SỞ GD&ĐT QUẢNG TRỊ
TRƯỜNG THPT ĐÔNG HÀ

(Đề thi có 06 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 - LẦN 1
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

Mã đề: 111

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(x^2+2\right)$ là

A. $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+2\right)\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+2\right)\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{2x\ln 3}{x^2+2}$.

Câu 2: Trên khoảng $(-\infty;2)$, đạo hàm của hàm số $y=(4-2x)^{\pi}$ là

A. $y'=-\dfrac{2}{\pi}(4-2x)^{\pi-1}$. **B.** $y'=2\pi(4-2x)^{\pi-1}$.

C. $y'=-2\pi(4-2x)^{\pi-1}$. **D.** $y'=-2\pi(4-2x)^{\pi+1}$.

Câu 3: Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a-\log_2 b$. **B.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a+\log_2 b$.

C. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b$. **D.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a-\log_2 b$.

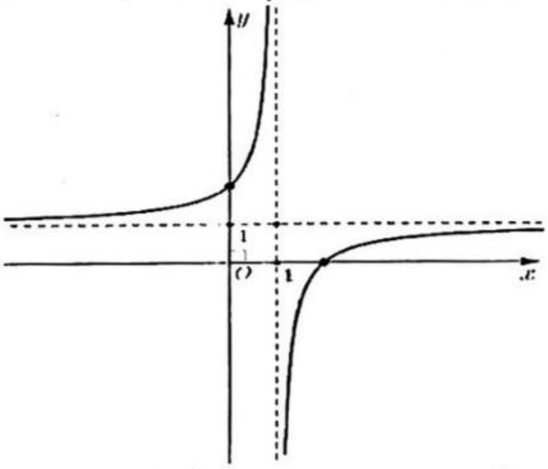
Câu 4: Trong không gian *Oxyz*, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng $120°$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 5: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+10)<\log_{\frac{1}{3}}(4x-9)$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hình dạng như hình vẽ sau?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Câu 7: Nếu $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{x}+\ln x+C$ thì $f(x)$ là

A. $f(x)=-\dfrac{1}{x^2}+\ln x$. **B.** $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2}$. **C.** $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$. **D.** $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$.

Câu 8: Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 160. **B.** -160. **C.** -320. **D.** 320.

Câu 10: Cho số phức $z=2-i$. Môđun của số phức $w=(2+i)\overline{z}$ bằng

A. $5\sqrt{7}$. **B.** 5. **C.** 25. **D.** $\sqrt{5}$.

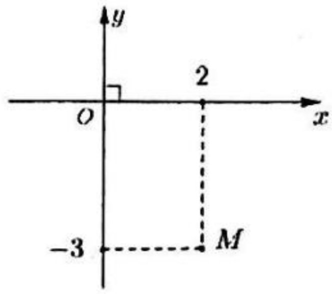
Câu 11: Nếu $\int_1^2 [4f(x)-2x]\mathrm{d}x=1$ thì $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 12: Cho số phức $z=x+yi$ (với $x,\ y\in\mathbb{R}$) thỏa mãn $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$. Tính xy.

A. $xy=-1$. **B.** $xy=1$. **C.** $xy=-2$. **D.** $xy=2$.

Câu 13: Trong hình vẽ dưới đây, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z. Số phức liên hợp của z là



A. $-3+2i$. **B.** $2+3i$. **C.** $-2-3i$. **D.** $2-3i$.

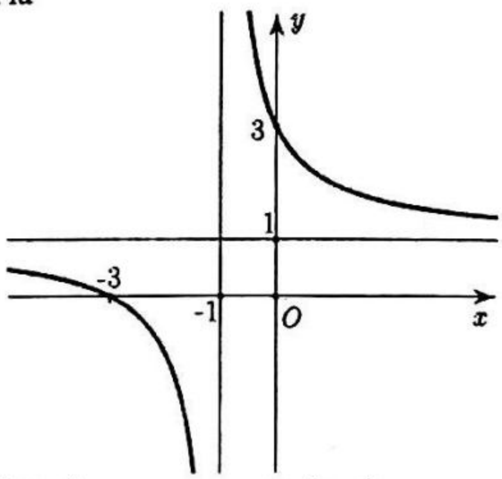
Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;-4;1), B(-1;0;9)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB là

A. $\overrightarrow{n_3}(1;2;-4)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}(-2;-4;8)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}(-2;4;8)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}(1;2;4)$.

Câu 15: Một hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Số cách chọn ra ba viên bi trong hộp là

A. 455. **B.** 15. **C.** 34. **D.** 2730.

Câu 16: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;3)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Câu 17: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}^2(2x)-2\log_2(4x^2)-8=0$ bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 18: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-5x}{4x+7}$ là

A. $y=-\dfrac{5}{4}$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}$. **C.** $x=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $x=\dfrac{3}{5}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;0), B(1;1;4), C(-5;3;2)$. Đường thẳng AM với M là trung điểm của đoạn thẳng BC có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x+3}{-5}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{-3}$.

C. $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$. **D.** $\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z-3=0$. Khi đó tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là

A. $I(4;2;-2), r=3\sqrt{3}$. **B.** $I(2;1;-1), r=3$.

C. $I(-2;-1;1), r=3$. **D.** $I(-4;-2;2), r=3\sqrt{3}$.

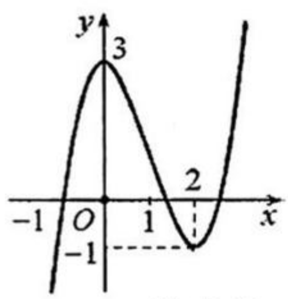
Câu 21: Một hình nón có diện tích xung quanh bằng 40π và bán kính đáy $r=5$ thì có độ dài đường sinh bằng

A. 4. **B.** 4π. **C.** 8. **D.** 8π.

Câu 22: Nếu $\int_1^5 f(x)dx=-2$ và $\int_1^5 g(x)dx=4$ thì $\int_1^5 [f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. -6. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 23: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

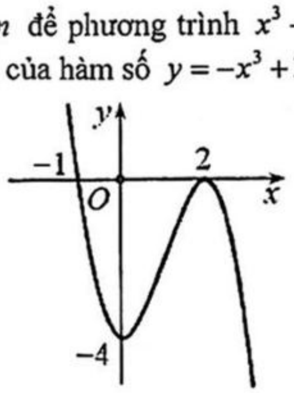


A. $(-1;2)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(2;-1)$.

Câu 24: Một hộp đựng thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai lần không hoàn lại, mỗi lần một thẻ và nhân số ghi trên hai thẻ với nhau. Xác suất để tích nhận được là số chẵn bằng

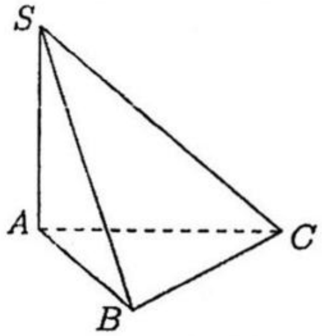
A. $\dfrac{13}{18}$. **B.** $\dfrac{25}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{9}$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ chỉ có một nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có hình vẽ như bên dưới.



A. $m\le -4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>0 \end{array}\right.$. **C.** $m<-4$. **D.** $m>0$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC).



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $120°$.

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = \sqrt{4x - x^2}$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{34\pi}{3}$. **B.** $\frac{31\pi}{3}$. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** $\frac{35\pi}{3}$.

Câu 28: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ là

A. $y_{CĐ} = 1$. **B.** $y_{CĐ} = -2$. **C.** $y_{CĐ} = -3$. **D.** $y_{CĐ} = 0$.

Câu 29: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d = 0$. **B.** $d < R$. **C.** $d = R$. **D.** $d > R$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC = 2a$. Tính thể tích V của hình lập phương.

