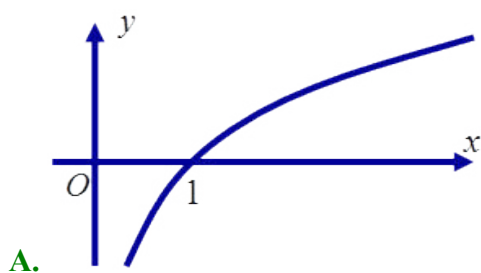
D. $y' = (2x+1)2^{x^2+x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (2^{x^2+x})' = (x^2+x)' 2^{x^2+x} \cdot \ln 2 = (2x+1)2^{x^2+x} \ln 2$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = x \ln x$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là hình nào trong bốn hình dưới đây:



Chọn B

Ta có $y' = f'(x) = (x \ln x)' = \ln x + 1$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có tập xác định nên nằm phía bên phải trục hoành. Do đó loại phương án **C**.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua điểm $(1; 1)$ nên loại phương án **A**.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm $\left(\frac{1}{e}; 0\right)$ nên loại phương án **D**.

Câu 16: Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

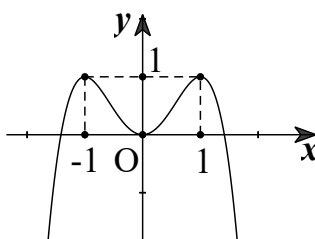
D. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

Lời giải

Chọn B

Vì $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

Câu 17: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $0 \leq m \leq 1.$

B. $m < 1.$

C. $0 < m < 1.$

D. $m > 0.$

Lời giải

Chọn C

$$x^4 - 2x^2 + m = 0 \Leftrightarrow -x^4 + 2x^2 = m$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ và đường thẳng $y = m$.

Để phương trình có đúng 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 18: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) = 2$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > -\frac{1}{2}, x \neq 1$

$$\log_2(x-1)^2 + \log_{\sqrt{2}}(2x+1) = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 + \log_2(2x+1)^2 = \log_2 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2[(x-1)(2x+1)]^2 = \log_2 4$$

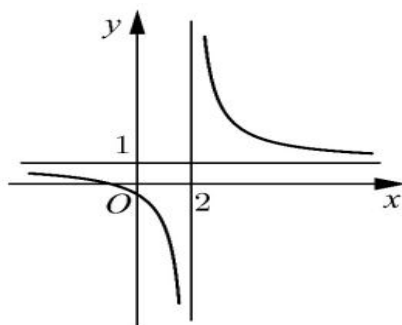
$$\Leftrightarrow (2x^2 - x - 1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - x - 1 = -2 \\ 2x^2 - x - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x + 1 = 0 \text{ (VN)} \\ 2x^2 - x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

Thử lại ta có một nghiệm $x = \frac{3}{2}$ thỏa mãn.

Câu 19: Đường cong của hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $y' < 0, \forall x \neq 2$.

B. $y' > 0, \forall x \neq 2$.

C. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy tiệm cận đứng bằng 2 và tiệm cận ngang bằng 1, hàm số nghịch biến vậy **chọn A**

Câu 20: Đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

B. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

C. $y = \frac{1}{x^4 + 1}$.

D. $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

Lời giải

Chọn A

+) Xét hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$. TXĐ $D = (0; +\infty)$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$ Tiệm cận đứng của đồ thị là $x = 0$

+) Hàm số $y = \frac{1}{x^4 + 1}$. có TXĐ $D = \mathbb{R}$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

+) Hàm số $y = \frac{1}{x^2 + 1}$. có TXĐ $D = \mathbb{R}$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

+) Hàm số $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$. có TXĐ $D = \mathbb{R}$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 21: Các mặt của khối tám mặt đều là các

A. Bát giác đều.

B. Tam giác đều.

C. Tứ giác đều.

D. Ngũ giác đều.

Lời giải

Chọn B

Các mặt của khối tám mặt đều là các tam giác đều.

Câu 22: Cho khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 3$. Thể tích khối nón đã cho bằng:

A. 54π .

B. 6π .

C. 18π .

D. 36π .

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón đã cho bằng $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 3^2 \cdot 6 = 18\pi$.

Câu 23: Cho a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_2 \left(\frac{a^5}{2\sqrt{2}} \right)$ bằng

A. $\frac{3}{2} - 5\log_2 a$.

B. $\frac{3}{2} + 5\log_2 a$.

C. $5\log_2 a - \frac{2}{3}$.

D. $5\log_2 a - \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$\log_2 \left(\frac{a^5}{2\sqrt{2}} \right) = \log_2 a^5 - \log_2 2\sqrt{2} = 5\log_2 a - \frac{3}{2}$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{(3x-2)^3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3(3x-2)^2} + C$.

