

ĐỀ THI GÓC – MÃ ĐỀ LẺ

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

- A. 720. B. 45. C. 120. D. 90.

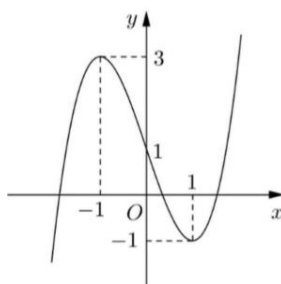
Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{3}$, $u_4 = 3$. Giá trị của u_1 là

- A. $u_1 = \frac{1}{2}$. B. $u_1 = \frac{1}{9}$. C. $u_1 = \frac{1}{81}$. D. $u_1 = -\frac{1}{27}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 4. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$+\infty$	3	$-\infty$	

- A. $(1; 3)$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{3-2x}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là:

- A. $y = \frac{2}{3}; x = 1$. B. $y = -1; x = \frac{2}{3}$. C. $y = -1; x = \frac{3}{2}$. D. $y = \frac{2}{3}; x = \frac{3}{2}$.

Câu 8. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 8$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. $\max_{[-2;2]} y = 3$. B. $\max_{[-2;2]} y = 34$. C. $\max_{[-2;2]} y = 10$. D. $\max_{[-2;2]} y = 30$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x+2022)(x^2-4x+4)$. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $2f(x) + m = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

- A. 7. B. 11. C. 8. D. 13.

Câu 11. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

- A. $y' = \frac{5}{x}$. B. $y' = \frac{\ln 5}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{1}{x \ln 5}$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số là $y = x^e$ trên tập số thực, là

- A. $y' = ex^{e+1}$. B. $y' = ex^{e-1}$. C. $y' = \frac{1}{e} x^{e-1}$. D. $y' = \frac{1}{e+1} x^{e+1}$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x+6} = 27$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = -3$.

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log(3x+2) > 0$.

- A. $S = \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 15. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2 \cdot b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 12. B. 6. C. 3. D. 2.

Câu 16. Tính tổng T tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log^2(10x) - 3\log(100x) \leq -5$

- A. $T = 50$. B. $T = 45$. C. $T = 110$. D. $T = 55$.

Câu 17. Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì

- A. $\int f(2x+1) dx = 2F(2x+1) + C$. B. $\int f(2x+1) dx = \frac{1}{2}F(x) + C$.
C. $\int f(2x+1) dx = F(2x+1) + C$. D. $\int f(2x+1) dx = \frac{1}{2}F(2x+1) + C$.

Câu 18. Họ các nguyên hàm của hàm số là $f(x) = x + \sin x$ là

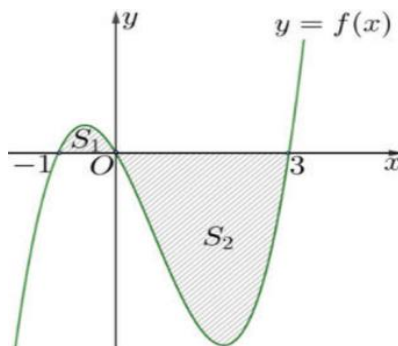
- A. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$. B. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. C. $x^2 + \cos x + C$. D. $x^2 - \cos x + C$.

Câu 19. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 + 3f(x)]dx$ bằng

- A. 32. B. 36. C. 42. D. 46.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết các diện tích $S_1 = \frac{7}{12}$ và $S_2 = \frac{45}{4}$. Tính tích phân

$$I = \int_{-1}^3 f(x)dx.$$



- A. $I = \frac{32}{3}$. B. $I = \frac{71}{6}$. C. $I = -\frac{71}{6}$. D. $I = -\frac{32}{3}$.

Câu 21. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{81}{10}\pi$. B. $V = \frac{81}{10}$. C. $V = \frac{9}{2}$. D. $V = \frac{9}{2}\pi$.

