

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 101

Câu 1. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x-1)$.

- A. $y' = \frac{1}{2x-1}$. B. $y' = \frac{2}{2x-1}$. C. $y' = \frac{1}{(2x-1)\ln 2}$. D. $y' = \frac{2}{(2x-1)\ln 2}$.

Câu 2. Với a là số dương tùy ý khác 1, $\log_a \sqrt{a}$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}a$. C. $\frac{1}{2}$. D. $2a$.

Câu 3. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V = 3$. Thể tích khối chóp $A'.AB'C'$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1; \frac{4}{3}\right)$.
B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.
C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.
D. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1; \frac{4}{3}\right)$.

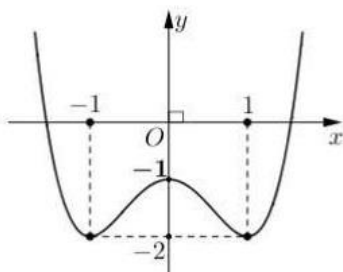
Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin x$ là

- A. $2x^2 + \cos x + C$. B. $x^2 + \cos x + C$. C. $2x^2 - \cos x + C$. D. $x^2 - \cos x + C$.

Câu 6. Cho $\int (x^2 + 1) dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $F'(x) = x^2 + 1$. B. $F'(x) = x^2$. C. $F'(x) = \frac{1}{3}x^3 + x$. D. $F'(x) = \frac{2}{3}x^2 + 1$.

Câu 7. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số là

- A. 1. B. -1. C. 0. D. -2.

Câu 8. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là

- A. $\bar{z} = 5 - 2i$. B. $\bar{z} = 2 + 5i$. C. $\bar{z} = -5i$. D. $\bar{z} = 5i$.

Câu 9. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 2) < 2$.

- A. $(2; 6)$. B. $[2; 6)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(-\infty; 6)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $N(-3; 2)$. B. $Q(-3; -2)$. C. $P(2; 3)$. D. $M(2; -3)$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng 3cm và thể tích bằng $\frac{81}{4} \text{ cm}^3$. Khi đó độ dài cạnh bên của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 3cm. B. $3\sqrt{3}$ cm. C. 4cm. D. $3\sqrt{2}$ cm.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; -2; 3)$, $N(3; 0; -1)$ và I là trung điểm của MN . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{OI} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. B. $\vec{OI} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. C. $\vec{OI} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. D. $\vec{OI} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Câu 13. Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} \leq 243$ là

- A. $x < 7$. B. $x \leq 7$. C. $2 \leq x \leq 7$. D. $x \geq 7$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây **không** phải là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$?

- A. $\vec{u}_4 = (2; 3; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; -3; 1)$. C. $\vec{u}_2 = (-4; -6; 2)$. D. $\vec{u}_1 = (2; 3; -1)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

- A. Đường thẳng $y = 1$. B. Đường thẳng $x = 2$.
C. Đường thẳng $x = 1$. D. Đường thẳng $y = 2$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$

- A. $f'(x) = 2e^{2x-3}$. B. $f'(x) = -2e^{2x-3}$. C. $f'(x) = 2e^{x-3}$. D. $f'(x) = e^{2x-3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			1		-3		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ , với $P(1; 0; 1)$ và $Q(-1; 2; 3)$.

- A. $x - y - z + 3 = 0$. B. $x - y + z + 2 = 0$. C. $x - y - z - 2 = 0$. D. $x - 2y - z + 4 = 0$.

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 11

Câu 20. Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 4π . B. 8π . C. 16π . D. $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 21. Mô đun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng:

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 25.

Câu 22. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $18\pi a^2$ và độ dài đường cao bằng a . Tính bán kính R của đường tròn đáy của hình trụ đã cho theo a .

- A. $R = 3a$. B. $R = 9a$. C. $R = 6a$. D. $R = 18a$.

Câu 23. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 1$ thì $\int_0^1 [2022f(x) + 2023g(x)]dx$ bằng

- A. -2021. B. -2023. C. -2022. D. 4045.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. d nằm trong (P) .
 B. d song song với (P) .
 C. d vuông góc với (P) .
 D. d cắt và không vuông góc với (P) .

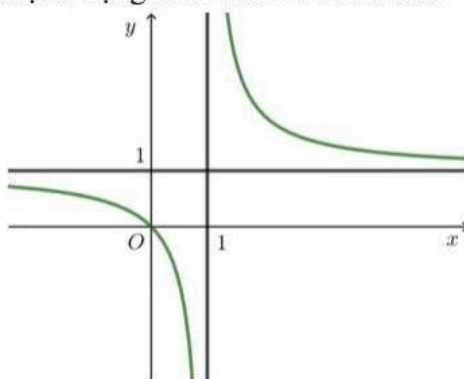
Câu 25. Trong một chiếc hộp có 4 quả bóng đỏ và 3 quả bóng xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 quả. Xác suất để lấy được 2 quả bóng khác màu nhau là

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{4}{7}$. C. 1. D. $\frac{6}{7}$.

Câu 26. Số giao điểm của hai đường cong $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và $y = x^2 - x + 1$ bằng

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 27. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x}{x-1}$. C. $y = \frac{x+1}{1-x}$. D. $y = \frac{x}{1-x}$.

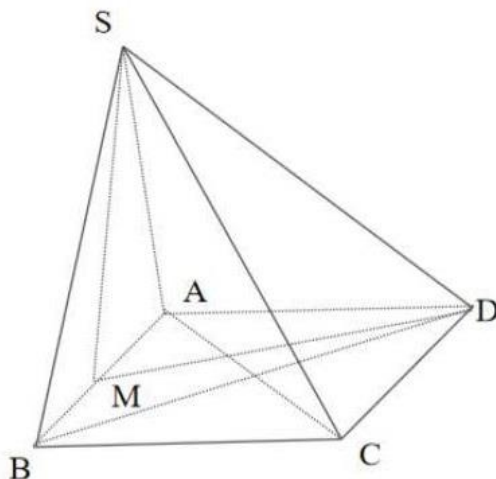
Câu 28. Nếu $\int_{-1}^4 f(x)dx = 3$ và $\int_{-1}^0 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^4 [4e^{2x} + 3f(x)]dx$ bằng

- A. $2e^8 + 2$. B. $2e^8$. C. $2e^8 + 1$. D. $4e^8 - 1$.