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{6(3x-2)^2} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3(3x-2)^2} + C$

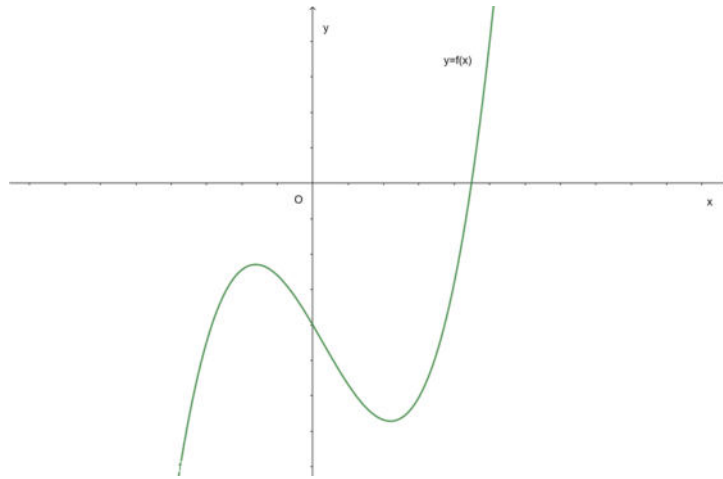
D. $\int f(x) dx = \frac{1}{6(3x-2)^2} + C$

Lời giải

Chọn B

$\int f(x) dx = \int \frac{1}{(3x-2)^3} dx = \frac{1}{3} \int (3x-2)^{-3} d(3x-2) = -\frac{1}{6(3x-2)^2} + C$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn đáp án đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$:

☐ $f(0) = d < 0$

☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, do đó $a > 0$.

☐ Tổng hai điểm cực trị của hàm số $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Leftrightarrow b < 0$

☐ Tích hai điểm cực trị của hàm số $x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Leftrightarrow c < 0$

Vậy, $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

Câu 26: Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 bằng

A. 2.

B. $\frac{8}{3}$.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lập phương: $V = 2^3 = 8$.

Câu 27: Cho tứ diện $S.ABC$ có ba đường thẳng SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một, $SA = 3, SB = 4, SC = 5$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ bằng

A. 50π .

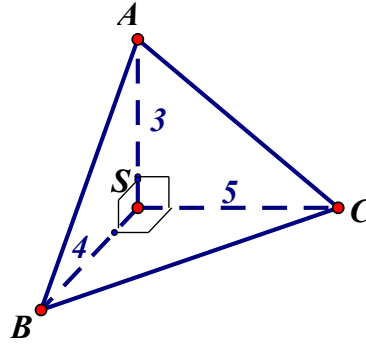
B. 75π .

C. 100π .

D. 25π .

Lời giải

Chọn A



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ bằng $R = \frac{\sqrt{SA^2 + SB^2 + SC^2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ bằng $S = 4\pi R^2 = 50\pi$.

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V , M , N là hai điểm lần lượt nằm trên hai cạnh SB , SC sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{CN}{CS} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích khối đa diện $AMNCB$ theo V .

A. $\frac{7V}{9}$.

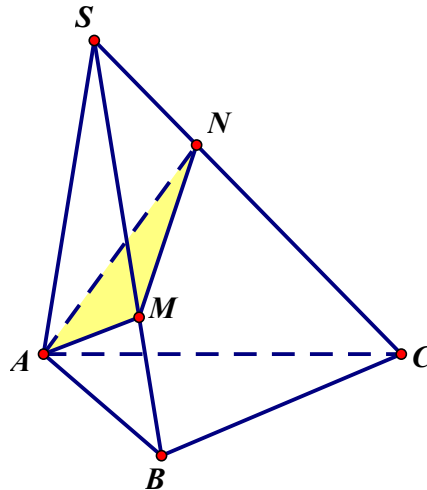
B. $\frac{4V}{9}$.