A. $V = 8a^3$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = 4\sqrt{2}a^3$. **D.** $V = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 2023$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

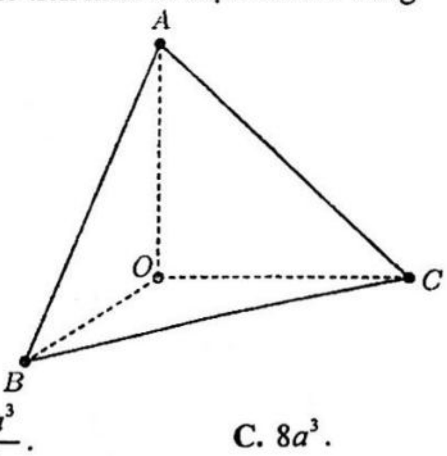
A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = (\sin x - \cos x)^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = -x - \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **B.** $\int f(x)dx = -x + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = x - \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **D.** $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 33: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 4a$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng



A. $4a^3$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{8a^3}{3}$.

Câu 34: Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=3-t\\ z=3t\end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(1;3;3)$. **B.** $M(1;3;0)$. **C.** $P(2;-1;0)$. **D.** $Q(2;-1;3)$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(-4;2;-1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua trục Oy là

A. $A'(-4;2;1)$. **B.** $A'(4;2-1)$. **C.** $A'(-4;-2;-1)$. **D.** $A'(4;2;1)$.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}\geq\frac{1}{27}$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3]$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Biết $AD=2a$, $AB=BC=SA=a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, gọi M là trung điểm của AD. Tính khoảng cách h từ M đến mặt phẳng (SCD).

A. $h=\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $h=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $h=\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $h=\frac{a}{3}$.

Câu 39: Cho hình nón (N_1) có đỉnh S, chiều cao h. Một hình nón (N_2) có đỉnh là tâm của đáy hình nón (N_1) và có đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón (N_1) đã cho. Tính chiều cao x của khối nón (N_2) để thể tích của nó lớn nhất, biết $0<x<h$.

A. $x=\frac{2h}{3}$. **B.** $x=\frac{h}{2}$. **C.** $x=\frac{h\sqrt{3}}{3}$. **D.** $x=\frac{h}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(5)+G(5)=-2$ và $F(3)+G(3)=0$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x.f\left(2\sin^2 x+3\right)\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $-\frac{1}{2}$.

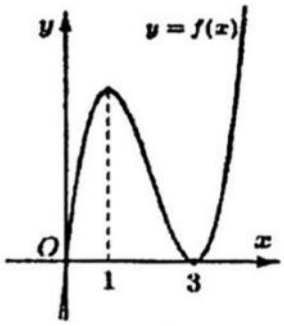
Câu 41: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+m^2-2m=0$ (m là tham số thực). Tính tổng tất cả các giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+1|+|z_2+1|=4$.

A. $1-\sqrt{3}$. **B.** $2+\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 42: Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\ y=2-t,t\in R\\ z=t\end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 45°. Khoảng cách từ điểm $M(1;4;5)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 3. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x)+f(x)+m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?



A. 19. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 21.

Câu 44: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ sao cho đẳng thức sau được thỏa mãn $\log_{2022}\left(4^x-2^{x+1}+2023\right)^{y^2+101}-20y-1=0$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-1;2), B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): z-1=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác MAB vuông tại M và có diện tích lớn nhất. Tính $T=2a-3b+c$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+2f'(x)=(x-1)\left[4x^2-2x-4-f'(x)\right], \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-20;20]$ để hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+3)x^2+6m(m+3)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 39. **B.** 40. **C.** 37. **D.** 38.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $1\le x,y\le 2023$ và thỏa mãn $(2x+4y-xy-8)\log_2\left(\frac{2x-1}{x-4}\right)\ge(xy+2x+3y+6)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)$?

A. 4038. **B.** 2023. **C.** 2020. **D.** 4040.

Câu 49: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1-\overline{z_1}\right|=2\left|z_1-2-i\right|$ và $\left|z_2+i\right|=\left|z_2+1+2i\right|$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1-z_2\right|$ bằng

A. 4. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 50: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=3a$, $BC'=4a$ và $\widehat{BAC}=30°$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' và (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AB, BC'. Biết thiết diện của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cắt bởi mặt phẳng (α) có chu vi bằng $9a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{3}a^3$. **B.** $10\sqrt{6}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{13}a^3}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{39}a^3}{2}$.

……………**HẾT**……………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG TRỊ
TRƯỜNG THPT ĐÔNG HÀ
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP LẦN 1 - NĂM HỌC 2022 – 2023

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(x^2+2\right)$ là

A. $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+2\right)\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+2\right)\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{2x\ln 3}{x^2+2}$.

Câu 2: Trên khoảng $(-\infty;2)$, đạo hàm của hàm số $y=(4-2x)^{\pi}$ là

A. $y'=-\dfrac{2}{\pi}(4-2x)^{\pi-1}$. **B.** $y'=2\pi(4-2x)^{\pi-1}$. **C.** $y'=-2\pi(4-2x)^{\pi-1}$. **D.** $y'=-2\pi(4-2x)^{\pi+1}$.

Câu 3: Với các số thực a,b dương bất kì.Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a-\log_2 b.$ **B.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a+\log_2 b.$

C. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b.$ **D.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a-\log_2 b.$

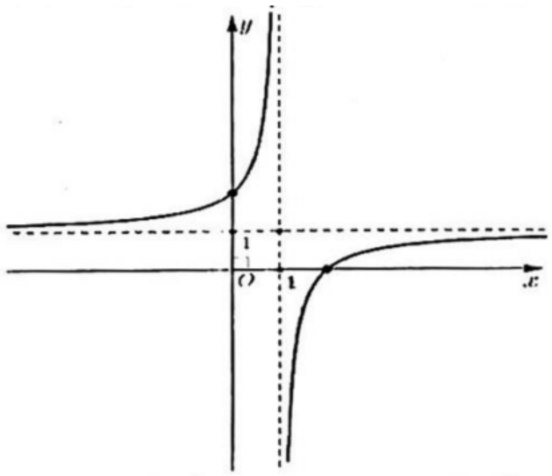
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$,cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng $120°$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 5: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+10)<\log_{\frac{1}{3}}(4x-9)$

A. 5 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hình dạng như hình vẽ sau:



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Câu 7: Nếu $\int f(x)dx=\dfrac{1}{x}+\ln x+C$ thì $f(x)$ là

A. $f(x)=-\dfrac{1}{x^2}+\ln x$. **B.** $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2}$. **C.** $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$. **D.** $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$.

Câu 8: Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Giá trị u_6 bằng

A. 160. **B.** -160. **C.** -320. **D.** 320.

Câu 10: Cho số phức $z=2-i$. Môđun của số phức $w=(2+i)\bar{z}$ bằng

A. $5\sqrt{7}$. **B.** 5. **C.** 25. **D.** $\sqrt{5}$.

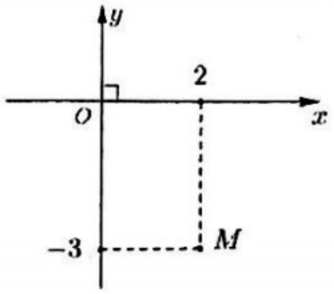
Câu 11: Nếu $\int_1^2 \left[4f(x)-2x\right]dx=1$ thì $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 12: Cho số phức $z=x+yi$ (với $x,y\in\mathbb{R}$) thỏa mãn $z-(2+3i)\bar{z}=1-9i$. Tính xy.

A. $xy=-1$. **B.** $xy=1$. **C.** $xy=-2$. **D.** $xy=2$.

Câu 13: Trong hình vẽ dưới đây, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z. Số phức liên hợp của z là:



A. $-3+2i$. **B.** $2+3i$. **C.** $-2-3i$. **D.** $2-3i$.

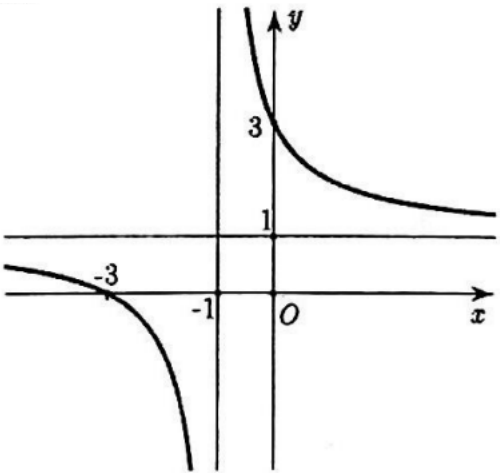
Câu 14: Trong không gian cho hai điểm $A(-3;-4;1), B(-1;0;9)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB là:

A. $\overrightarrow{n_3}(1;2;-4)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}(-2;-4;8)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}(-2;4;8)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}(1;2;4)$.