Câu 22. Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4; -2)$. Số phức liên hợp của số phức z bằng

- A. $\bar{z} = -4 - 2i$. B. $\bar{z} = 4 - 2i$. C. $\bar{z} = 4 + 2i$. D. $\bar{z} = -4 + 2i$.

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn $z = 2i(4 + 3i)$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. 6. B. 8. C. -8. D. 10.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |z + 2|$. Tìm khẳng định đúng.

Trong mặt phẳng phức, quỹ tích điểm biểu diễn các số phức z

- A. là đường thẳng $3x + y + 1 = 0$. B. là đường thẳng $3x - y + 1 = 0$.
C. là đường thẳng $3x + y - 1 = 0$. D. là đường thẳng $3x - y - 1 = 0$.

Câu 25. Hình đa diện đều nào sau đây có tất cả các mặt **không** phải là tam giác đều?

- A. Tứ diện đều. B. Hình hai mươi mặt đều.
C. Hình mười hai mặt đều. D. Bát diện đều.

Câu 26. Một khối chóp có thể tích là $30a^3$ và diện tích mặt đáy là $15a^2$. Chiều cao của khối chóp đó bằng

- A. $3a$. B. $2a$. C. $9a$. D. $6a$.

Câu 27. Diện tích toàn phần (S_p) của một hình trụ có độ dài đường sinh $l = 2a$, bán kính $r = a$ bằng

- A. $S_p = \pi a^2$. B. $S_p = 4\pi a^2$. C. $S_p = 6\pi a^2$. D. $S_p = 8\pi a^2$.

Câu 28. Một khối nón có diện tích xung quanh bằng 8π (cm²) và bán kính đáy 2 (cm). Thể tích khối nón là

- A. $V = \frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm³). B. $V = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm³). C. $V = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm³). D. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm³).

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$.

Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là

- A.** $I(2;2;4)$ và $R=3$. **B.** $I(2;2;4)$ và $R=4$. **C.** $I(1;1;2)$ và $R=3$. **D.** $I(1;1;2)$ và $R=4$.

Câu 30. Trong không gian, gọi A là điểm thuộc mặt cầu tâm I bán kính R . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $IA > R$. **B.** $IA = R^2$. **C.** $IA < R$. **D.** $IA = R$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;1;-3)$ là

- A.** $2x + y - 3z - 9 = 0$. **B.** $2x + y - 3z + 9 = 0$. **C.** $x - 2y + 3z - 13 = 0$. **D.** $2x + y - 3z - 13 = 0$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(1;-2;2)$ và $B(3;1;1)$?

- A.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 4 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{7} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2;1;-3)$, song song với (P) và vuông góc đường thẳng d là

- A.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ y = -3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ y = -3 + 1t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = -3 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ y = -3 + t \end{cases}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;-2)$ và đường thẳng d có phương trình

$\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ .

- A.** 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{3}$.

VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 35. Từ một hộp chứa 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời năm bi. Xác suất để 5 bi lấy được có đủ ba màu bằng

- A.** $\frac{185}{273}$. **B.** $\frac{310}{429}$. **C.** $\frac{106}{273}$. **D.** $\frac{136}{231}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A.** $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Câu 37. Cho hàm số $f'(x) = (x-2)^2(x^2 - 4x + 3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = f(x^2 - 10x + m + 9)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 18. B. 16. C. 17. D. 15.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022; 2023]$ để hàm số $y = |3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + m|$ nghịch biến trên khoảng $(3; 4)$?

- A. 2044. B. 2055. C. 2024. D. 2032.

Câu 39. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2(\log_4 x) \cdot \log_4(\log_2 x) = 3$. Giá trị $\log_2 x_1 \cdot \log_2 x_2$ bằng

- A. -6 B. 2 C. 1 D. $\sqrt[4]{2^{33}}$

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_4(9x^2 + 16y^2 + 112y) + \log_3(9x^2 + 16y^2) < \log_4 y + \log_3(684x^2 + 1216y^2 + 720y)?$$

- A. 48. B. 56. C. 64. D. 76.