Câu 29. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox .

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{81}{10}$. C. $\frac{81\pi}{10}$. D. $\frac{9\pi}{2}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Biết đáy là hình vuông cạnh a , $SM \perp (ABCD)$, tam giác SAB đều



Kí hiệu φ là góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$, khi đó $\tan \varphi$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $4a$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của DO . Khi đó khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $2a$. B. $4a$. C. $2a\sqrt{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				0		
			-4				$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (x; 1-x; 2)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của x để $|\vec{a} + \vec{b}| = 5$.

- A. $\{1; 3\}$. B. $\{3\}$. C. $\{-1; 3\}$. D. $\{-1\}$.

Câu 34. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $7a + 4 + 2bi = -10 + (6 - 5a)i$. Tính $P = (a + b)|z|$

A. $P = 12\sqrt{17}$. B. $P = \frac{72\sqrt{2}}{49}$. C. $P = 24\sqrt{17}$. D. $P = \frac{-4\sqrt{29}}{7}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (5; -2; -1)$. B. $\vec{n} = (5; 2; 1)$. C. $\vec{n} = (-5; 2; -1)$. D. $\vec{n} = (5; 2; -1)$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 37. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng?

A. 6. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 38. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?

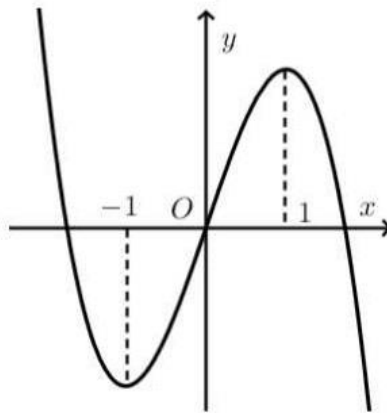
A. 3204. B. 5880. C. 2942. D. 7440.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{khi } x > 2 \\ ax-2a+b & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Biết $\int_0^2 f(x^2+1) \cdot x \cdot dx = 5$. Tính giá trị biểu thức

$T = 2a - b^2 + 1$.

A. 77 B. 79. C. 78 D. 80

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y = |2f(\sin x) - 3\cos 2x - a + 9|$ đồng trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 9. B. 5. C. 8. D. 6.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AB song song với CD , $CD = 7AB$. Gọi M trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$, $(0 < k < 1)$. Tìm giá trị của k để (CDM) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau.

A. $k = \frac{-7+\sqrt{53}}{2}$. B. $k = \frac{-7+\sqrt{65}}{2}$. C. $k = \frac{-7+\sqrt{53}}{4}$. D. $k = \frac{-7+\sqrt{71}}{4}$.

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|(z+1-2i)(1+i)| \leq 4\sqrt{2}$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z - iz$ trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) là hình phẳng (H) có diện tích bằng bao nhiêu?

A. $S = 32$.

B. $S = 32\pi$.

C. $S = 16$.

D. $S = 16\pi$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $3x + 4y - 2 = 0$.

B. $6x + 8y - 11 = 0$.

C. $6x + 8y + 11 = 0$.

D. $3x + 4y + 2 = 0$.

Câu 44. Cửa hàng A có đặt trước sảnh một cái nón lớn với chiều cao 1,35 m và sơn cách điệu hoa văn trang trí một phần mặt ngoài của hình nón ứng với cung nhỏ AB như hình vẽ. Biết $AB = 1,45$ m, $ACB = 150^\circ$ và giá tiền trang trí là 2.000.000 đồng mỗi mét vuông. Hỏi số tiền mà cửa hàng A cần dùng để trang trí là bao nhiêu?

A. 4.215.000 đồng.

B. 4.510.000 đồng.

C. 3.021.000 đồng.

D. 3.008.000 đồng.

Câu 45. Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(\log_{2023}(x^2 + 2) - \log_{2023}(x + 14))(729 - 3^{x-1}) \geq 0$?

A. Vô số.

B. 16.

C. 17.

D. 15.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;2)$, $B(2;-2;0)$. Gọi $I_1(1;1;-1)$ và $I_2(3;1;1)$ là tâm của hai đường tròn nằm trên hai mặt phẳng khác nhau và có chung một dây cung AB . Biết rằng luôn có một mặt cầu (S) đi qua cả hai đường tròn ấy. Tính bán kính R của (S) .

A. $R = 2\sqrt{2}$.

B. $R = 2\sqrt{6}$.

C. $R = \frac{\sqrt{219}}{3}$.

D. $R = \frac{\sqrt{129}}{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = x^2 + (a+x)\sqrt{x^2+1} + ax$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-20;20)$ sao cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị $A(x_0; y_0)$ và $y_0 < -5$?

A. 15.

B. 19.

C. 16.

D. 39.

Câu 48. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z - m| = 4$ và $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

A. 0.

B. 6.

C. 14.

D. 12.

Câu 49. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $(x+2y) \cdot [\log_2(x^2 + y^2) - \log_2(x+2y) - 2y+x] < 6x + y(12-5y)$?

A. 61.

B. 62.

C. 64.

D. 65.

Câu 50. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 2$ và $(2x+1) \cdot f'(x) - 3x^2 = 8x(x^2+1) + 2(3-f(x))$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$.

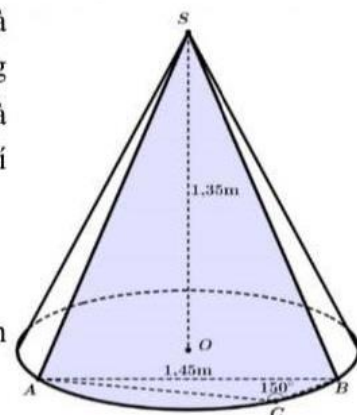
A. $S = \frac{1}{4}$.

B. $S = \frac{3}{4}$.

C. $S = \frac{2}{3}$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

----- HẾT -----



BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	B	D	A	B	B	A	D	B	C	B	A	C	A	D	A	D	C	C	B	A	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	C	C	A	D	D	C	C	B	C	D	D	C	D	D	B	A	D	D	D	B	D	A	D

Câu 1: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x-1)$.