Câu 15: Một hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Số cách chọn ra 3 viên bi trong hộp là

A. 455. **B.** 15. **C.** 34. **D.** 2730.

Câu 16: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau. Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;3)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Câu 17: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2_{\sqrt{2}}(2x)-2\log_2(4x^2)-8=0$ bằng:

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 18: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-5x}{4x+7}$ là:

A. $y=-\frac{5}{4}$. **B.** $y=\frac{3}{4}$. **C.** $x=-\frac{7}{4}$. **D.** $x=\frac{3}{5}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;0), B(1;1;4), C(-5;3;2)$. Đường thẳng AM với M là trung điểm của đoạn thẳng BC có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+3}{-5}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **B.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{-3}$. **C.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x-3}{-5}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z-3=0$. Khi đó tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là

A. $I(4;2;-2), r=3\sqrt{3}$. **B.** $I(2;1;-1), r=3$. **C.** $I(-2;-1;1), r=3$. **D.** $I(-4;-2;2), r=3\sqrt{3}$
.

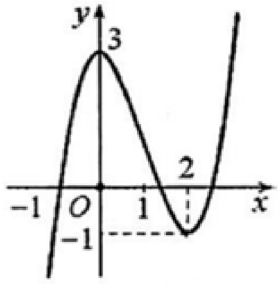
Câu 21: Một hình nón có diện tích xung quang bằng 40π và bán kính đáy $r=5$ thì có độ dài đường sinh bằng

A. 4. **B.** 4π. **C.** 8. **D.** 8π

Câu 22: Nếu $\int_1^5 f(x)dx=-2$ và $\int_1^5 g(x)dx=4$ thì $\int_1^5 [f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. -6. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -2

Câu 23: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có toạ độ là

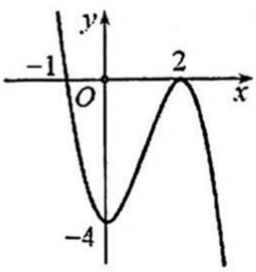


A. $(-1;2)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(2;-1)$.

Câu 24: Một hộp đựng thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai lần không hoàn lại, mỗi lần một thẻ và nhân số ghi trên hai thẻ với nhau. Xác suất để tích nhận được là số chẵn bằng

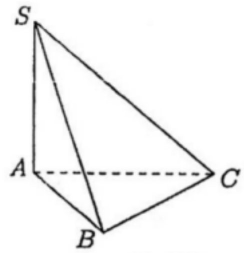
A. $\frac{13}{18}$. **B.** $\frac{25}{36}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ chỉ có một nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có hình vẽ như bên dưới.



A. $m\le -4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>0 \end{array}\right.$. **C.** $m<-4$. **D.** $m>0$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), biết $AB=AC=a, BC=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC).



A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 120^0.

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=\sqrt{4x-x^2}$ và $y=0$ quanh trục ox bằng

A. $\frac{34\pi}{3}$. **B.** $\frac{31\pi}{3}$. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** $\frac{35\pi}{3}$.

Câu 28: Giá trị cực đại của hàm số $y=x^4-2x^2-2$ là

A. $y_{CĐ}=1$. **B.** $y_{CĐ}=-2$. **C.** $y_{CĐ}=-3$. **D.** $y_{CĐ}=0$.

Câu 29: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d=0$. **B.** $d<R$. **C.** $d=R$. **D.** $d>R$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC=2a$. Tính thể tích V của hình lập phương.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $4\sqrt{2}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x+2023$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

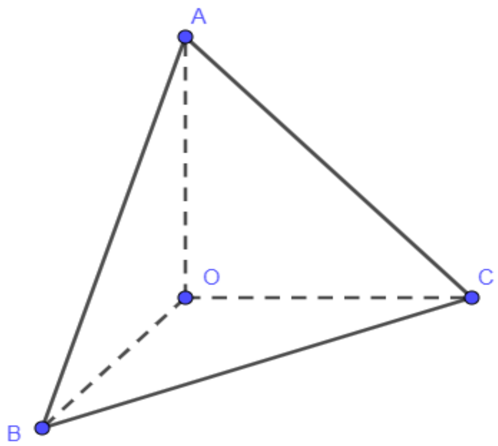
A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=(\sin x-\cos x)^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=-x-\frac{1}{2}\cos 2x+C.$ **B.** $\int f(x)dx=-x+\frac{1}{2}\cos 2x+C.$

C. $\int f(x)dx=x-\frac{1}{2}\cos 2x+C.$ **D.** $\int f(x)dx=x+\frac{1}{2}\cos 2x+C.$

Câu 33: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh $OA;OB;OC$ đôi một vuông góc có $OA=a$; $OB=2a$; $OC=4a$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó thể tích của tứ diện $OABC$ bằng:



A. $4a^3$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{8a^3}{3}$.

Câu 34: Trong không gian Oxyz , cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=1-2t\\z=-2+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d

A. $N(1;-2;1)$. **B.** $M(-3;1;-2)$. **C.** $P(-2;-1;-2)$ **D.** $Q(-3;-1;-2)$

Câu 35: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(-4;2;-1\right)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua trục Oy là

A. $A'\left(4;2;1\right)$. **B.** $A'\left(4;2;-1\right)$. **C.** $A'\left(-4;-2;-1\right)$. **D.** $A'\left(4;-2;1\right)$.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}\geq\frac{1}{27}$ là

A. $\left(-\infty;2\right]$. **B.** $\left[2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;3\right]$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Biết $AD=2a,\ AB=BC=SA=a.$ Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, gọi M là trung điểm của AD. Tính khoảng cách h từ M đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$.

A. $h=\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $h=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $h=\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $h=\frac{a}{3}$.

Câu 39: Cho hình nón $\left(N_1\right)$ có đỉnh S, chiều cao h. Một hình nón $\left(N_2\right)$ có đỉnh là tâm của đáy $\left(N_1\right)$ và có đáy là một thiết diện song song với đáy của $\left(N_1\right)$ như hình vẽ. Khối nón $\left(N_2\right)$ có thể tích lớn nhất khi chiều cao x bằng

A. $x=\frac{2h}{3}$. **B.** $x=\frac{h}{2}$. **C.** $x=\frac{h\sqrt{3}}{3}$. **D.** $x=\frac{h}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F\left(x\right),G\left(x\right)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(5\right)+G\left(5\right)=-2$ và $F\left(3\right)+G\left(3\right)=0$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin2x.f\left(2\sin^2x+3\right)\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $-\frac{1}{2}$.

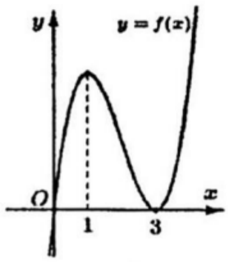
Câu 41: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+m^2-2m=0$ (m là tham số thực). Tính tổng tất cả các giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1+1\right|+\left|z_2+1\right|=4$.

A. $1-\sqrt{3}$. **B.** $2+\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y=2-t\\z=t\end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$. Khoảng cách từ $M(1;4;5)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 43: Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x)+f(x)+m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?



A. 19. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 21.

Câu 44: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ sao cho đẳng thức sau được thỏa mãn $\log_{2022}\left(4^x-2^{x+1}+2023\right)^{y^2+101}-20y-1=0$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 45: Trong không gian Oxyz ,cho hai điểm $A(-2;-1;2)$, $B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): z-1=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác MAB vuông tại M và có diện tích lớn nhất. Tính $T=2a-3b+c$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+2f'(x)=(x-1)\left[4x^2-2x-4-f'(x)\right]$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-20;20]$ để hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+3)x^2+6m(m+3)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

A. 39. **B.** 40. **C.** 37. **D.** 38.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $1\le x,y\le 2023$ và thỏa mãn $(2x+4y-xy-8)\log_2\left(\frac{2x-1}{x-4}\right)\ge(xy+2x+3y+6)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)$?

A. 4038. **B.** 2023. **C.** 2020. **D.** 4040.

Câu 49: Xét hai số phức z_1,z_2 thoả mãn $\left|z_1-\overline{z_1}\right|=2\left|z_1-2-i\right|$ và $\left|z_2+i\right|=\left|z_2+1+2i\right|$. Tính giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1-z_2\right|$ bằng.