Câu 41. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn điều kiện $(x+2) \cdot f(x) + (x+1)f'(x) = e^x$ và

$$f(0) = \frac{1}{2}. \text{ Tính } f(2)$$

- A. $f(2) = \frac{e}{3}$. B. $f(2) = \frac{e}{6}$. C. $f(2) = \frac{e^2}{3}$. D. $f(2) = \frac{e^2}{6}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai, liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn

$$f'(x) - 2f(x) \cdot f'(x) + 2x \cdot f'(x) + (x+1)^2 \cdot f''(x) = 0, \forall x \in [0; 1], \quad f'\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 1. \text{ Biết tích phân}$$

$$\int_0^1 [f(x)]^2 dx = \frac{a}{b} \quad (a, b \text{ là các số nguyên dương và } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}), \text{ giá trị của } a+b \text{ bằng}$$

- A. 181. B. 25. C. 10. D. 26.

Câu 43. Trong tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m-1)z + 2m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để PT có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$. Số phần tử của tập S là

- A. 3. B. 1. C. 6. D. 2.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z-6| + |z+6| = 20$. Gọi M, m lần lượt là modun lớn nhất và nhỏ nhất của z . Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 7. D. 14.

Câu 45. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MDA') bằng $\frac{2a}{3}$. Thể tích khối lập phương đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $8a^3$. D. a^3 .

Câu 46. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a ; biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

B. $\frac{3a^3}{2}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 47. Cho hình nón có đỉnh S , chiều cao bằng $3a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho diện tích tam giác SAB bằng $9a^2$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng a . Tính thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho.

A. $\frac{219\pi a^3}{8}$.

B. $\frac{73\pi a^3}{4}$.

C. $\frac{73\pi a^3}{24}$.

D. $\frac{73\pi a^3}{8}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng

$(P): x+2y+2z-7=0$. Gọi I là giao điểm của d và (P) . Biết $IM=9$, khoảng cách từ điểm M thuộc d đến (P) bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. 8 .

D. $2\sqrt{5}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(8;-8;8)$. Gọi M là điểm sao cho $MA=3MO$ (Với O là gốc tọa độ). Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+19=0$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $6+3\sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{3}$.

C. $6-3\sqrt{3}$.

D. 6 .

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$, mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+3=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M , vuông góc với mặt phẳng (α) đồng thời cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $A(-3;1;7)$.

B. $B(1;3;1)$.

C. $C(5;2;9)$.

D. $D(1;-9;2)$.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ LỄ

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

- A.** 720. **B.** 45. **C.** 120. **D.** 90.

Lời giải: Số cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{3}$, $u_4 = 3$. Giá trị của u_1 là

- A.** $u_1 = \frac{1}{2}$. **B.** $u_1 = \frac{1}{9}$. **C.** $u_1 = \frac{1}{81}$. **D.** $u_1 = -\frac{1}{27}$.

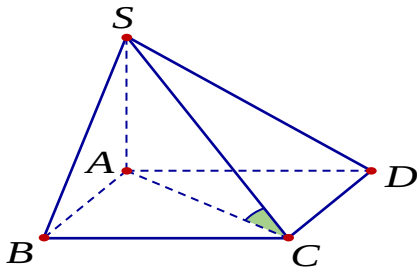
Lời giải: Ta có:
$$\begin{cases} u_2 = u_1 \cdot q = \frac{1}{3} \\ u_4 = u_1 \cdot q^3 = 3 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ q = -3(L) \end{cases}$$

Với $q = 3 \Rightarrow u_1 \cdot 3 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{9}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A.** 30° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 90° .

Lời giải



Ta có hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$ là AC

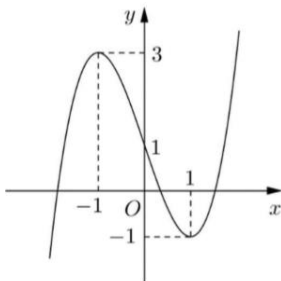
$\Rightarrow$ góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là SCA .