C. $\frac{2V}{9}$.

D. $\frac{5V}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có :

$$\begin{aligned} V_{AMNCB} &= V - V_{SAMN} = V - \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot V \\ &= V - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot V \\ &= \frac{7}{9}V \end{aligned}$$

Câu 29: Cho khối chóp lục giác đều có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, thể tích khối chóp đó:

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

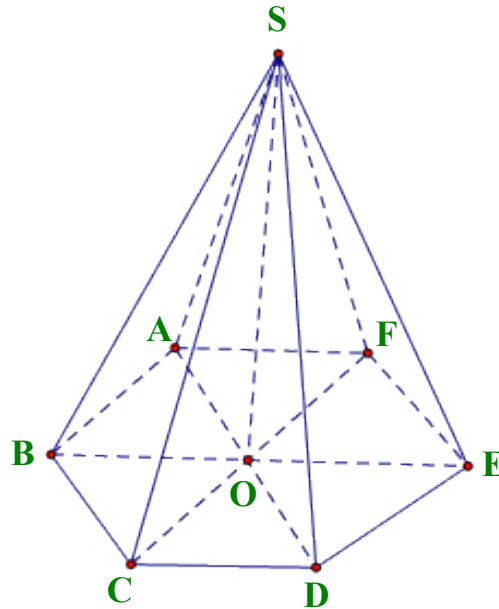
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Chóp lục giác đều $S.ABCDEF$ có đáy là hình lục giác đều. Lục giác đều $ABCDEF$ được ghép từ 6 tam giác đều chung đỉnh tâm O là tâm lục giác đều, SO vuông góc đáy.

$$\begin{cases} S_{\text{day}} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ h = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{\text{day}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 30: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là bao nhiêu?
A. -2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$$

$$\text{Xét } x \in [-1; 2]: f(-1) = 4, f(1) = 0, f(2) = 4$$

$$\text{Vậy } \max_{[-1; 2]} f(x) = 4.$$

Câu 31: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, biết $F(0) = 1$. Giá trị của $F(2)$:
A. $1 + \frac{1}{2} \ln 3$. **B.** $1 + \frac{1}{2} \ln 5$. **C.** $1 + \ln 3$. **D.** $\frac{1}{2}(1 + \ln 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } F(x) = \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln(2x+1) + C$$

$$F(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \ln(2 \cdot 0 + 1) + C = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(2) = \frac{1}{2} \ln(2 \cdot 2 + 1) + 1 = \frac{1}{2} \ln 5 + 1.$$

Câu 32: Lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có thể tích bằng 27. M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB' . Thể tích khối chóp $MNAC$ bằng:

A. $\frac{9}{2}$.

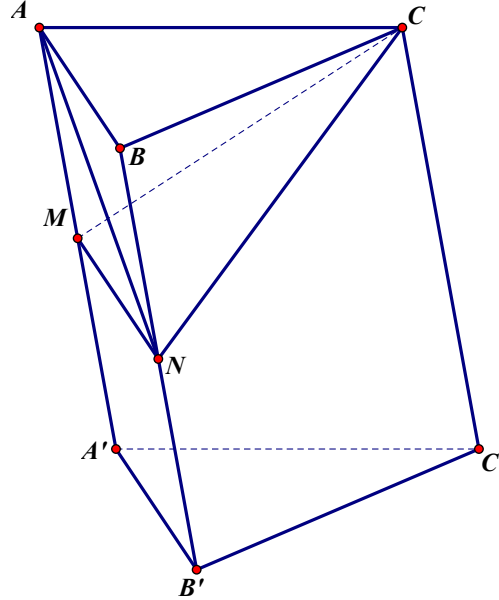
B. $\frac{27}{2}$.

C. 9.

D. 3

Lời giải

Chọn A



$$\frac{V_{MNAC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{V_{CABN}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot d(N, (ABC))}{S_{ABC} \cdot d(B', (ABC))} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{MNAC} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}.$$

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $5 \cdot 6^{x+1} \leq 2 \cdot 3^{x+1}$ là

A. $(-\infty; -\log_2 5]$

B. $(-\log_2 5; 0)$

C. $[-\log_2 5; 0)$

D. $\left(-\infty; \frac{1}{10}\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$5 \cdot 6^{x+1} \leq 2 \cdot 3^{x+1} \Leftrightarrow \left(\frac{6}{3}\right)^{x+1} \leq \frac{2}{5} \Leftrightarrow 2^{x+1} \leq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x+1 \leq \log_2 \frac{2}{5} \Leftrightarrow x+1 \leq 1 - \log_2 5 \Leftrightarrow x \leq -\log_2 5$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (-\infty; -\log_2 5]$.

Câu 34: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y_{CD} + 3y_{CT} = 15$

B. $y_{CT} - y_{CD} = 2\sqrt{3}$

C. $2y_{CD} - y_{CT} = 5$

D. $y_{CD} + y_{CT} = 12$

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$		

Từ bảng biến thiên suy ra $y_{CT} = 3$, $y_{CD} = 4$.