A. 4.   **B.** $3\sqrt{2}$.   **C.** $2\sqrt{2}$.   **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 50: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 3a, BC' = 4a$ và $\widehat{BAC} = 30^0$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' và (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AB, BC'. Biết thiết diện của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cắt bởi mặt phẳng (α) có chu vi bằng $9a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{3}a^3$.   **B.** $10\sqrt{6}a^3$.   **C.** $\frac{4\sqrt{13}a^3}{3}$.   **D.** $\frac{3a^3\sqrt{39}}{2}$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1A	2C	3D	4A	5B	6A	7D	8D	9B	10B	11A	12C	13B	14D	15A
16B	17C	18A	19D	20B	21C	22A	23D	24A	25C	26B	27C	28B	29B	30D
31A	32D	33B	34B	35A	36A	37A	38C	39D	40D	41A	42A	43A	44C	45C
46C	47A	48A	49C	50D										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(x^2+2\right)$ là

A. $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+2\right)\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+2\right)\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{2x\ln 3}{x^2+2}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D=\left(-\infty;+\infty\right)$.

$$y'=\left[\log_3\left(x^2+2\right)\right]'=\frac{\left(x^2+2\right)'}{\left(x^2+2\right)\ln 3}=\frac{2x}{\left(x^2+2\right)\ln 3}.$$

Vậy $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+2\right)\ln 3}$.

Câu 2: Trên khoảng $\left(-\infty;2\right)$, đạo hàm của hàm số $y=\left(4-2x\right)^{\pi}$ là

A. $y'=-\dfrac{2}{\pi}\left(4-2x\right)^{\pi-1}$. **B.** $y'=2\pi\left(4-2x\right)^{\pi-1}$.

C. $y'=-2\pi\left(4-2x\right)^{\pi-1}$. **D.** $y'=-2\pi\left(4-2x\right)^{\pi+1}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\pi\left(4-2x\right)^{\pi-1}\left(4-2x\right)'=-2\pi\left(4-2x\right)^{\pi-1}$.

Vậy $y'=-2\pi\left(4-2x\right)^{\pi-1}$.

Câu 3: Với các số thực a,b dương bất kì.Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a-\log_2 b.$ **B.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a+\log_2 b.$

C. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b.$ **D.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a-\log_2 b.$

Lời giải

Ta có: $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=\log_2 2+\log_2 a^3-\log_2 b=1+3\log_2 a-\log_2 b.$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$,cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng $120°$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Do $\left(\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right) = 120° > 90° \Rightarrow \varphi = 180° - 120° = 60°$.

Vậy Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $60°$.

Câu 5: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+10) < \log_{\frac{1}{3}}(4x-9)$

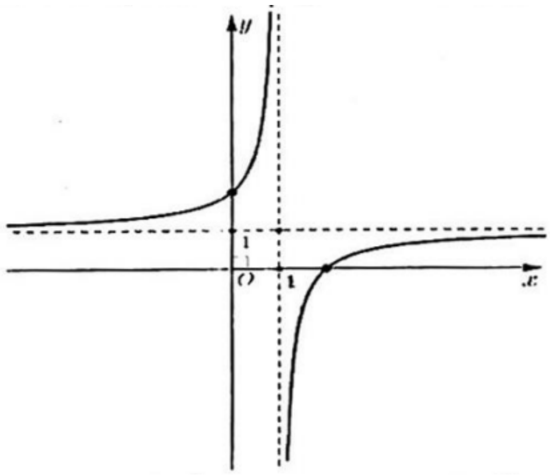
A. 5 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+10) < \log_{\frac{1}{3}}(4x-9) \Leftrightarrow \begin{cases} x+10 > 4x-9 \\ 4x-9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \dfrac{19}{3} \\ x > \dfrac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{9}{4} < x < \dfrac{19}{3}$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm nguyên.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hình dạng như hình vẽ sau:



A. $y = \dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy: TCĐ là $x = 1$, TCN là $y = 1$

Chỉ có hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ có TCĐ là $x = 1$, TCN là $y = 1$

Câu 7: Nếu $\int f(x)dx = \dfrac{1}{x} + \ln x + C$ thì $f(x)$ là

A. $f(x) = -\dfrac{1}{x^2} + \ln x$. **B.** $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2}$.

C. $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$. **D.** $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$.

Lời giải

Ta có: $\left(\dfrac{1}{x}+\ln x\right)'=-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x^2}$

Vậy $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$

Câu 8: Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Lời giải

Đặt $z=x+yi$.

Ta có:

$(z+2i)(\bar{z}+2)=(x+(y+2)i)((x+2)-yi)=x(x+2)+y(y+2)+((x+2)(y+2)-xy)i$

Vì $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo nên

$x(x+2)+y(y+2)=0\Leftrightarrow x^2+y^2+2x+2y=0\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+1)^2=2$

Đây là phương trình đường tròn có tâm $I(-1;-1)$

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Giá trị u_6 bằng

A. 160. **B.** -160. **C.** -320. **D.** 320.

Lời giải

Ta có: $u_6=u_1.q^5=5.(-2)^5=-160.$

Câu 10: Cho số phức $z=2-i$. Môđun của số phức $w=(2+i)\bar{z}$ bằng

A. $5\sqrt{7}$. **B.** 5. **C.** 25. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có: $z=2-i\Rightarrow \bar{z}=2+i$.

Nên: $w=(2+i)\bar{z}=(2+i)(2+i)=3+4i.$

Do đó: $|w|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 11: Nếu $\int\limits_1^2\left[4f(x)-2x\right]dx=1$ thì $\int\limits_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có:

$\int\limits_1^2\left[4f(x)-2x\right]\text{dx}=1\Leftrightarrow 4\int\limits_1^2 f(x)\text{dx}-\int\limits_1^2 2x\text{dx}=1$

$\Leftrightarrow\int\limits_1^2 f(x)\text{dx}=\frac{1}{4}\left(\int\limits_1^2 2x\text{dx}+1\right)=1$.

Câu 12: Cho số phức $z=x+yi$ (với $x,y\in\mathbb{R}$) thỏa mãn $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$. Tính xy.

A. $xy=-1$. **B.** $xy=1$. **C.** $xy=-2$. **D.** $xy=2$.

Lời giải

Ta có:

$z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$

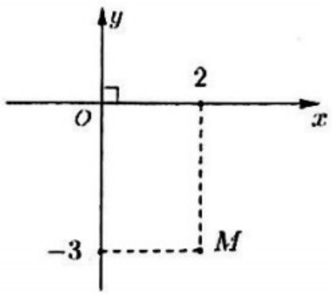
$\Leftrightarrow x+yi-(2+3i)(x-yi)=1-9i$

$\Leftrightarrow(-x-3y)+(-3x+3y)i=1-9i$:

$\Leftrightarrow\begin{cases}-x-3y=1\\-3x+3y=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

$\Rightarrow xy=-2$.

Câu 13: Trong hình vẽ dưới đây, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z. Số phức liên hợp của z là:



A. $-3+2i$. **B.** $2+3i$. **C.** $-2-3i$. **D.** $2-3i$.

Lời giải

Từ hình vẽ suy ra: $M(2;-3)\Rightarrow z=2-3i$

Suy ra số phức liên hợp của z là: $\overline{z}=2+3i$.

Câu 14: Trong không gian cho hai điểm $A(-3;-4;1), B(-1;0;9)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB là:

A. $\overrightarrow{n_3}(1;2;-4)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}(-2;-4;8)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}(-2;4;8)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}(1;2;4)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;4;8)$

Vì mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB nên mặt phẳng nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(2;4;8)$ làm vectơ pháp tuyến, mà vectơ $\overrightarrow{n_1}(1;2;4)$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}=(2;4;8)$. Suy ra mặt phẳng cũng nhận vectơ $\overrightarrow{n_1}(1;2;4)$ làm vectơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **D.**

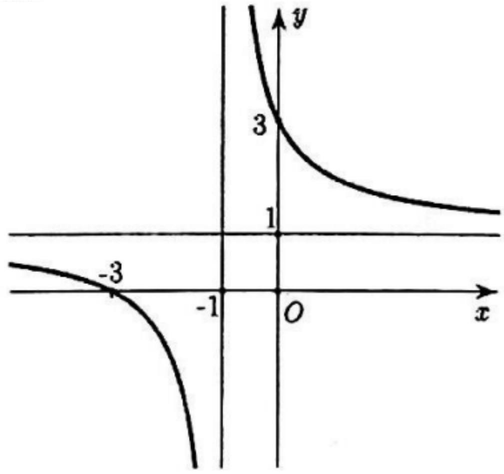
Câu 15: Một hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Số cách chọn ra 3 viên bi trong hộp là

A. 455. **B.** 15. **C.** 34. **D.** 2730.

Lời giải

Số cách chọn ra 3 viên bi trong hộp có 15 viên bi là $C_{15}^{3}=455$ cách.