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A ta có $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{15}}{a\sqrt{5}} = \sqrt{3} \Rightarrow SCA = 60^\circ$.

Vậy góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60°

Câu 4. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 1$. **C.** $y = x^4 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ và cắt Oy tại $(0;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải: Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$		$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$+\infty$	3	$-\infty$	

- A.** $(1; 3)$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Lời giải: Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho có điểm cực đại là $x = 1$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{3-2x}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là:

- A.** $y = \frac{2}{3}; x = 1$. **B.** $y = -1; x = \frac{2}{3}$. **C.** $y = -1; x = \frac{3}{2}$. **D.** $y = \frac{2}{3}; x = \frac{3}{2}$.

Lời giải: Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{3-2x} = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số,

$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^+} \frac{2x-1}{3-2x} = -\infty \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 8. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 8$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A.** $\max_{[-2; 2]} y = 3$. **B.** $\max_{[-2; 2]} y = 34$. **C.** $\max_{[-2; 2]} y = 10$. **D.** $\max_{[-2; 2]} y = 30$.

Lời giải: Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (-2; 2) \\ x = -3 \notin (-2; 2) \end{cases}$.

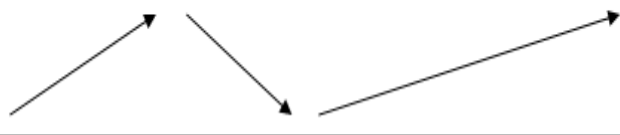
Vì $y(-2) = 30$; $y(1) = 3$; $y(2) = 10$ nên $\max_{[-2; 2]} y = 30$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x+2022)(x^2 - 4x + 4)$. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực tiểu?

- A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải: Giải $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2022)(x^2 - 4x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2022 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2022	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $2f(x) + m = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 7.

B. 11.

C. 8.

D. 13.

Lời giải: Phương trình: $2f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{-m}{2}$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	



The graph shows a function $y = f(x)$ plotted against x . The function has a local maximum at $x = -1$ with $y = 2$ and a local minimum at $x = 3$ with $y = -4$. A horizontal red line is drawn at $y = -\frac{m}{2}$, which intersects the curve at three distinct points. The line is positioned between the local minimum and the local maximum, specifically between $y = -4$ and $y = 2$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \frac{-m}{2}$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi:

$$-4 < \frac{-m}{2} < 2 \Leftrightarrow 8 > m > -4.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}^+$

Suy ra: $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Câu 11. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $y' = \frac{5}{x}$.

B. $y' = \frac{\ln 5}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x}$.

D. $y' = \frac{1}{x \ln 5}$.

Lời giải: Ta có $y' = (\log_5 x)' = \frac{1}{x \ln 5}$

Câu 12. Đạo hàm của hàm số là $y = x^e$ trên tập số thực, là

A. $y' = ex^{e+1}$.

B. $y' = ex^{e-1}$.

C. $y' = \frac{1}{e} x^{e-1}$.

D. $y' = \frac{1}{e+1} x^{e+1}$.

Lời giải: Ta có $y' = (x^e)' = ex^{e-1}$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x+6} = 27$ là

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -2$.

D. $x = -3$.

Lời giải: Ta có: $3^{x+6} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+6} = 3^3 \Leftrightarrow x+6 = 3 \Leftrightarrow x = -3$.

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log(3x+2) > 0$.

A. $S = \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **B.** $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **C.** $S = \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **D.** $S = \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải: Ta có: $\log(3x+2) > 0 \Leftrightarrow 3x+2 > 1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$.

Câu 15. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2 \cdot b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải: Ta có $4^{\log_2(a^2 \cdot b)} = 3a^3 \Leftrightarrow (a^2 \cdot b)^2 = 3a^3 \Leftrightarrow ab^2 = 3$.

Câu 16. Tính tổng T tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log^2(10x) - 3\log(100x) \leq -5$

A. $T = 50$. **B.** $T = 45$. **C.** $T = 110$. **D.** $T = 55$.

Lời giải: Điều kiện: $x > 0$.