Vậy $2y_{CD} - y_{CT} = 5$.

Câu 35: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = -x^4 + 2x^2 + 3$ tại điểm có hoành độ bằng 2

A. $y = -2x + 2$

B. $y = -24x + 43$

C. $y = 2x + 4$

D. $y = 24x - 43$

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(2; y_M)$ là tọa độ tiếp điểm

Ta có $y_M = -2^4 + 2 \cdot 2^2 + 3 = -5$

Ta có $y' = -4x^3 + 4x$ suy ra $k = y'(2) = -4 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2 = -24$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị là $y = -24(x - 2) - 5 = -24x + 43$.

Câu 36: Số nghiệm thực của phương trình $9^{x^2+4x+3} = 1$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $9^{x^2+4x+3} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc giữa SC và (SAD) bằng 30° , tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

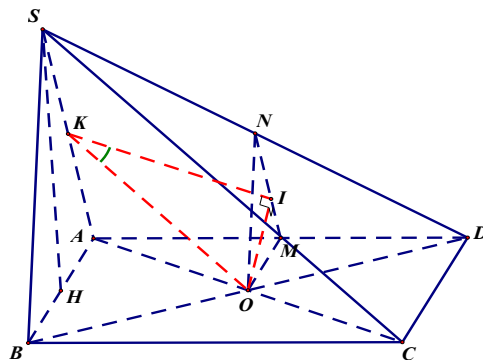
B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H, K, M, N lần lượt là trung điểm của AB, SA, AD, SD và $O = AC \cap BD$.

Khi đó, ta có $OK \parallel SC$, do đó $(SC, (SAD)) = (OK, (SAD))$.

Ta có: $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SH \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp SA$. Do $MN \parallel SA \Rightarrow AD \perp MN$, lại có $OM \perp AD$ (vì $OM \parallel CD$). Từ đây suy ra $AD \perp (OMN) \Rightarrow (OMN) \perp (SAD)$. Kẻ $OI \perp MN$ suy ra $OI \perp (SAD)$.

Từ đây ta có $(OK, (SAD)) = (KO, KI) = \widehat{OKI} = 30^\circ$.

Xét tam giác OMN có $MN = \frac{1}{2}SA$, $ON = \frac{1}{2}SB$, $OM = \frac{1}{2}AB$ mà tam giác SAB đều cạnh a suy ra tam giác OMN đều cạnh $\frac{a}{2}$. Do đó ta có: $OI = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác OKI vuông tại I , ta có $\sin 30^\circ = \frac{OI}{OK} \Rightarrow OK = \frac{OI}{\sin 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $SC = 2OK = a\sqrt{3}$. Xét tam giác SHC vuông tại H có:

$$SC^2 = SH^2 + HC^2 \Leftrightarrow SC^2 = SH^2 + HB^2 + BC^2$$

$$\Leftrightarrow (a\sqrt{3})^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + BC^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{2}.$$

Từ đó ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 38: Cho phương trình $\sin x(2 - \cos 2x) - 2(2\cos^3 x + m + 1)\sqrt{2\cos^3 x + m + 2} = 3\sqrt{2\cos^3 x + m + 2}$.

Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$.

A. 8.

B. -12.

C. -10.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin x(2 - \cos 2x) - 2(2\cos^3 x + m + 1)\sqrt{2\cos^3 x + m + 2} = 3\sqrt{2\cos^3 x + m + 2}$

$$\Leftrightarrow 2\sin^3 x + \sin x = 2(2\cos^3 x + m + 2)\sqrt{2\cos^3 x + m + 2} + \sqrt{2\cos^3 x + m + 2}. \quad (2)$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$, với $t \geq 0$. Ta có: $f'(t) = 6t^2 + 1 > 0, \forall t$ suy ra hàm số $f(t)$ luôn đồng biến. Mà

$$(2) \Leftrightarrow f(\sin x) = f\left(\sqrt{2\cos^3 x + m + 2}\right) \Rightarrow \sin x = \sqrt{2\cos^3 x + m + 2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \geq 0 \\ \sin^2 x = 2\cos^3 x + m + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos^2 x = 2\cos^3 x + m + 2 \text{ (vì } \sin x \geq 0, \forall x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]) \Leftrightarrow -2\cos^3 x - \cos^2 x - 1 = m.$$