Câu 16: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau. Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;3)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Lời giải

Câu 17: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}^{2}(2x)-2\log_{2}(4x^{2})-8=0$ bằng:

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x>0$

Phương trình tương đương với $\left(2\log_{2}(2x)\right)^{2}-2\log_{2}(2x)^{2}-8=0\Leftrightarrow 4\left(1+\log_{2}x\right)^{2}-4\left(1+\log_{2}x\right)-8=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_{2}x=-2\\ \log_{2}x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{4}\\ x=2\end{array}\right.$$

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $2+\dfrac{1}{4}=\dfrac{9}{4}$

Câu 18: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-5x}{4x+7}$ là:

A. $y=-\dfrac{5}{4}$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}$. **C.** $x=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $x=\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Ta có, phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(c\neq 0;ad-bc\neq 0\right)$ là $y=\dfrac{a}{c}$.

Do vậy, phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-5x}{4x+7}$ là $y=-\dfrac{5}{4}$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;0), B(1;1;4), C(-5;3;2)$. Đường thẳng AM với M là trung điểm của đoạn thẳng BC có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x+3}{-5}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{-3}$. **C.** $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$. **D.** $\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$.

Lời giải

Vì M là trung điểm của đoạn thẳng BC nên $M\left(-2;2;3\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(-5;4;3\right)$

Phương trình chính tắc của đường thẳng AM đi qua $A(3;-2;0)$ có VTCP $\overrightarrow{AM}=\left(-5;4;3\right)$ là $\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z-3=0$. Khi đó tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là

A. $I(4;2;-2), r=3\sqrt{3}$. **B.** $I(2;1;-1), r=3$. **C.** $I(-2;-1;1), r=3$. **D.** $I(-4;-2;2), r=3\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $a=2, b=1, c=-1, d=-3$

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(2;1;-1\right)$ bán kính $r=\sqrt{2^2+1^2+\left(-1\right)^2+3}=3$

Câu 21: Một hình nón có diện tích xung quang bằng 40π và bán kính đáy $r=5$ thì có độ dài đường sinh bằng

A. 4. **B.** 4π. **C.** 8. **D.** 8π

Lời giải

Ta có $S_{xq}=\pi rl \Rightarrow 40\pi=\pi rl \Rightarrow l=8$

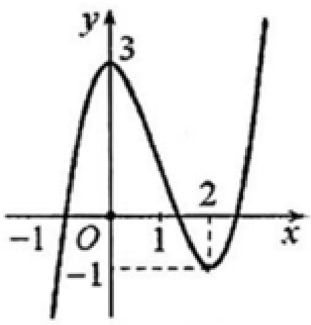
Câu 22: Nếu $\int\limits_1^5 f\left(x\right)dx=-2$ và $\int\limits_1^5 g\left(x\right)dx=4$ thì $\int\limits_1^5\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. -6. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -2

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^5\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx=\int\limits_1^5 f\left(x\right)dx-\int\limits_1^5 g\left(x\right)dx=-2-4=-6$

Câu 23: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có toạ độ là



A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left(0;3\right)$. **C.** $\left(3;0\right)$. **D.** $\left(2;-1\right)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có toạ độ là $(2;-1)$.

Câu 24: Một hộp đựng thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai lần không hoàn lại, mỗi lần một thẻ và nhân số ghi trên hai thẻ với nhau. Xác suất để tích nhận được là số chẵn bằng

A. $\frac{13}{18}$. **B.** $\frac{25}{36}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega)=A_9^2=72$.

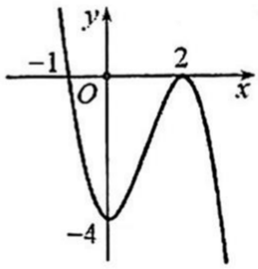
Gọi A là biến cố: "Tích hai số ghi trên hai thẻ là số chẵn''.

$\Rightarrow$ $\overline{A}$: "Tích hai số ghi trên hai thẻ là số lẻ''.

Ta có: $n(\overline{A})=A_5^2=20$. Suy ra: $P(\overline{A})=\frac{20}{72}=\frac{5}{18}$.

Vậy: $P(A)=1-p(\overline{A})=1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ chỉ có một nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có hình vẽ như bên dưới.



A. $m\le -4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>0 \end{array}\right.$. **C.** $m<-4$. **D.** $m>0$.

Lời giải

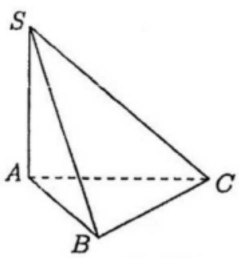
Ta có: $x^3-3x^2+4+m=0 \Leftrightarrow -x^3+3x^2-4=m$

Do đó, số nghiệm của phương trình là số giao điểm giữa đồ thị hàm số (C): $y=-x^3+3x^2-4$ và đường thẳng $y=m$.

Để phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ có một nghiệm duy nhất lớn hơn 2 thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số (C) tại một điểm duy nhất có hoành độ lớn hơn 2.

Dựa vào đồ thị ta có $m<-4$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), biết $AB=AC=a, BC=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC).



A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 120^0.

Lời giải

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$ và $SA \perp AC$

Ta có $\begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SAB),(SAC)}\right) = \left(\widehat{AB, AC}\right) = \left[\begin{array}{l} \widehat{BAC} \quad (0^0 \le \widehat{BAC} \le 90^0) \\ 180^0 - \widehat{BAC} \quad (\widehat{BAC} > 90^0) \end{array}\right.$

Xét ΔABC có $\cos \widehat{BAC} = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \dfrac{a^2 + a^2 - (a\sqrt{3})^2}{2.a.a} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^0$

Vậy $\left(\widehat{(SAB),(SAC)}\right) = 180^0 - 120^0 = 60^0$.

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = \sqrt{4x - x^2}$ và $y = 0$ quanh trục ox bằng

A. $\dfrac{34\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{31\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{35\pi}{3}$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và đường thẳng $y = 0$ là nghiệm phương trình $\sqrt{4x - x^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Do đó, thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và $y = 0$

quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^4 \left(\sqrt{4x - x^2}\right)^2 dx = \pi \int_0^4 (4x - x^2) dx = \pi \left(2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)\Bigg|_0^4 = \frac{32\pi}{3}.$$

Câu 28: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ là

A. $y_{CĐ} = 1$. **B.** $y_{CĐ} = -2$. **C.** $y_{CĐ} = -3$. **D.** $y_{CĐ} = 0$.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, y = -2 \\ x = \pm 1, y = -3 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số có giá trị cực đại bằng -2 tại điểm $x = 0$.

Câu 29: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d=0$. **B.** $d<R$. **C.** $d=R$. **D.** $d>R$.

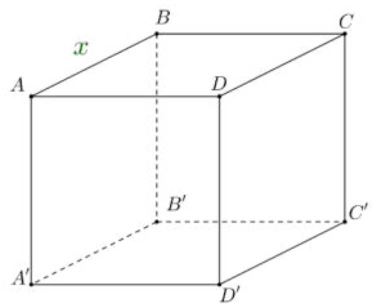
Lời giải

Vì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ nên $d<R$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC=2a$. Tính thể tích V của hình lập phương.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $4\sqrt{2}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải



Gọi x là độ dài cạnh hình lập phương

Ta có: $2x^2=(2a)^2 \Leftrightarrow x=a\sqrt{2}$.

Do đó thể tích khối lập phương là: $V=\left(a\sqrt{2}\right)^3=2\sqrt{2}a^3$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x+2023$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x+2023$.