Bất phương trình đã cho tương đương với: $(\log 10x)^2 - 3(\log 10 + \log 10x) \leq -5$

$$\Leftrightarrow (\log 10x)^2 - 3\log 10x + 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq \log 10x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq x \leq 10.$$

Do $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \in [1; 10] \end{cases} \Rightarrow x \in \{1; 2; \dots; 10\}$.

Vậy $T = 1 + 2 + 3 + \dots + 10 = \frac{10 \cdot (10+1)}{2} = 55$.

Câu 17. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì

A. $\int f(2x+1)dx = 2F(2x+1) + C$.

B. $\int f(2x+1)dx = \frac{1}{2}F(x) + C$.

C. $\int f(2x+1)dx = F(2x+1) + C$.

D. $\int f(2x+1)dx = \frac{1}{2}F(2x+1) + C$.

Lời giải

Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int \frac{1}{2}f(2x+1)d(2x+1) = \frac{1}{2} \int f(u)du = \frac{1}{2}F(u) + C = \frac{1}{2}F(2x+1) + C$

Câu 18. Họ các nguyên hàm của hàm số là $f(x) = x + \sin x$ là

A. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$.

C. $x^2 + \cos x + C$.

D. $x^2 - \cos x + C$.

Lời giải: Ta có: $F(x) = \int (x + \sin x)dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$

Câu 19. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 + 3f(x)]dx$ bằng

A. 32.

B. 36.

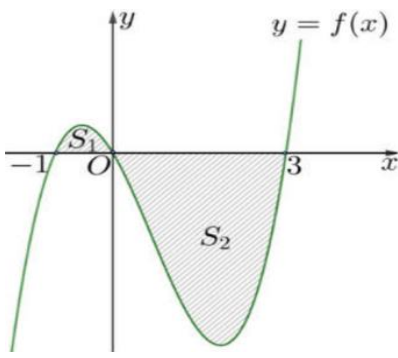
C. 42.

D. 46.

Lời giải: Ta có $\int_2^5 [2 + 3f(x)]dx = \int_2^5 2 \cdot dx + 3 \int_2^5 f(x)dx = 6 + 3 \cdot 10 = 36$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết các diện tích $S_1 = \frac{7}{12}$ và $S_2 = \frac{45}{4}$. Tính tích phân

$I = \int_{-1}^3 f(x)dx$.



A. $I = \frac{32}{3}$.

B. $I = \frac{71}{6}$.

C. $I = -\frac{71}{6}$.

D. $I = -\frac{32}{3}$.

Lời giải: Dựa trên đồ thị hàm số ta có $S_1 = \int_{-1}^0 f(x) dx = \frac{7}{12}$.

$$S_2 = \int_0^3 -f(x) dx = \frac{45}{4} \Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = -\frac{45}{4}.$$

$$\text{Do đó } I = \int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = \frac{7}{12} - \frac{45}{4} = -\frac{32}{3}.$$

Câu 21. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{81}{10} \pi$.

B. $V = \frac{81}{10}$.

C. $V = \frac{9}{2}$.

D. $V = \frac{9}{2} \pi$.

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm: $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 \\ &= \pi \left(3 \cdot 3^3 - \frac{3}{2} \cdot 3^4 + \frac{3^5}{5} \right) = \frac{81}{10} \pi. \end{aligned}$$

Câu 22. Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4; -2)$. Số phức liên hợp của số phức z bằng

A. $\bar{z} = -4 - 2i$.

B. $\bar{z} = 4 - 2i$.

C. $\bar{z} = 4 + 2i$.

D. $\bar{z} = -4 + 2i$.

Lời giải: Số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4; -2)$ là $z = -4 - 2i$. Do đó số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = -4 + 2i$.

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn $z = 2i(4 + 3i)$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. -8.

D. 10.

Lời giải: Ta có: $z = 2i(4 + 3i) = -6 + 8i \Rightarrow \bar{z} = -6 - 8i$.