Đặt $v = \cos x$, vì $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \Rightarrow v = \cos x \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$. Xét hàm số $g(v) = -2v^3 - v^2 - 1$ với

$$v \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]. \text{ Có } g'(v) = -6v^2 - 2v. \text{ Cho } g'(v) = 0 \Leftrightarrow -6v^2 - 2v = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0 \\ v = -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

v	$-\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{3} \quad 0 \quad 1$
$g'(v)$	$- \quad 0 \quad + \quad 0 \quad -$
$g(v)$	-1 $-\frac{28}{27}$ -4

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có đúng 1 nghiệm trên $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ khi $\begin{cases} m = -1 \\ -4 \leq m < -\frac{28}{27} \end{cases}$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4, -3, -2, -1\}$. Vậy tổng tất cả giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài là: $-4 - 3 - 2 - 1 = -10$.

Câu 39: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}} \frac{x^2 + y^2 + 1}{x + y} = x(2 - x) + y(2 - y) + 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2x + 3y}{x + y + 1}$.

A. 8.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 2 \log_2 \frac{x^2 + y^2 + 1}{2(x + y)} = 2(x + y) - (x^2 + y^2 + 1)$$

$$\text{Đặt } u = x^2 + y^2 + 1, v = 2(x + y) \text{ với } u, v > 0 \text{ thì } 2 \log_2 \frac{u}{v} = v - u$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2 u + u = 2 \log_2 v + v \quad (*)$$

$$\text{Xét } f(t) = 2 \log_2 t + t \text{ với } t > 0. \text{ Dễ thấy } f'(t) = \frac{2}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0.$$

$$\text{Suy ra } f(t) \text{ đồng biến trên } (0; +\infty) \text{ nên } (*) \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1.$$

$$\text{Gọi } M(x; y) \Rightarrow M \in (C): \text{ tâm } I(1; 1), \text{ bán kính } R = 1.$$

Mặt khác $P = \frac{2x+3y}{x+y+1} \Rightarrow M \in \Delta : (P-2)x + (P-3)y + P = 0.$

Để tồn tại điểm chung giữa Δ và $(C) \Leftrightarrow d(I; \Delta) \leq R \Leftrightarrow \frac{|3P-5|}{\sqrt{(P-2)^2 + (P-3)^2}} \leq 1$

$\Leftrightarrow 7P^2 - 20P + 12 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{6}{7} \leq P \leq 2.$

Suy ra $\max P = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \\ -y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}.$

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0; 2)$ là

A. $(-\infty; -1) \cup \left(2; \frac{18}{7}\right).$ **B.** $(-2; 2).$ **C.** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$ **D.** $\left(2; \frac{18}{7}\right).$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2^x$. Do $x \in (0; 2) \Rightarrow t \in (1; 4).$

Khi đó phương trình thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$

$\Leftrightarrow (2t-1)m - (t^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 2}{2t-1} = g(t), \forall t \in (1; 4).$

Ta có: $g'(t) = \frac{2t^2 - 2t - 4}{(2t-1)^2}$, cho $g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 (\text{loại}) \\ t = 2 (\text{nhanh}) \end{cases}.$

Ta có $g(2) = 2, g(1) = 3, g(4) = \frac{18}{7}$ và bảng biến thiên của $g(t)$:

t	1	2	4	
$g'(t)$		-	0	+
$g(t)$	3		2	$\frac{18}{7}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m \in \left(2; \frac{18}{7}\right).$

Câu 41: Cho hàm số $y = |-x^2 + 3x + 5|$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x) = -x^2 + 3x + 5$. Ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

Mặt khác $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$.

Ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	$\frac{3 - \sqrt{29}}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3 + \sqrt{29}}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$ g(x) $	$+\infty$	0	$\frac{29}{4}$	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $y = |g(x)|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 42: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A thỏa mãn $AB = a, AC = a\sqrt{3}$, đồng thời $A'A, A'B, A'C$ cùng tạo với đáy một góc 60° . Gọi M, N, H lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C', BC$. Tính thể tích khối tứ diện $MNAH$.