$f'(x)=x^2+2mx+4$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x)\geq 0 \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'=m^2-4\leq 0 \Leftrightarrow -2\leq m\leq 2$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Có 5 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=(\sin x-\cos x)^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=-x-\frac{1}{2}\cos 2x+C.$ **B.** $\int f(x)dx=-x+\frac{1}{2}\cos 2x+C.$

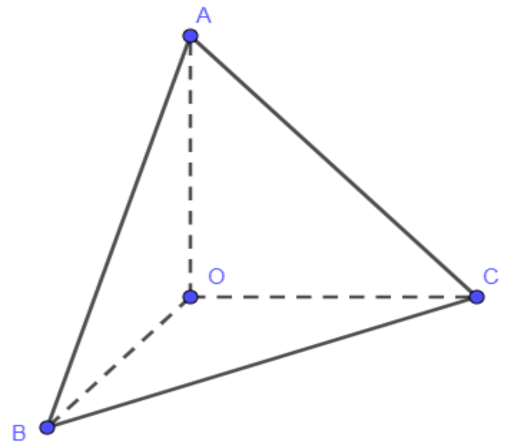
C. $\int f(x)dx=x-\frac{1}{2}\cos 2x+C.$ **D.** $\int f(x)dx=x+\frac{1}{2}\cos 2x+C.$

Lời giải

Ta có $f(x)=(\sin x-\cos x)^2=1-2\sin x\cos x=1-\sin 2x$

Suy ra $\int f(x)dx=\int(1-\sin 2x)dx=x+\frac{1}{2}\cos 2x+C.$

Câu 33: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh $OA;OB;OC$ đôi một vuông góc có $OA=a$; $OB=2a$; $OC=4a$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó thể tích của tứ diện $OABC$ bằng:



A. $4a^3$. **B.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **C.** $8a^3$. **D.** $\dfrac{8a^3}{3}$.

Lời giải

Ta có:

$$V_{OABC}=\frac{1}{6}.OA.OB.OC=\frac{1}{6}.a.2a.4a=\frac{4a^3}{3}$$

Câu 34: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=1-2t\\z=-2+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d

A. $N(1;-2;1)$. **B.** $M(-3;1;-2)$. **C.** $P(-2;-1;-2)$ **D.** $Q(-3;-1;-2)$

Lời giải

Thay tọa độ điểm $M(-3;1;-2)$ vào phương trình tham số của đường thẳng d

$$\begin{cases}-3=-3+t\\1=1-2t\\-2=-2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=0\\t=0\end{cases}.$$

Vậy điểm $M(-3;1;-2)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;2;-1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua trục Oy là

A. $A'(4;2;1)$. **B.** $A'(4;2;-1)$. **C.** $A'(-4;-2;-1)$. **D.** $A'(4;-2;1)$.

Lời giải

Vì hình chiếu vuông góc của A lên trục Oy là điểm $M(0;2;0)$ mà M là trung điểm của AA' nên tọa độ A' là $A'(4;2;1)$.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{27}$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3]$.

Lời giải

Ta có cơ số $0 < a = \frac{1}{3} < 1$.

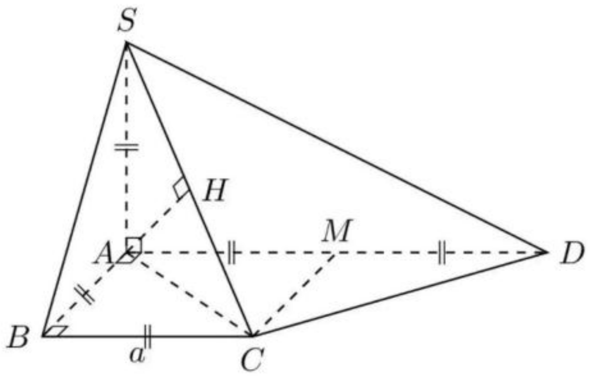
Nên bất phương trình đã cho tương đương $2x-1 \leq \log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{27} \Leftrightarrow 2x-1 \leq 3 \Leftrightarrow 2x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty;2]$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Biết $AD = 2a$, $AB = BC = SA = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, gọi M là trung điểm của AD. Tính khoảng cách h từ M đến mặt phẳng (SCD).

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $h = \frac{a}{3}$.

Lời giải



Vì M là trung điểm của AD nên $\frac{d(A,(SCD))}{d(M,(SCD))} = 2 \Rightarrow d(M,(SCD)) = \frac{1}{2}d(A,(SCD))$.

Trong (SAC) dựng $AH \perp SC$ tại H (1)

Ta có: $\begin{cases} AC \perp CD \\ SA \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A,(SCD)) = AH$.

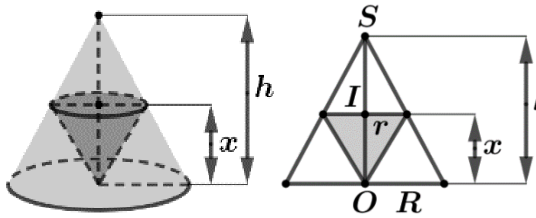
Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $d(M,(SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 39: Cho hình nón (N_1) có đỉnh S, chiều cao h. Một hình nón (N_2) có đỉnh là tâm của đáy (N_1) và có đáy là một thiết diện song song với đáy của (N_1) như hình vẽ. Khối nón (N_2) có thể tích lớn nhất khi chiều cao x bằng

A. $x=\dfrac{2h}{3}$. **B.** $x=\dfrac{h}{2}$. **C.** $x=\dfrac{h\sqrt{3}}{3}$. **D.** $x=\dfrac{h}{3}$.

Lời giải



Xét mặt cắt qua trục hình nón và kí hiệu như hình vẽ. Với O, I lần lượt là tâm đáy của hình nón (N_1), (N_2); R, r lần lượt là các bán kính của hai đường tròn đáy của (N_1), (N_2).

Ta có $\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{r}{R}\Leftrightarrow\dfrac{h-x}{h}=\dfrac{r}{R}\Rightarrow r=\dfrac{R(h-x)}{h}$.

Thể tích khối nón (N_2) là: $V_{(N_2)}=\dfrac{1}{3}\pi r^2x=\dfrac{1}{3}\pi.\dfrac{R^2(h-x)^2}{h^2}.x=\dfrac{\pi R^2}{3h^2}\times x(h-x)^2$.

Xét hàm $f(x)=x(h-x)^2$ với $0<x<h$.

Áp dụng BĐT Cauchy cho 3 số dương, ta có:

$$f(x)=\frac{2x(h-x)(h-x)}{2}\le\frac{1}{2}\left(\frac{2x+h-x+h-x}{3}\right)^3=\frac{4h^3}{27}$$

Đẳng thức xảy ra khi $2x=h-x\Leftrightarrow\ x=\dfrac{h}{3}$.

Vậy $\max\limits_{(0;h)}f(x)=\dfrac{4h^3}{27}$ đạt được khi $x=\dfrac{h}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(5)+G(5)=-2$ và $F(3)+G(3)=0$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x.f\left(2\sin^2x+3\right)\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Đặt $t=2\sin^2x+3\ \Rightarrow dt=4\sin x.\cos x\mathrm{d}x\Rightarrow\dfrac{1}{2}dt=\sin 2x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=3$; $x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=5$.

Ta có: $I=\displaystyle\int_3^5 f(t).\frac{1}{2}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}F(t)\Big|_3^5=\frac{1}{2}\left[F(5)-F(3)\right]$.

Do $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên ta có: $F(x)=G(x)+C$.

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases}F(5)+G(5)=-2\\F(3)+G(3)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}F(5)+F(5)-C=-2\\F(3)+F(3)-C=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}F(5)=-1+\dfrac{C}{2}\\F(3)=\dfrac{C}{2}\end{cases}.$$

Vậy $I=\dfrac{1}{2}\left[F(5)-F(3)\right]=\dfrac{1}{2}\left(-1+\dfrac{C}{2}-\dfrac{C}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 41: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + m^2 - 2m = 0$ (m là tham số thực). Tính tổng tất cả các giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1| + |z_2 + 1| = 4$.

A. $1 - \sqrt{3}$. **B.** $2 + \sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$z^2 - 2mz + m^2 - 2m = 0 \; (*)$

$\Delta' = m^2 - (m^2 - 2m) = 2m$.

Trường hợp 1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 0 \; (1)$

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 với $z_1 = m - \sqrt{2m}$; $z_2 = m + \sqrt{2m}$.

$$|z_1 + 1| + |z_2 + 1| = 4 \Leftrightarrow \left|m - \sqrt{2m} + 1\right| + \left|m + \sqrt{2m} + 1\right| = 4 \Leftrightarrow \left|m - \sqrt{2m} + 1\right| = 3 - m - \sqrt{2m}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m - \sqrt{2m} \ge 0 \\ m^2 + 2m + 1 - 2m\sqrt{2m} + 2m - 2\sqrt{2m} = 9 + m^2 + 2m - 6m - 6\sqrt{2m} + 2m\sqrt{2m} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2m} \le 3 - m \\ 8 - 8m - 4\sqrt{2m} + 4m\sqrt{2m} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m > 0 \\ 2m \le (3 - m)^2 \\ 8(1 - m) - 4\sqrt{2m}(1 - m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m^2 - 8m + 9 \ge 0 \\ (1 - m)\left(8 - 4\sqrt{2m}\right) = 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow m = 1$.