Vậy phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng -8.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |z + 2|$. Tìm khẳng định đúng.

Trong mặt phẳng phức, quỹ tích điểm biểu diễn các số phức z

A. là đường thẳng $3x + y + 1 = 0$.

B. là đường thẳng $3x - y + 1 = 0$.

C. là đường thẳng $3x + y - 1 = 0$.

D. là đường thẳng $3x - y - 1 = 0$.

Lời giải: Giả sử số phức z có dạng: $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\begin{aligned}
\text{Ta có: } |z-1+i| &= |z+2| \Leftrightarrow |x+yi-1+i| = |x+yi+2| \Leftrightarrow |(x-1)+(y+1)i| = |(x+2)+yi| \\
&\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + y^2} \\
&\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x+2)^2 + y^2 \\
&\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 4x + 4 + y^2 \\
&\Leftrightarrow 6x - 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0
\end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $3x - y + 1 = 0$.

Câu 25. Hình đa diện đều nào sau đây có tất cả các mặt **không** phải là tam giác đều?

- A.** Tứ diện đều. **B.** Hình hai mươi mặt đều.
C. Hình mười hai mặt đều. **D.** Bát diện đều.

Lời giải: Hình mười hai mặt đều có tất cả các mặt là ngũ giác đều.

Câu 26. Một khối chóp có thể tích là $30a^3$ và diện tích mặt đáy là $15a^2$. Chiều cao của khối chóp đó bằng

- A.** $3a$. **B.** $2a$. **C.** $9a$. **D.** $6a$.

Lời giải: $V = \frac{1}{3} S.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3.30a^3}{15a^2} = 6a$.

Câu 27. Diện tích toàn phần (S_p) của một hình trụ có độ dài đường sinh $l = 2a$, bán kính $r = a$ bằng

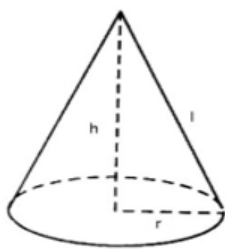
- A.** $S_p = \pi a^2$. **B.** $S_p = 4\pi a^2$. **C.** $S_p = 6\pi a^2$. **D.** $S_p = 8\pi a^2$.

Lời giải: Ta có diện tích toàn phần hình trụ: $S_p = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 4\pi a^2 + 2\pi a^2 = 6\pi a^2$.

Câu 28. Một khối nón có diện tích xung quanh bằng 8π (cm²) và bán kính đáy 2 (cm). Thể tích khối nón là

- A.** $V = \frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm³). **B.** $V = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm³). **C.** $V = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm³). **D.** $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm³).

Lời giải: Ta có: $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{8\pi}{\pi \cdot 2} = 4$.



$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Nên } V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4\pi = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 29. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$.

Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là

- A.** $I(2;2;4)$ và $R=3$. **B.** $I(2;2;4)$ và $R=4$. **C.** $I(1;1;2)$ và $R=3$. **D.** $I(1;1;2)$ và $R=4$.

Lời giải: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2 - (-3)} = 3$.

Câu 30. Trong không gian, gọi A là điểm thuộc mặt cầu tâm I bán kính R. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $IA > R$. **B.** $IA = R^2$. **C.** $IA < R$. **D.** $IA = R$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -3)$ là

- A.** $2x + y - 3z - 9 = 0$. **B.** $2x + y - 3z + 9 = 0$. **C.** $x - 2y + 3z - 13 = 0$. **D.** $2x + y - 3z - 13 = 0$.

Lời giải: Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -3)$ là $2.(x-1) + 1.(y+2) - 3.(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3z + 9 = 0$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(1; -2; 2)$ và $B(3; 1; 1)$?

- A.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B nên có một vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (2; 3; -1)$.

Vậy phương trình chính tắc của Δ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 4 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{7} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 1; -3)$, song song với (P) và vuông góc đường thẳng d là

- A.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ y = -3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ y = -3 + 1t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = -3 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ y = -3 + t \end{cases}$.