A. $\frac{3a^3}{2}$.

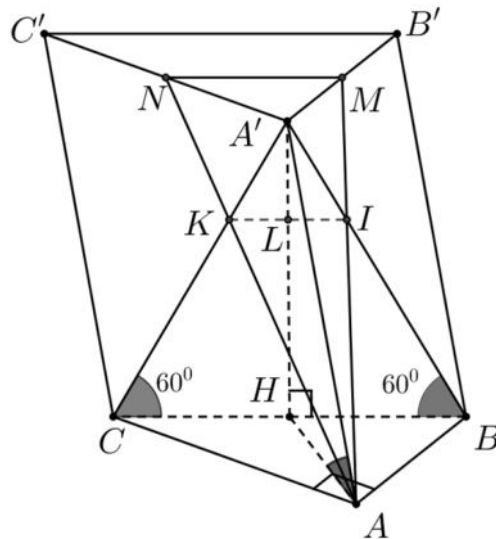
B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là hình chiếu của A' lên mp (ABC) , khi đó các tam giác $\Delta A'OA, \Delta A'OB, \Delta A'OC$ là các tam giác vuông tại O và bằng nhau. Khi đó $OA = OB = OC \Rightarrow O \equiv H$ hay $A'H \perp (ABC)$

Ta có $BC = 2a \Rightarrow HB = a \Rightarrow A'H = HB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Do đó $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot A'H = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$.

Gọi K là giao điểm của $A'C$ và NA , I là giao điểm của $A'B$ và MA , L là giao điểm của

KI và $A'H$. Ta có $\frac{KA'}{KC} = \frac{IA'}{IB} = \frac{1}{2} \Rightarrow KI \parallel BC$ và $\frac{LA'}{LH} = \frac{1}{2}$.

$$V_{MNAH} = V_{H.AMN} = \frac{1}{3} S_{AMN} \cdot d(H, (AMN)) = \frac{1}{3} S_{AMN} \cdot 2d(A'; (AMN)) = 2V_{A'.AMN} = 2V_{A.A'MN}$$

Mặt khác, $V_{A.A'MN} = \frac{1}{4} V_{A'.ABC}$ (vì khối hai khối tứ diện có cùng chiều cao nhưng $S_{A'MN} = \frac{1}{4} S_{ABC}$)

$$\text{Do đó } V_{MNAH} = 2 \cdot \frac{1}{4} V_{A'.ABC} = \frac{1}{2} V_{A'.ABC} = \frac{1}{2} \frac{a^3}{2} = \frac{a^3}{4}$$

Câu 43: Một công ty chuyên sản xuất chậu trồng cây có dạng hình trụ không có nắp, chậu có thể tích $0,5m^3$. Biết giá vật liệu làm $1m^2$ mặt xung quanh chậu là 100.000 đồng, để làm $1m^2$ đáy chậu là 200.000 đồng. Số tiền ít nhất để mua vật liệu làm một chậu gần nhất với số nào dưới đây?
A. 349.000 đồng. **B. 725.000 đồng.** **C. 498.000 đồng.** **D. 369.000 đồng.**

Lời giải

Chọn A

Gọi $x(m)$, $h(m)$ lần lượt là bán kính và chiều cao của chậu hình trụ.

$$\text{Vì thể tích chậu bằng } 0,5m^3 \text{ nên } \pi x^2 h = 0,5 \Rightarrow h = \frac{0,5}{\pi x^2}.$$

Diện tích xung quanh của chậu là $2\pi xh (m^2)$ nên số tiền mua vật liệu để làm mặt xung quanh là $2\pi xh \cdot 100.000 = 2\pi x \cdot \frac{0,5}{\pi x^2} \cdot 100.000 = \frac{100.000}{x}$ (đồng).

Diện tích đáy của chậu là $\pi x^2 (m^2)$ nên số tiền mua vật liệu để làm đáy chậu là $\pi x^2 \cdot 200.000 = 200.000\pi x^2$ (đồng).

Số tiền mua vật liệu làm một cái chậu là

$$T = \frac{100.000}{x} + 200.000\pi x^2 = \frac{50.000}{x} + \frac{50.000}{x} + 200.000\pi x^2 \geq 3\sqrt{\frac{50.000}{x} \cdot \frac{50.000}{x} \cdot 200.000\pi x^2}$$

$$\text{hay } T \geq 3\sqrt{50000^2 \cdot 200000 \cdot \pi} \approx 348734,2055.$$

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 3m}}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng

A. $(0; +\infty)$.

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right]$.

C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

D. $(-\infty; -12) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

TH1: Phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ có nghiệm $x = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$. Khi đó hàm số

$$y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}}} = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{(x+1)\left(x - \frac{3}{2}\right)}} \text{ hàm số chỉ có một tiệm cận đứng là } x = \frac{3}{2} \text{ do đó } m = \frac{1}{2}$$

không thỏa mãn.

TH2: Phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ không có nghiệm $x = -1 \Rightarrow m \neq \frac{1}{2}$.