Trường hợp 2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < 0 \; (2)$

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 với $z_1 = m - i\sqrt{|2m|}$; $z_2 = m + i\sqrt{|2m|}$.

$$|z_1 + 1| + |z_2 + 1| = 4 \Leftrightarrow \left|m - i\sqrt{|2m|} + 1\right| + \left|m + i\sqrt{|2m|} + 1\right| = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(m+1)^2 + |2m|} + \sqrt{(m+1)^2 + |2m|} = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(m+1)^2 + |2m|} = 2 \Leftrightarrow (m+1)^2 + |2m| = 4 \Leftrightarrow m^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -\sqrt{3} \\ m = \sqrt{3} \end{array}\right..$$

Đối chiếu điều kiện (2) chỉ nhận giá trị $m = -\sqrt{3}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị m là $S = 1 - \sqrt{3}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y=2-t\\z=t\end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$. Khoảng cách từ $M(1;4;5)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d=(0;-1;1)$. Vectơ pháp tuyến mặt phẳng (Oxy) là $\vec{n}_1=(0;0;1)$.

Gọi vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2>0$

Do $d\subset(P)$ nên $\vec{u}_d.\vec{n}_P=0\Leftrightarrow -b+c=0\Leftrightarrow b=c$.

$$\left(\widehat{(P),(Oxy)}\right)=45°\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n}_P,\vec{n}_1\right)\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

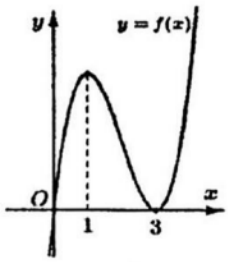
$$\Leftrightarrow\frac{|c|}{\sqrt{a^2+2c^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow 4c^2=2\left(a^2+2c^2\right)\Leftrightarrow a=0.$$

Với $b=c=1$ ta được $\vec{n}_P=(0;1;1)$. Điểm $A(0;2;0)\in d\subset(P)$ nên $A(0;2;0)\in(P)$

$(P): y+z-2=0$.

$$d(M,(P))=\frac{|4+5-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$$

Câu 43: Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x)+f(x)+m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?



A. 19. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 21.

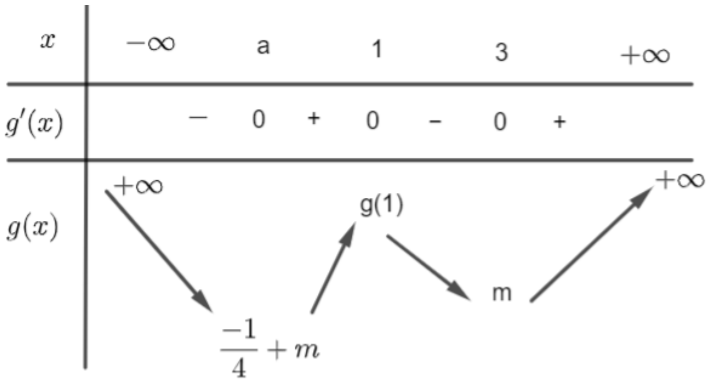
Lời giải

Xét hàm số $g(x)=f^2(x)+f(x)+m$.

Ta có $g'(x)=2f(x).f'(x)+f'(x)=f'(x).\left[2f(x)+1\right]$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{-1}{2} \\ f'(x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a<0 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f^2(x)+f(x)+m$ là



Để hàm số $h(x)=\left|g(x)\right|$ có 3 điểm cực trị thì $\dfrac{-1}{4}+m\geq 0 \Leftrightarrow m\geq \dfrac{1}{4}$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-20;20)$ nên có 19 giá trị m thỏa mãn.

.

Câu 44: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ sao cho đẳng thức sau được thỏa mãn $\log_{2022}\left(4^x-2^{x+1}+2023\right)^{y^2+101}-20y-1=0$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Đặt $m=\log_{2022}\left(4^x-2^{x+1}+2023\right)$. Ta có:

$\left(y^2+101\right).m=20y+1 \Leftrightarrow my^2-20y+101m-1=0$ (*)

Do $m=\log_{2022}\left(4^x-2^{x+1}+2023\right)=\log_{2022}\left(\left(2^x-1\right)^2+2022\right)\geq \log_{2022}2022$ nên $m\geq 1$ (1)

Phương trình (*) có nghiệm y khi và chỉ khi $\Delta'=-101m^2+m+100\geq 0 \Leftrightarrow -\dfrac{100}{101}\leq m\leq 1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $m=1 \Leftrightarrow \log_{2022}\left(4^x-2^{x+1}+2023\right)=1 \Leftrightarrow \left(2^x-1\right)^2+2022=2022 \Leftrightarrow 2^x-1=0 \Leftrightarrow x=0$.

Khi đó: $y^2-20y+100=0 \Leftrightarrow y=10$. Vậy $x=0,\ y=10$.

Câu 45: Trong không gian Oxyz ,cho hai điểm $A\left(-2;-1;2\right)$, $B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):z-1=0$. Điểm $M\left(a;b;c\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$ sao cho tam giác MAB vuông tại M và có diện tích lớn nhất. Tính $T=2a-3b+c$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $M\left(a;b;c\right)\in(P)$ nên ta có $c-1=0\Leftrightarrow c=1$

$\Rightarrow M\left(a;b;1\right)$

Tam giác MAB vuông tại M nên ta có $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$

Có $\overrightarrow{MA}\left(-2-a;-1-b;1\right)$ $\overrightarrow{MB}\left(2-a;-1-b;3\right)$

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0\Leftrightarrow a^2-4+\left(b+1\right)^2+3=0\Leftrightarrow a^2+\left(b+1\right)^2=1\ \left(1\right)$

Diện tích tam giác MAB bằng $\frac{1}{2}MA.MB$

Ta có $\frac{1}{2}MA.MB\le\frac{MA^2+MB^2}{4}=\frac{AB^2}{4}$

Diện tích tam giác MAB đạt giá trị lớn nhất là $\frac{AB^2}{4}$

Dấu "=" xảy ra khi $MA=MB$. Suy ra $MA^2=\frac{AB^2}{2}$

Có $AB=\sqrt{20}$ $\Rightarrow MA^2=10\Leftrightarrow\left(a+2\right)^2+\left(b+1\right)^2+1=10\Leftrightarrow a^2+4a+\left(b+1\right)^2=5\ \left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}a^2+\left(b+1\right)^2=1\\a^2+4a+\left(b+1\right)^2=5\end{cases}$

Giải hệ ta được $\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$

Vậy $T=2a-3b+c=2.1-3\left(-1\right)+1=6$

Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f\left(x\right)+2f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left[4x^2-2x-4-f'\left(x\right)\right]$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right)$ và $y=f'\left(x\right)$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Ta có:

$f\left(x\right)+2f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left[4x^2-2x-4-f'\left(x\right)\right]$

$\Leftrightarrow f\left(x\right)+\left(x+1\right).f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(4x^2-2x-4\right)$

$\Leftrightarrow \int \left[(x+1).f(x)\right]' \mathrm{d}x = \int \left(4x^3 - 6x^2 - 2x + 4\right)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow (x+1).f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 4x + C$

Cho $x=-1$, ta có: $0=-2+C \Leftrightarrow C=2$. Từ đó suy ra $(x+1).f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 4x + 2$ hay $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$. Do đó $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ là

$$x^3 - 3x^2 + 2x + 2 = 3x^2 - 6x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

$$\int_0^4 \left|x^3 - 6x^2 + 8x\right| \mathrm{d}x = 8$$

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20;20]$ để hàm số $y = \left|2x^3 - 3(2m+3)x^2 + 6m(m+3)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

A. 39. **B.** 40. **C.** 37. **D.** 38.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 3(2m+3)x^2 + 6m(m+3)x$, xác định trên $\mathbb{R}$.