A. $y' = \frac{1}{2x-1}$.

B. $y' = \frac{2}{2x-1}$.

C. $y' = \frac{1}{(2x-1)\ln 2}$.

D. $y' = \frac{2}{(2x-1)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \frac{2}{(2x-1)\ln 2}$.

Câu 2: Với a là số dương tùy ý khác 1, $\log_a \sqrt{a}$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{2}a$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$.

Câu 3: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V = 3$. Thể tích khối chóp $A'.AB'C'$ là

A. $\frac{1}{2}$.

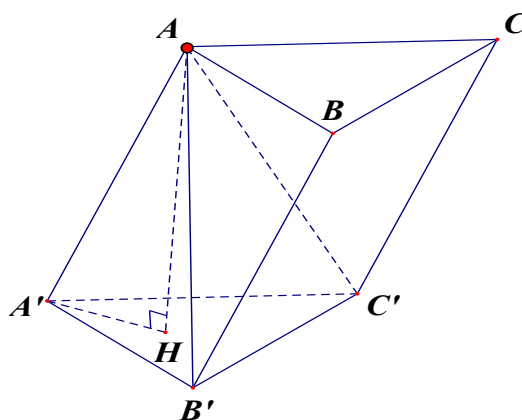
B. 1.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{A'.AB'C'} = V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} S_{A'B'C'} \cdot d(A, (A'B'C')) = \frac{1}{3} V = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		$\frac{4}{3}$		$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1; \frac{4}{3}\right)$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$. D. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1; \frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin x$ là

A. $2x^2 + \cos x + C$.

B. $x^2 + \cos x + C$.

C. $2x^2 - \cos x + C$.

D. $x^2 - \cos x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int (2x + \sin x) dx = x^2 - \cos x + C$.

Câu 6: Cho $\int (x^2 + 1) dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = x^2 + 1$.

B. $F'(x) = x^2$.

C. $F'(x) = \frac{1}{3}x^3 + x$.

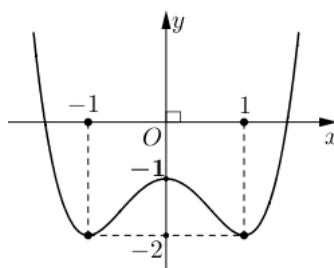
D. $F'(x) = \frac{2}{3}x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int (x^2 + 1) dx = F(x) + C \Rightarrow F'(x) = x^2 + 1$.

Câu 7: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số là

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực đại của hàm số là -1.

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là

A. $\bar{z} = 5 - 2i$.

B. $\bar{z} = 2 + 5i$.

C. $\bar{z} = -5i$.

D. $\bar{z} = 5i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là $\bar{z} = 2 + 5i$.

Câu 9: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2) < 2$.

A. $(2; 6)$.

B. $[2; 6)$.

C. $(6; +\infty)$.

D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải**Chọn A**

$$\log_2(x-2) < 2 \Leftrightarrow 0 < x-2 < 4 \Leftrightarrow 2 < x < 6.$$

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $N(-3; 2)$.

B. $Q(-3; -2)$.

C. $P(2; 3)$.

D. $M(2; -3)$.

Lời giải**Chọn D**

Câu 11: Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng 3cm và thể tích bằng $\frac{81}{4}\text{cm}^3$. Khi đó độ dài cạnh bên của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 3cm .

B. $3\sqrt{3}\text{cm}$.

C. 4cm .

D. $3\sqrt{2}\text{cm}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có diện tích đáy $S = \frac{9\sqrt{3}}{4}$. Vậy cạnh bên $h = \frac{V}{S} = \frac{\frac{81}{4}}{\frac{9\sqrt{3}}{4}} = 3\sqrt{3}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; -2; 3)$, $N(3; 0; -1)$ và I là trung điểm của MN . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OI} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

B. $\overrightarrow{OI} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

C. $\overrightarrow{OI} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

D. $\overrightarrow{OI} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có $I(2; -1; 1)$. Vậy $\overrightarrow{OI} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Câu 13: Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} \leq 243$ là

A. $x < 7$.

B. $x \leq 7$.

C. $2 \leq x \leq 7$.

D. $x \geq 7$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Ta có } 3^{x-2} \leq 243 \Leftrightarrow 3^{x-2} \leq 3^5 \Leftrightarrow x-2 \leq 5 \Leftrightarrow x \leq 7$$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây **không** phải là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$?

A. $\vec{u}_4 = (2; 3; 1)$.

B. $\vec{u}_2 = (-2; -3; 1)$.

C. $\vec{u}_2 = (-4; -6; 2)$.

D. $\vec{u}_1 = (2; 3; -1)$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có véc-tơ không phải là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u}_4 = (2; 3; 1)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. Đường thẳng $y = 1$. B. Đường thẳng $x = 2$.

C. Đường thẳng $x = 1$. D. Đường thẳng $y = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$. Vậy $x = 1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$

A. $f'(x) = 2e^{2x-3}$.

B. $f'(x) = -2e^{2x-3}$.

C. $f'(x) = 2e^{x-3}$.

D. $f'(x) = e^{2x-3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = (e^{2x-3})' = (2x-3)' \cdot e^{2x-3} = 2e^{2x-3}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ , với $P(1; 0; 1)$ và $Q(-1; 2; 3)$.

A. $x - y - z + 3 = 0$.

B. $x - y + z + 2 = 0$.

C. $x - y - z - 2 = 0$.

D. $x - 2y - z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ đi qua trung điểm $I(0; 1; 2)$ của đoạn PQ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{PQ} = (-2; 2; 2) = -2(1; -1; -1)$ có phương trình tổng quát:

$$1(x-0) - 1(y-1) - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - y - z + 3 = 0.$$

Câu 19: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

Giả sử số hạng 1024 là số hạng thứ n . Ta có, $u_n = 1024$ mà $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2^{n-1}$ suy ra $2^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow n = 11$.

Câu 20: Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 4π . B. 8π . **C. 16π .** D. $\frac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Câu 21: Mô đun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

- A. 4. B. 3. **C. 5.** D. 25.