Khi đó hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 3m}}$ có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình

$$x^2 - mx - 3m = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ lớn hơn } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > -2 \\ (x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-m)^2 - 4 \cdot (-3m) > 0 \\ m > -2 \\ m + (-3m) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -12 \\ m > 0 \\ m > -2 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$$

Kết hợp TH1 và TH2 ta có giá trị m cần tìm là $0 < m < \frac{1}{2}$.

Câu 45: Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$. Biết xác suất để ba số tìm được thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 là $\frac{m}{n}$, với m, n là các số nguyên dương, phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. $S = m + n$ bằng

A. 58.

B. 127.

C. 85.

D. 239.

Lời giải

Chọn B

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 số từ tập hợp S là: $C_{20}^3 = 1140$.

Ta chia thành 3 tập: Số chia hết cho 3, số chia 3 dư 1, số chia 3 dư 2.

Số chia hết cho 3: $\{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$

Số chia 3 dư 1: $\{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$

Số chia 3 dư 2: $\{2; 5; 8; 11; 14; 17; 20\}$

Nếu

$$a \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 0 \pmod{3}, a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 1 \pmod{3}, a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 1 \pmod{3}$$

Nên để $(a^2 + b^2 + c^2) \equiv 0 \pmod{3}$ ta có các TH sau:

TH1: Lấy 3 số từ cùng một trong 3 tập trên: $C_6^3 + C_7^3 + C_7^3 = 90$

TH2: Lấy 2 số từ tập các số chia 3 dư 1 và một số từ tập các số chia 3 dư 2: $C_7^2 \cdot C_7^1 = 147$

TH3: Lấy 2 số từ tập các số chia 3 dư 2 và một số từ tập các số chia 3 dư 1: $C_7^2 \cdot C_7^1 = 147$

$$\text{Vậy xác suất cần tính là: } \frac{147 + 147 + 90}{1140} = \frac{32}{95} = \frac{m}{n} \Rightarrow \begin{cases} m = 32 \\ n = 95 \end{cases} \Rightarrow m + n = 127.$$

Câu 46: Hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi:

A. $-2 < m \leq 0$

B. $m < -2$

C. $m > 2$

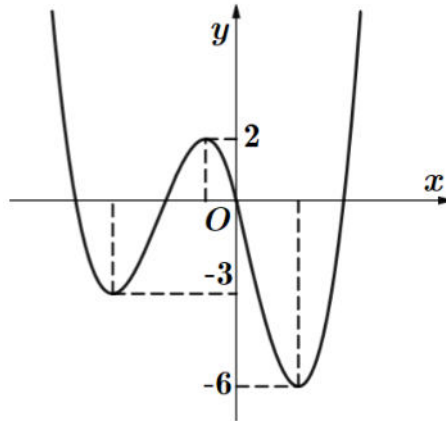
D. $m > 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y = \frac{mx+4}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m^2-4}{(x+m)^2} < 0 \forall x < 0$ khi: $\begin{cases} m^2-4 < 0 \\ -m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0.$

Câu 47: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2022; 2022]$ để hàm số $y = |f^2(x) - m^2|$ có 9 điểm cực trị. Số phần tử của tập S là

A. 4034.

B. 2027.

C. 4032.

D. 2022.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x) = f^2(x) - m^2$.

Ta có $g'(x) = 2f(x)f'(x)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \quad (1).$

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy (1) có 7 nghiệm đơn nên $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Xét $g(x) = 0 \Leftrightarrow f^2(x) - m^2 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = m \\ f(x) = -m \end{cases} \quad (2).$

Do $g(x)$ có 7 điểm cực trị nên để $y = |f^2(x) - m^2| = |g(x)|$ có 9 điểm cực trị thì phương

trình $g(x) = 0$ phải có 2 nghiệm bội lẻ hay (2) phải có 2 nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ m \leq -6 \end{cases}.$

$\Rightarrow S = \{-2022; \dots; -6; 6; \dots; 2022\}$. Vậy có 4034 giá trị m .