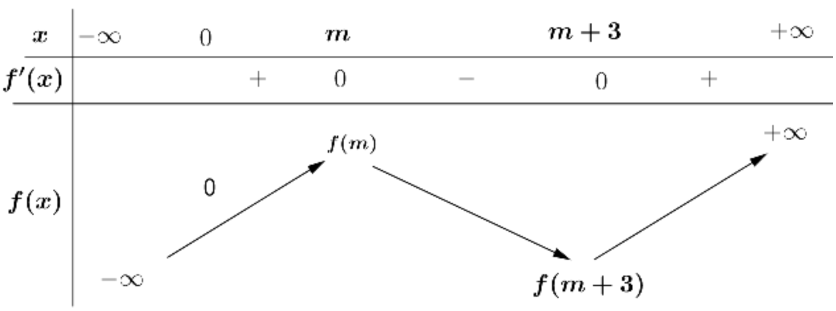
Ta có: $f(0)=0$

$$f'(x) = 6x^2 - 6(2m+3)x + 6m(m+3) = 6\left[x^2 - (2m+3)x + m(m+3)\right]$$

Xét $\Delta = (2m+3)^2 - 4m(m+3) = 9$. Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=m+3 \end{array}\right.$

Trường hợp 1: $0 < m < m+3$

Ta có BBT của hàm số:



Để hàm số $y = \left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ thì $m \geq 2$

Tương tự:

Trường hợp 2: $m \le 0 < m+3$

Để hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$ thì $m+3\ge 2 \Leftrightarrow 0\ge m\ge -1$

Trường hợp 3: $m < m+3 \le 0 \Leftrightarrow m\le -3$

Khi đó hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

Vậy $m\in\left(-\infty;-3\right]\cup\left[-1;0\right]\cup\left[2;+\infty\right)$ nên có 39 giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-20;20\right]$ thỏa mãn.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $\left(x;y\right)$ với $1\le x,y\le 2023$ và thỏa mãn $\left(2x+4y-xy-8\right)\log_2\left(\dfrac{2x-1}{x-4}\right)\ge\left(xy+2x+3y+6\right)\log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right)$?

A. 4038. **B.** 2023. **C.** 2020. **D.** 4040.

Lời giải

+ Điều kiện $\begin{cases} x,y\in\mathbb{N}^*: x,y\le 2023 \\ \dfrac{2x-1}{x-4}>0, \dfrac{2y}{y+2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x,y\in\mathbb{N}^*: x,y\le 2023 \\ x>4, y>0 \end{cases}$.

BPT đã cho tương đương với

$$\left(4-x\right)\left(y-2\right)\log_2\left(\frac{x+3}{x-4}+1\right)\ge\left(x+3\right)\left(y+2\right)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(x-4\right)\left(y-2\right)\log_2\left(\frac{x+3}{x-4}+1\right)+\left(x+3\right)\left(y+2\right)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)\le 0 \text{ (*)}.$$

+ Xét $y=1$ thì (*) thành $-\left(x-4\right)\log_2\left(\dfrac{x+3}{x-4}+1\right)+3\left(x+3\right)\log_3\dfrac{2}{3}\le 0$, rõ ràng BPT này nghiệm đúng với mọi $x>4$ vì $-\left(x-4\right)<0,\ \log_2\left(\dfrac{x+3}{x-4}+1\right)>\log_2 1=0,\ 3\left(x+3\right)>0,\ \log_3\dfrac{2}{3}<0$.

Như vậy trường hợp này cho ta đúng 2019 cặp số nguyên $\left(x;y\right)=\left(x;1\right)$ với $5\le x\le 2023$.

+ Xét $y=2$ thì (*) thành $4\left(x+3\right)\log_3 1\le 0$, BPT này cũng luôn đúng với mọi x mà $5\le x\le 2023, x\in\mathbb{N}$.

Trường hợp này cũng cho ta 2019 cặp số nguyên $\left(x;y\right)=\left(x;2\right)$ với $5\le x\le 2023$.

+ Với $y>2, x>4$ thì $VT\left(*\right)>0$ nên (*) không xảy ra.

Vậy có đúng 4038 cặp số nguyên $\left(x;y\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $\left|z_1-\overline{z_1}\right|=2\left|z_1-2-i\right|$ và $\left|z_2+i\right|=\left|z_2+1+2i\right|$. Tính giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1-z_2\right|$ bằng.

A. 4. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Gọi $z_1=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $\left|z_1-\overline{z_1}\right|=2\left|z_1-2-i\right|$.

$\Leftrightarrow \left|x+yi-x+yi\right|=2\left|x+yi-2-i\right|$.

$\Leftrightarrow \left|2yi\right|=2\left|(x-2)+(y-1)i\right|$.

$\Leftrightarrow 2\sqrt{y^2}=2\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}$.

$\Leftrightarrow y^2=(x-2)^2+(y-1)^2$.

$\Leftrightarrow y=\dfrac{x^2}{2}-2x+\dfrac{5}{2}$.

Vậy tập hợp các điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z_1 là Parabol $(P): y=\dfrac{x^2}{2}-2x+\dfrac{5}{2}$.

Gọi $z_2=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $\left|z_2+i\right|=\left|z_2+1+2i\right|$.

$\Leftrightarrow \left|a+bi+i\right|=\left|a+bi+1+2i\right|$

$\Leftrightarrow \left|a+(b+1)i\right|=\left|(a+1)+(b+2)i\right|$.

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+(b+1)^2}=\sqrt{(a+1)^2+(b+2)^2}$.

$\Leftrightarrow a^2+(b+1)^2=(a+1)^2+(b+2)^2$

$\Leftrightarrow a+b+2=0$.

Vậy tập hợp các điểm $N(x,y)$ biểu diễn số phức z_2 là đường thẳng $\Delta: x+y+2=0$.

Ta có:

$$\left|z_1-z_2\right|=MN\ge d(M,\Delta)=\frac{\left|x+\frac{x^2}{2}-2x+\frac{5}{2}+2\right|}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{x^2}{2}-x+\frac{9}{2}\right|=\frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}(x-1)^2+4\right|\ge 2\sqrt{2}.$$

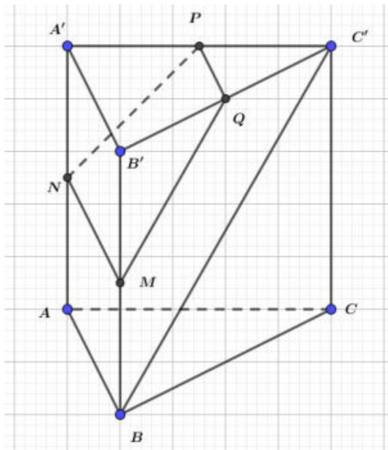
Dấu "=" xẩy ra khi và chỉ khi $x-1=0\Leftrightarrow x=1$.

Vậy $\left|z_1-z_2\right|$ nhỏ nhất bằng $2\sqrt{2}\ khi\ x=1$.

Câu 50: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=3a, BC'=4a$ và $\widehat{BAC}=30^0$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' và (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AB, BC'. Biết thiết diện của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cắt bởi mặt phẳng (α) có chu vi bằng $9a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{3}a^3$. **B.** $10\sqrt{6}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{13}a^3}{3}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{39}}{2}$.

Lời giải



Ta thấy $(\alpha)\cap(ABB'A')=MN$ với N là trung điểm của AA', $MN\ //\ AB, \mathrm{MN}=\mathrm{AB}=3\mathrm{a}$

$(\alpha)\cap(BB'C'C)=MQ$ với Q là trung điểm của $B'C'$, $MQ\ //\ BC', MQ=\frac{1}{2}BC'=2a$

$(\alpha)\cap(A'B'C')=PQ$ với P là trung điểm của $A'C'$, $PQ\ //\ A'B', PQ=\frac{1}{2}A'B'=\frac{3a}{2}$

$(\alpha)\cap(ACC'A')=NP$, $NP\ //\ AC', NP=\frac{1}{2}AC'$

Vậy thiết diện là hình thang $MNPQ$

Mà chu vi của thiết diện là $9a$ nên suy ra $NP=9a-3a-\frac{3a}{2}-2a=\frac{5a}{2}\Rightarrow AC'=5a$

Gọi chiều dài $AC=x, BC=y\ \ (x>0, y>0)$

Áp dụng định lý Côsin vào tam giác ABC ta có

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos A\Leftrightarrow y^2=x^2+9a^2-3a.x.\sqrt{3}$ (1)

Áp dụng định lý Pitago vào hai tam giác vuông $AA'C, BB'C$

Ta có $AA'^2 = 25a^2 - x^2$; $BB'^2 = 16a^2 - y^2$

Suy ra $25a^2 - x^2 = 16a^2 - y^2 \Leftrightarrow y^2 = x^2 - 9a^2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = 2\sqrt{3}a \Rightarrow AA' = a\sqrt{13}$

Vậy $V = S_{ABC}.AA' = \frac{1}{2}.3a.2\sqrt{3}a.\sin 30^0.a\sqrt{13} = \frac{3a^3\sqrt{39}}{2}$