Lời giải

Chọn C

Mô đun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng $|z| = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 22: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $18\pi a^2$ và độ dài đường cao bằng a . Tính bán kính R của đường tròn đáy của hình trụ đã cho theo a .

- A. $R = 3a$. **B. $R = 9a$.** C. $R = 6a$. D. $R = 18a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = 2\pi Rh \Rightarrow R = \frac{S_{xq}}{2\pi h} = 9a$.

Câu 23: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 1$ thì $\int_0^1 [2022f(x) + 2023g(x)]dx$ bằng

- A. -2021.** B. -2023. C. -2022. D. 4045.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 [2022f(x) + 2023g(x)]dx = 2022 \int_0^1 f(x)dx + 2023 \int_0^1 g(x)dx = -2021$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. d nằm trong (P) . B. d song song với (P) .
C. d vuông góc với (P) . **D. d cắt và không vuông góc với (P) .**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{u}_d = (1; -3; -1); \vec{n}_{(P)} = (3; -3; 2): \vec{u}_d \neq k\vec{n}_{(P)}$ nên d không vuông góc với (P) (Loại C).

Mặt khác $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)} = 10 \neq 0$ nên d không nằm trong hay song song với (P) (Loại A, B).

Vậy **Chọn D**

Câu 25: Trong một chiếc hộp có 4 quả bóng đỏ và 3 quả bóng xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 quả. Xác suất để lấy được 2 quả bóng màu khác nhau là

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{4}{7}$.

C. 1.

D. $\frac{6}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_7^2$.

Gọi biến cố A: “Lấy được hai quả bóng khác màu”: $n(A) = C_4^1 \cdot C_3^1$.

Xác suất lấy được hai quả bóng khác màu là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{7}$.

Câu 26: Số giao điểm của hai đường cong $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và $y = x^2 - x + 1$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

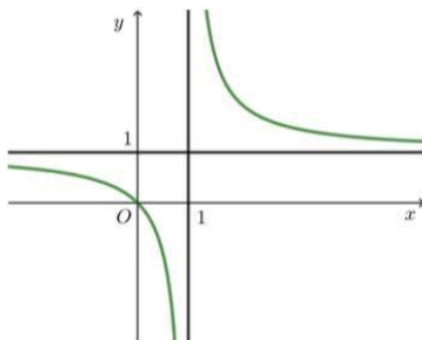
Chọn D

Hoành độ giao điểm của hai đường cong là nghiệm của phương trình:

$$x^3 - x^2 - 2x + 3 = x^2 - x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm của hai đường cong là 3

Câu 27: Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+1}{1-x}$.

D. $y = \frac{x}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận ngang là $y = 1$ nên loại C, D

Giao điểm của đồ thị tại gốc tọa độ $O(0;0)$ nên loại A

Vậy hàm số có đồ thị như hình vẽ là B

Câu 28: Nếu $\int_{-1}^4 f(x)dx = 3$ và $\int_{-1}^0 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^4 [4e^{2x} + 3f(x)]dx$ bằng

A. $2e^8 + 2$.

B. $2e^8$.

C. $2e^8 + 1$.

D. $4e^8 - 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^4 f(x) dx = 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx = 3 \Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx = 3 - \int_{-1}^0 f(x) dx = 3 - 2 = 1$$

$$\text{Suy ra: } \int_0^4 [4e^{2x} + 3f(x)] dx = 4 \int_0^4 e^{2x} dx + 3 \int_0^4 f(x) dx = 2e^{2x} \Big|_0^4 + 3 \cdot 1 = 2e^8 + 1$$

Câu 29: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox .

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{81}{10}$.

C. $\frac{81\pi}{10}$.

D. $\frac{9\pi}{2}$.

Lời giải

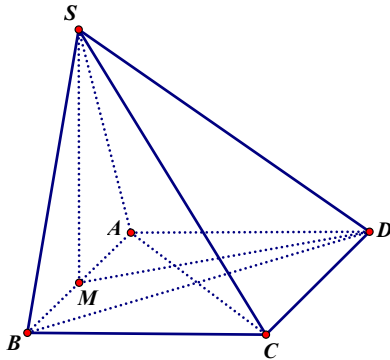
Chọn C

$$\text{Ta có: } x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_1^4 (x^2 - 5x + 4)^2 dx = \frac{81\pi}{10}.$$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Biết đáy là hình vuông cạnh a , $SM \perp (ABCD)$, tam giác SAB đều



Ký hiệu φ là góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$, khi đó $\tan \varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Vì tam giác SAB đều nên M là trung điểm của AB và $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Ta có } \varphi = (\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, DM}) = \widehat{SDM}, MD = \sqrt{AM^2 + AD^2} = a\frac{\sqrt{5}}{2}$$

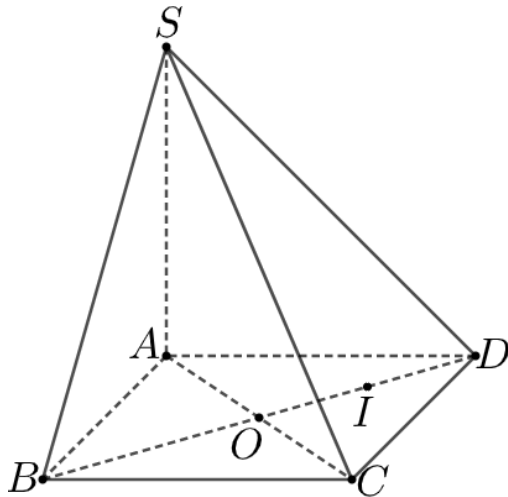
Mặt khác, $\tan \widehat{SDM} = \frac{SM}{MD} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $4a$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của DO . Khi đó khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $2a$. B. $4a$. C. $2a\sqrt{2}$. **D. $a\sqrt{2}$.**

Lời giải

Chọn D



Ta có: $IO \perp AC \Rightarrow IO \perp (SAC) \Rightarrow d(I; (SAC)) = IO = \frac{BD}{4} = \frac{4a\sqrt{2}}{4} = a\sqrt{2}$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				0		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -4 0 $-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?