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ với đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2+2mx+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x^2 + 2mx + 5 = 0 \end{cases}.$

Hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ chỉ có đúng một nghiệm bội lẻ.

$$\text{TH1: } x^2 + 2mx + 5 = 0 \text{ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép} \Leftrightarrow m^2 - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{5} \leq m \leq \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

$$\text{TH2: } x^2 + 2mx + 5 = 0 \text{ có nghiệm là } -1 \Leftrightarrow -2m + 6 = 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

$$\text{Với } m = 3, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2+6x+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{bội chẵn}) \\ x = -1 & (\text{bội chẵn}) \\ x = -5 & (\text{bội lẻ}) \end{cases}$$

Suy ra $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu.

$$\text{Vậy } m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}.$$

Câu 49: Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log \sqrt{mx} = \log(x+1)$ có nghiệm duy nhất là:

A. $m < 0$ hoặc $m = 4$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $m < 0$ và $m \geq 4$, **D.** $m < 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\log \sqrt{mx} = \log(x+1), (1).$$

$$\text{Điều kiện của phương trình } \begin{cases} mx > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases}$$

$$\log \sqrt{mx} = \log(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1, m \neq 0, x \neq 0 \\ \sqrt{mx} = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1, m \neq 0, x \neq 0 \\ x^2 + (2-m)x + 1 = 0 \end{cases} (2).$$

$$\text{Đặt } h(x) = x^2 + (2-m)x + 1 (2). \Delta_h = m^2 - 4m.$$

$$+ \text{ Với } \Delta_h = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}.$$

Với $m = 0$ không thỏa mãn điều kiện.

Với $m = 4$ phương trình có nghiệm $x = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$+ \text{ Với } \Delta_h > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}.$$

Do $m \neq 0, x \neq 0$ nên để phương trình có nghiệm duy nhất điều kiện là $h(x) = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2

$$\text{thỏa mãn } x_1 \leq -1 < x_2 \Leftrightarrow h(-1) < 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Kết luận: Để phương trình có nghiệm duy nhất khi $m < 0$ hoặc $m = 4$.

Câu 50: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , cạnh bên $SA = 2a$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SD và AB bằng

A. $a\sqrt{\frac{7}{30}}$.

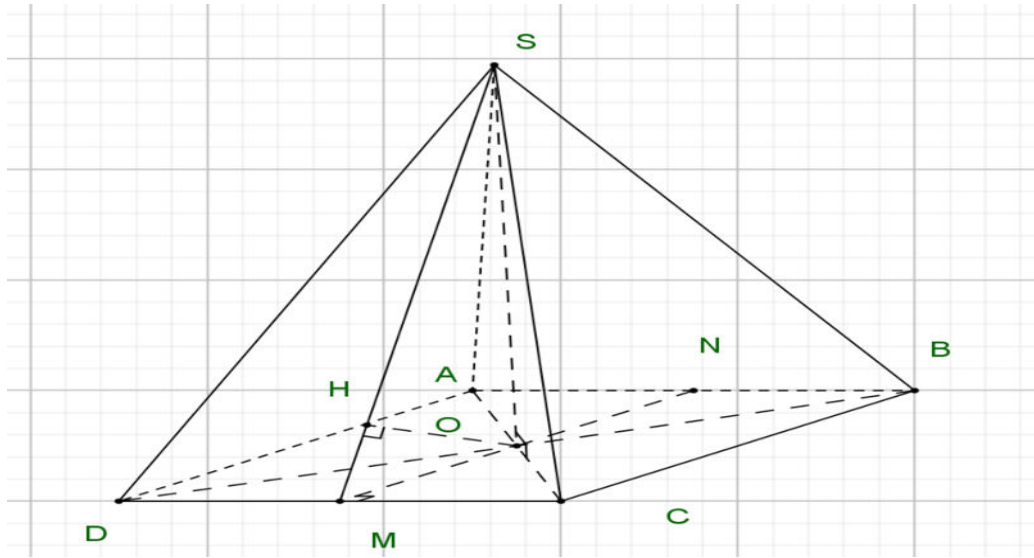
B. $2a\sqrt{\frac{30}{7}}$.

C. $a\sqrt{\frac{30}{7}}$.

D. $a\sqrt{\frac{14}{15}}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có 2 đường thẳng SD và AB chéo nhau.

Gọi M, N, O lần lượt là trung điểm của AB, CD, AC .

$$\text{Do } \begin{cases} AB \parallel CD \\ CD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow AB \parallel (SAD) \Rightarrow d(AB, SD) = d(M, (SAD)) = 2d(O, (SAD)).$$

Trong (SOM) kẻ $MH \perp SM, (H \in SM)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} OH \perp SM \\ OH \perp CD \text{ (Do } CD \perp (SOM), OH \subset (SOM)) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH.$$

$$\text{Tam giác } SOM \text{ vuông tại } O \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{\frac{7a^2}{2}} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} = \frac{30}{7a^2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{210}}{30} \Rightarrow d(AB, SD) = 2OH = a\sqrt{\frac{14}{15}}.$$

----- **HẾT** -----