Lời giải

Vector chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (7; -5; 1)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (2; -3; 5)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) nên $\vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(P)}$.

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d nên $\vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_d$.

Suy ra: $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = (22; 33; 11)$.

Đường thẳng Δ đi qua A nhận $\vec{u} = (2; 3; 1)$ làm vector chỉ phương.

Từ đó suy ra $\Delta: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = -3 + t \end{cases}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 3; -2)$ và đường thẳng d có phương trình

$\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ .

- A.** 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống đường thẳng $\Delta \Rightarrow MH = d(M; \Delta)$.

Vì $H \in \Delta$ nên H có tọa độ là $H(2+t; 3-2t; 1+t)$.

Ta có $\overrightarrow{MH} = (3+t; -2t; 3+t)$.

Vì $MH \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{MH} \perp \vec{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u_d} = 0 \Leftrightarrow (3+t) - 2(-2t) + (3+t) = 0 \Leftrightarrow 6t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $\overrightarrow{MH} = (2; 2; 2) \Rightarrow d(M; \Delta) = MH = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$.

VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 35. Từ một hộp chứa 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời năm bi. Xác suất để 5 bi lấy được có đủ ba màu bằng

A. $\frac{185}{273}$.

B. $\frac{310}{429}$.

C. $\frac{106}{273}$.

D. $\frac{136}{231}$.

Lời giải

Số cách chọn 5 viên bi trong 15 viên bi là $n(\Omega) = C_{15}^5 = 3003$.

Gọi A : "5 viên bi lấy được có đủ 3 màu"

Gọi $\bar{A}$: "5 viên bi lấy được có không đủ 3 màu"

Chọn 5 viên bi không đủ 3 màu xảy ra các trường hợp

+ 5 viên màu đỏ có 1 cách

+ 5 viên màu vàng có $C_6^5 = 6$ cách.

+ Chỉ có xanh và đỏ có $C_4^4 \cdot C_5^1 + C_4^3 \cdot C_5^2 + C_4^2 \cdot C_5^3 + C_4^1 \cdot C_5^4 = 125$.

+ Chỉ có xanh và vàng có $C_4^4 \cdot C_6^1 + C_4^3 \cdot C_6^2 + C_4^2 \cdot C_6^3 + C_4^1 \cdot C_6^4 = 246$.

+ Chỉ có đỏ và vàng có $C_5^4 \cdot C_6^1 + C_5^3 \cdot C_6^2 + C_5^2 \cdot C_6^3 + C_5^1 \cdot C_6^4 = 455$.

Vậy $n(\bar{A}) = 833 \Rightarrow n(\Omega) - n(\bar{A}) = 2170 \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{310}{429}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SCD) bằng

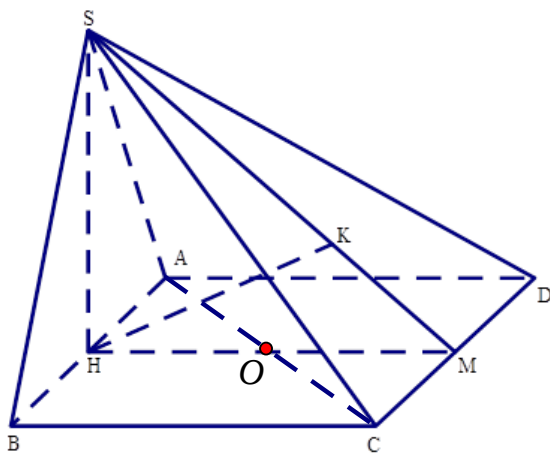
A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

B. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{21}a}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB . Do tam giác SAB đều cạnh a nên $SH \perp AB$ và $SH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$ (1)

Ta có $HO \cap (SCD) = M$ là trung điểm của CD . Suy ra $d(O, (SCD)) = \frac{1}{2} d(H, (SCD))$.