- A. 2. B. 4. C. 5. **D. 3.**

Lời giải

Chọn D

$f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$ có 3 nghiệm phân biệt, suy ra: $-4 < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Vậy $m \in \{1; 2; 3\}$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (x; 1 - x; 2)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của x để $|\vec{a} + \vec{b}| = 5$.

A. $\{1;3\}$.

B. $\{3\}$.

C. $\{-1;3\}$.

D. $\{-1\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} = (1+x; 3-x; 3)$. Suy ra:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(1+x)^2 + (3-x)^2 + 3^2} = 5 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 34: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $7a + 4 + 2bi = -10 + (6 - 5a)i$. Tính $P = (a + b)|z|$

A. $P = 12\sqrt{17}$.

B. $P = \frac{72\sqrt{2}}{49}$.

C. $P = 24\sqrt{17}$.

D. $P = \frac{-4\sqrt{29}}{7}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } 7a + 4 + 2bi = -10 + (6 - 5a)i \Leftrightarrow \begin{cases} 7a + 4 = -10 \\ 2b = 6 - 5a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 8 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } P = (-2 + 8)\sqrt{(-2)^2 + 8^2} = 6\sqrt{68} = 24\sqrt{17}.$$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (5; -2; -1)$.

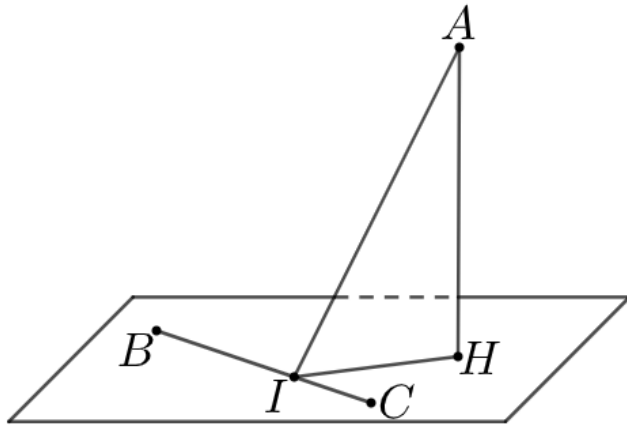
B. $\vec{n} = (5; 2; 1)$.

C. $\vec{n} = (-5; 2; -1)$.

D. $\vec{n} = (5; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH \perp (P)$, $AI \perp BC$, Ta có: $d(A; (P)) = AH = d(A; (P)) \leq AI$

$$\text{Suy ra: } AI \perp (P). \text{ Gọi } BC: \begin{cases} B(2;1;0) \\ \vec{u} = \overrightarrow{BC} = (0; -1; 2) \end{cases}. \text{ Suy ra: } BC: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t \end{cases}$$

Gọi $I(2; 1-t; 2t)$. Ta có: $\overrightarrow{AI} = (-1; -t; 2t-1)$, $AI \perp BC$

$$\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BC} = t + 2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow 5t = 2 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}. \text{ Suy ra: } \overrightarrow{AI} = \left(-1; -\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right). \text{ Chọn } \vec{n} = (5; 2; 1).$$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

$$Y_{cbt} \Leftrightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow x^2(x-1) > 0 \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1.$$

Câu 37: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng?

A. 6.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow S = 3.$$

Câu 38: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?

A. 3204.

B. 5880.

C. 2942.

D. 7440.

Lời giải

Chọn D

Gọi số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7}$

TH1: $a_1 = 0$

Có 4 cách chọn vị trí cho bộ số $\{1; 2; 3\}$

Hoán vị hai số 1 và 3 là $2!$

Chọn ba chữ số khác nhau vào ba vị trí còn lại có A_6^3 cách

$$\Rightarrow 4 \cdot 2! \cdot A_6^3 \text{ số}$$

TH2: Sắp xếp bất kì số có 7 chữ số khác nhau bao gồm cả số 0 đứng đầu

Có 5 cách chọn vị trí cho bộ số $\{1; 2; 3\}$

Hoán vị hai số 1 và 3 là $2!$

Chọn bốn chữ số khác nhau vào bốn vị trí còn lại có A_7^4 cách

$$\Rightarrow 5 \cdot 2! \cdot A_7^4 \text{ số}$$

$$\text{Vậy } 5 \cdot 2! \cdot A_7^4 - 4 \cdot 2! \cdot A_6^3 = 7440 \text{ số.}$$

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{khi } x > 2 \\ ax-2a+b & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Biết $\int_0^2 f(x^2+1) \cdot x dx = 5$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = 2a - b^2 + 1$$

A. 77.

B. 79.

C. 78.

D. 80.

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục tại $x = 2 \Rightarrow 3.2 + 1 = 2a - 2a + b \Leftrightarrow b = 7$

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2xdx$

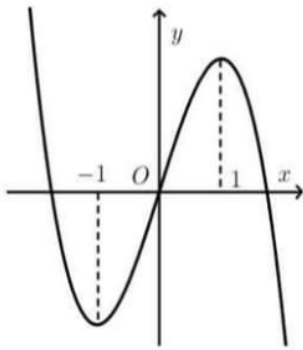
Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = 2 \Rightarrow t = 5 \end{cases}$

Suy ra $\frac{1}{2} \int_1^5 f(t) dt = 5 \Leftrightarrow \int_1^5 f(x) dx = 10 \Leftrightarrow \int_1^2 (ax - 2a + 7) dx + \int_2^5 (3x + 1) dx = 10$

$$\Leftrightarrow a \frac{x^2}{2} - 2ax + 7x \Big|_1^2 = -\frac{49}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}a + 7 = -\frac{49}{2} \Leftrightarrow a = 63$$

Vậy $T = 2.63 - 7^2 + 1$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y = |2f(\sin x) - 3\cos 2x - a + 9|$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 9.

B. 5.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = |2f(\sin x) - 3(1 - 2\sin^2 x) - a + 9| = |2f(\sin x) + 6\sin^2 x + 6 - a|$

Đặt $t = \sin x, t \in (0; 1)$. Khi đó, ta có: $y = |2f(t) + 6t^2 + 6 - a| = \sqrt{[2f(t) + 6t^2 + 6 - a]^2}$

Ta có: $y' = \frac{(2f(t) + 6t^2 + 6 - a)(2f'(t) + 12t)}{\sqrt{[2f(t) + 6t^2 + 6 - a]^2}}$.

Để hàm số đồng biến trên $(0; 1)$ thì

$$y' > 0, \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow (2f(t) + 6t^2 + 6 - a)(2f'(t) + 12t) > 0, \forall t \in (0;1). (1)$$

Dựa vào đồ thị $f'(t)$ ta thấy $2f'(t) + 12t > 0, \forall t \in (0;1)$.

Do đó, $(1) \Leftrightarrow 2f(t) + 6t^2 + 6 - a > 0, \forall t \in (0;1)$

$$\Leftrightarrow a < 2f(t) + 6t^2 + 6, \forall t \in (0;1) \Rightarrow a \leq \min_{[0;1]} \{2f(t) + 6t^2 + 6\}.$$

Xét hàm số $g(t) = 2f(t) + 6t^2 + 6$ trên $[0;1]$.

Ta có: $g'(t) = 2f'(t) + 12t > 0, \forall t \in (0;1)$ suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến trên $(0;1)$

Do đó, $\min_{[0;1]} g(t) = g(0) = 2f(0) + 6.0^2 + 6 = 6$.

Vậy $a \leq 6$. Mà $a \in \mathbb{N}^*$ suy ra $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AB song song với CD , $CD = 7AB$. Gọi M trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$, $(0 < k < 1)$. Tìm giá trị của k để (CDM) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau.

A. $k = \frac{-7 + \sqrt{53}}{2}$.

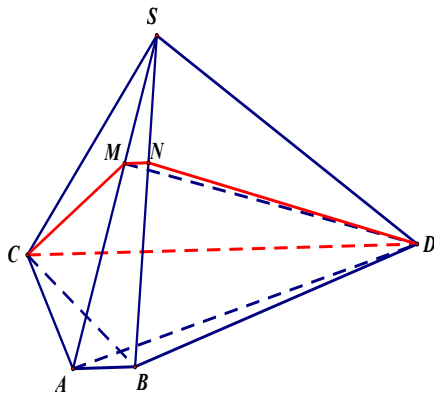
B. $k = \frac{-7 + \sqrt{65}}{2}$.

C. $k = \frac{-7 + \sqrt{71}}{4}$.

D. $k = \frac{-7 + \sqrt{53}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $(CMD) \cap (SAB) = \Delta \begin{cases} \text{qua } M \\ // CD \end{cases}$

Gọi $N = \Delta \cap SB \Rightarrow N = (CDM) \cap SB$. Khi đó, ta có: $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = k$

Đồng thời $mp(CDM)$ chia khối chóp thành hai phần: $S.CMND$ và $ABCDMN$.

Ta có: $V_{S.CDMN} = V_{S.DMC} + V_{S.MNC}$.

Lại có: $\frac{V_{S.DMC}}{V_{S.DAC}} = \frac{SM}{SA} = k$, $\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = k^2$

$$\text{Suy ra } V_{S.CDMN} = V_{S.DMC} + V_{S.MNC} = kV_{S.DAC} + k^2V_{S.ABC}.$$

Mà $CD = 7AB \Rightarrow S_{ACD} = 7.S_{ABC} \Rightarrow V_{S.ACD} = 7V_{S.ABC}$. Do đó, ta có:

$$V_{S.CDMN} = 7kV_{S.ABC} + k^2V_{S.ABC} = (k^2 + 7k)V_{S.ABC} = \frac{1}{2}(k^2 + 7k)V_{S.ABCD}.$$

Lại có $V_{S.CDMN} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$ (do mp(CDM) chia thành hai phần có thể tích bằng nhau)

$$\text{Suy ra } \frac{1}{2}(k^2 + 7k)V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} \Leftrightarrow k^2 + 7k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{-7 + \sqrt{53}}{2}.$$

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|(z+1-2i)(1+i)| \leq 4\sqrt{2}$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z - iz$ trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) là hình phẳng (H) có diện tích bằng bao nhiêu?

A. 32.

B. 32π .

C. 16.

D. 16π .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } |(z+1-2i)(1+i)| \leq 4\sqrt{2} \Leftrightarrow |z+1-2i| \leq 4$$

$$\text{Ta có } w = z(1-i) \Leftrightarrow \frac{w}{1-i} = z \Leftrightarrow \frac{w}{1-i} + 1 - 2i = z + 1 - 2i \Leftrightarrow \left| \frac{w-1-3i}{1-i} \right| = |z+1-2i|$$

$$\Rightarrow |w-1-3i| = |1-i| \cdot |z+1-2i| \leq 4\sqrt{2}.$$

Do đó tập hợp các số phức w là hình tròn tâm $I(1;3)$ với bán kính $R = 4\sqrt{2}$.

Vậy diện tích hình phẳng (H) là: $S = \pi R^2 = 32\pi$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $3x + 4y - 2 = 0$.

B. $6x + 8y - 11 = 0$.

C. $6x + 8y + 11 = 0$.

D. $3x + 4y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;-1)$, $R = 3$.

$$\text{Gọi } M(x; y; z) \in (S) \Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9 \quad (1)$$

Do AM tiếp xúc với (S) nên $AM^2 = IA^2 - R^2 = 25 - 9 = 16$

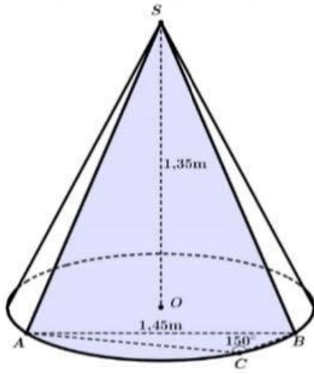
$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16 \quad (2)$$

Từ phương trình (1), (2) ta được: $3x + 4y - 2 = 0$

M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là: $3x + 4y - 2 = 0$

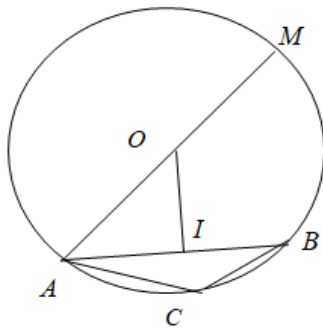
Câu 44: Cửa hàng A có đặt trước sảnh một cái nón lớn với chiều cao $1,35m$ và sơn cách điệu hoa văn trang trí một phần mặt ngoài của hình nón ứng với cung nhỏ AB như hình vẽ. Biết

$AB = 1,34m$, $\widehat{ACB} = 150^\circ$ và giá tiền trang trí là 2.000.000 đồng mỗi mét vuông. Hỏi số tiền mà cửa hàng A cần dùng để trang trí là bao nhiêu?



- A. 4.215.000 đồng. B. 4.510.000 đồng.
C. 3.021.000 đồng. **D. 3.008.000 đồng.**

Lời giải



Chọn D

Dựng đường kính AM , I là hình chiếu vuông góc của O lên AB .

Do $\widehat{ACB} = 150^\circ \Rightarrow$ Số đo cung lớn: $s\widehat{AB} = 300^\circ$

Ta có $s\widehat{AB} = s\widehat{AM} + s\widehat{MB} \Rightarrow s\widehat{MB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{OAI} = 60^\circ$

Xét $\triangle OAI$ có $OA = \frac{OI}{\cos \widehat{OAI}} = \frac{0,725}{\cos 60^\circ} = 1,45m$

Khi đó $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} \approx 1,981m$

Diện tích xung quanh của khối nón: $S_{xq} = 2\pi \cdot SA \cdot OA = \pi \cdot 1,981 \cdot 1,45 = 9,024m$

Diện tích phần trang trí: $S = \left(1 - \frac{300}{360}\right) \cdot S_{xq} = 1,504 (m^2)$

Số tiền cửa hàng cần phải trả: $1,504 \cdot 2000000 = 3.008.000$ đồng.

Câu 45: Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(\log_{2023}(x^2 + 2) - \log_{2023}(x + 14))(729 - 3^{x-1}) \geq 0$

- A. Vô số B. 16. C. 17. **D. 15.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x + 14 > 0 \Leftrightarrow x > -14$

Xét phương trình:

$\log_{2023}(x^2 + 2) - \log_{2023}(x + 14) = 0 \Leftrightarrow \log_{2023}(x^2 + 2) = \log_{2023}(x + 14)$

$\Leftrightarrow x^2 + 2 = x + 14 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$

$$729 - 3^{x-1} = 0 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^6 \Leftrightarrow x-1 = 6 \Leftrightarrow x = 7$$

Lập trục xét dấu về trái của bất phương trình:

x	-14	-3	4	7	$+\infty$
VT	+	0	-	0	-

Nghiệm của bất phương trình: $x \in (-14; -3] \cup [4; 7]$

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-13, \dots, -3, 4, \dots, 7\}$. Có 15 giá trị nguyên thỏa mãn

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; 2), B(2; -2; 0)$. Gọi $I_1(1; 1; -1)$ và $I_2(3; 1; 1)$ là tâm của hai đường tròn nằm trên hai mặt phẳng khác nhau và có chung một dây cung AB . Biết rằng luôn có một mặt cầu (S) đi qua cả hai đường tròn ấy. Tính bán kính R của (S) .

A. $R = 2\sqrt{2}$.

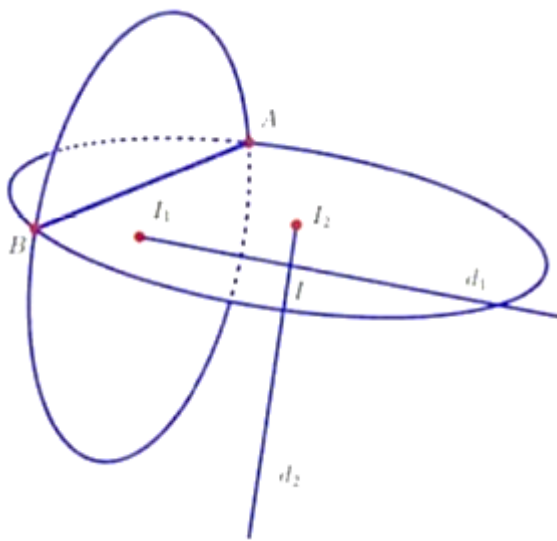
B. $R = 2\sqrt{6}$.

C. $R = \frac{\sqrt{219}}{3}$.

D. $R = \frac{\sqrt{129}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi d_1 là đường thẳng đi qua I_1 và vuông góc với mặt phẳng (I_1AB) , khi đó d_1 chứa tâm các mặt cầu đi qua đường tròn tâm I_1 ; d_2 là đường thẳng đi qua I_2 và vuông góc với mặt phẳng (I_2AB) , khi đó d_2 chứa tâm các mặt cầu đi qua đường tròn tâm I_2 . Do đó, mặt cầu (S) đi qua cả hai đường tròn tâm (I_1) và (I_2) có tâm I là giao điểm của d_1, d_2 và bán kính $R = IA$.

Ta có $\overrightarrow{I_1A} = (-1; 1; 3); \overrightarrow{I_1B} = (1; -3; 1)$. Đường thẳng d_1 có vectơ pháp tuyến là :

$$[\overrightarrow{I_1A}; \overrightarrow{I_1B}] = (10; 4; 2) = 2(5; 2; 1).$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } d_1 \text{ là } d_1: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

Ta có $\overrightarrow{I_2A} = (-3; 1; 1), \overrightarrow{I_2B} = (-1; 3; -1)$. Đường thẳng d_2 có vectơ pháp tuyến là :

$$[\overrightarrow{I_2A}; \overrightarrow{I_2B}] = (2; -4; 10) = 2(1; -2; 5).$$

Phương trình đường thẳng d_2 là $d_2 : \begin{cases} x = 3 + s \\ y = 1 - 2s \\ z = 1 + 5s \end{cases}$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 1 + 5t = 3 + s \\ 1 + 2t = 1 - 2s \\ -1 + t = 1 + 5s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ s = -\frac{1}{3} \end{cases}$. Suy ra $I\left(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{\left(-\frac{8}{3}\right)^2 + \left(2 - \frac{5}{3}\right)^2 + \left(2 + \frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{129}}{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = x^2 + (a+x)\sqrt{x^2+1} + ax$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-20; 20)$ sao cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có cùng một điểm cực trị $A(x_0; y_0)$ và $y_0 < -5$?

A. 15.

B. 19.

C. 16.

D. 39.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = (a+x)\left(x + \sqrt{x^2+1}\right), g > 0 \quad \forall x$$

$$f'(x) = g(x) + \frac{(a+x)g(x)}{\sqrt{x^2+1}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -a = x + \sqrt{x^2+1}.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a < 0$.

x	$-\infty$	$+\infty$
y		$+\infty$
	0	



$$y_0 < -5 \Leftrightarrow f(x) < -5 \text{ có nghiệm.}$$

$$\Leftrightarrow a < \frac{6x - 5\sqrt{x^2+1}}{h} \text{ có nghiệm (Luôn đúng)}$$

x	$-\infty$	$+\infty$
h		$+\infty$
	$-\infty$	



Vậy $a \in \{-19; \dots; -1\} \Rightarrow$ **Chọn B**

Câu 48: Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức $|z - m| = 4$ và

$\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

A. 0.

B. 6.

C. 14.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $z \neq 6$

Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{Z})$

Ta có $|z - m| = 4 \Leftrightarrow |x - m + yi| = 4 \Leftrightarrow (x - m)^2 + y^2 = 16 (C).$

Lại có $\frac{z}{z-6} = 1 + \frac{6}{z-6} = 1 + \frac{6}{x-6+yi} = 1 + \frac{6(x-6-yi)}{(x-6)^2 + y^2} = \frac{6(x-6)}{(x-6)^2 + y^2} - \frac{6i}{(x-6)^2 + y^2} i.$

Khi đó $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo khi $1 + \frac{6(x-6)}{(x-6)^2 + y^2} = 0$

$\Leftrightarrow (x-6)^2 + y^2 + 6(x-6) = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = 9 (C').$

Như vậy (C) có tâm $I(m; 0)$, bán kính $R = 4$ và (C') có tâm $I'(3; 0)$, bán kính $R' = 3$.

Do đó $\overline{II'} = (3 - m; 0) \Rightarrow II' = |m - 3|.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (C)$ và (C') tiếp xúc trong hoặc tiếp xúc ngoài

$$\Leftrightarrow \begin{cases} II' = |R - R'| = 1 \\ II' = R + R' = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 3| = 1 \\ |m - 3| = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 2 \\ m = 10 \\ m = -4 \end{cases} \Rightarrow S = 12.$$

Câu 49: Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình

$$(x + 2y) \cdot [\log_2(x^2 + y^2) - \log_2(x + 2y) - 2y + x] < 6x + y(12 - 5y)?$$

A. 61.

B. 62.

C. 64.

D. 65.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2 + y^2 > 0 \\ x + 2y > 0 \end{cases}.$

Ta có:

$$\begin{aligned}
& (x+2y) \cdot [\log_2(x^2+y^2) - \log_2(x+2y) - 2y+x] < 6x+y(12-5y) \\
\Leftrightarrow & (x+2y) \cdot \log_2\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right) + (x+2y) \cdot (x-2y) < 6x+y(12-5y) \\
\Leftrightarrow & (x+2y) \cdot \log_2\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right) + (x^2-4y^2) - 6x-12y+5y^2 < 0 \\
\Leftrightarrow & (x+2y) \cdot \log_2\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right) + (x^2+y^2) - 6(x+2y) < 0 \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right) + \left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right) - 6 < 0
\end{aligned}$$

Đặt $t = \frac{x^2+y^2}{x+2y} > 0$. Khi đó bất phương trình trở thành: $\log_2 t + t - 6 < 0$ với mọi $t > 0$.

Xét hàm $f(t) = \log_2 t + t - 6$, với $t > 0$. Ta có: $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$ nên hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Mặt khác ta có: $f(4) = \log_2 4 + 4 - 6 = 0$ nên bất phương trình tương đương:

$$f(t) < f(4) \Leftrightarrow t < 4 \Leftrightarrow \frac{x^2+y^2}{x+2y} < 4 \Leftrightarrow x^2+y^2-4x-8y < 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 < 20$$

Suy ra: $(x-2)^2 < 20 \Leftrightarrow 2-\sqrt{2} < x < 2+\sqrt{2}$. Mà x nguyên nên $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Lần lượt thay x vào hệ điều kiện $\begin{cases} x^2+y^2 > 0 \\ x+2y > 0 \\ (x-2)^2 + (y-4)^2 < 20 \end{cases}$ để tìm y và kết hợp lại ta thu được

61 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 2$ và $(2x+1) \cdot f'(x) - 3x^2 = 8x(x^2+1) + 2(3-f(x))$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$.

A. $S = \frac{1}{4}$.

B. $S = \frac{3}{4}$.

C. $S = \frac{2}{3}$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$(2x+1) \cdot f'(x) - 3x^2 = 8x(x^2+1) + 2(3-f(x)) \Leftrightarrow (2x+1) \cdot f'(x) + 2f(x) = 8x^3 + 3x^2 + 8x + 6$$

$$\Leftrightarrow [(2x+1) \cdot f(x)]' = 8x^3 + 3x^2 + 8x + 6$$

$$\Rightarrow (2x+1) \cdot f(x) = \int (8x^3 + 3x^2 + 8x + 6) dx = 2x^4 + x^3 + 4x^2 + 6x + C$$

Mà $f(0) = 2$ nên suy ra $C = 2$. Khi đó:

$$(2x+1).f(x)=2x^4+x^3+4x^2+6x+2=(2x+1)(x^3+2x+2)\Rightarrow f(x)=x^3+2x+2$$

$$\text{Suy ra: } f'(x)=3x^2+2$$

Phương trình hoành độ giao điểm hai đường cong $y=f(x)$, $y=f'(x)$ là:

$$x^3+2x+2=3x^2+2\Leftrightarrow x^3-3x^2+2x=0\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$ bằng:

$$S=\int_0^2\left|(x^3+2x+2)-(3x^2+2)\right|dx=\frac{1}{2}.$$