Có: $HM = a$ và $HM \perp CD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SMH)$ nên $(SCD) \perp (SHM)$.

Trong (SHM) , kẻ $HK \perp SM$, suy ra $HK \perp (SCD)$.

Từ đó suy ra $HK = d(H, (SCD))$.

Trong tam giác SHM vuông tại H có HK là đường cao, ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{21}a}{7} \Rightarrow d(O, (SCD)) = \frac{HK}{2} = \frac{\sqrt{21}a}{14}.$$

$$\text{Vậy, } d(O, (SCD)) = \frac{\sqrt{21}a}{14}.$$

Câu 37. Cho hàm số $f'(x) = (x-2)^2(x^2-4x+3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = f(x^2-10x+m+9)$ có 5 điểm cực trị?

A. 18.

B. 16.

C. 17.

D. 15.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1, x = 2 \text{ là nghiệm kép nên khi qua giá trị } x = 2 \text{ thì } f'(x) \\ x = 3 \end{cases}$$

không bị đổi dấu.

Đặt $g(x) = f(x^2-10x+m+9)$ khi đó $g'(x) = f'(u) \cdot (2x-10)$ với $u = x^2-10x+m+9$.

$$\text{Nên } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-10=0 \\ (x^2-10x+m+9-2)^2=0 \\ x^2-10x+m+9=1 \\ x^2-10x+m+9=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ (x^2-10x+m+9-2)^2=0 \\ x^2-10x+m+8=0 \quad (1) \\ x^2-10x+m+6=0 \quad (2) \end{cases}$$

Hàm số $y = f(x^2-10x+m+9)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $g'(x)$ đổi dấu 5 lần

Hay phương trình (1) và phương trình (2) phải có hai nghiệm phân biệt khác 5

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1' > 0 \\ \Delta_2' > 0 \\ h(5) \neq 0 \\ p(5) \neq 0 \end{cases}, \text{ (Với } h(x) = x^2-10x+m+8 \text{ và } p(x) = x^2-10x+m+6).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 17-m > 0 \\ 19-m > 0 \\ -17+m \neq 0 \\ -19+m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 17.$$

Vậy có 16 giá trị nguyên dương m thỏa mãn

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022; 2023]$ để hàm số

$y = |3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + m|$ nghịch biến trên khoảng $(3; 4)$?

A. 2044.

B. 2055.

C. 2024.

D. 2032.

Lời giải

$$f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + m$$

$$f'(x) = 12x^3 - 24x^2 - 36x = 12x(x^2 - 2x - 3)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của $f(x)$

x	$-\infty$	-1	0	3	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		m		$m-32$	$+\infty$

$m-7$ $m-135$ $f(4) = m-32$

Để hàm số $|f(x)|$ nghịch biến trên $(3; 4)$ thì $f(4) = m - 32 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 32$

$$\text{Do } \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2022; 2023] \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2022; \dots; -1; 0; 1; 2; \dots; 32\}$$

Câu 39. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2(\log_4 x) \cdot \log_4(\log_2 x) = 3$. Giá trị $\log_2 x_1 \cdot \log_2 x_2$ bằng

A. -6

B. 2

C. 1

D. $\sqrt[4]{2^{33}}$

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2(\log_4 x) \cdot \log_4(\log_2 x) = 3 \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) \cdot \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) = 3$$

$$\Leftrightarrow [\log_2(\log_2 x) - 1] \cdot \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) = 3. \text{ Đặt } t = \log_2(\log_2 x) \text{ thì } (t-1)t = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$+ t = 3 \Rightarrow \log_2(\log_2 x_1) = 3 \Leftrightarrow \log_2 x_1 = 8$$

$$+ t = -2 \Rightarrow \log_2(\log_2 x_2) = -2 \Leftrightarrow \log_2 x_2 = \frac{1}{4}. \text{ Vậy } \log_2 x_1 \cdot \log_2 x_2 = 2.$$

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_4(9x^2 + 16y^2 + 112y) + \log_3(9x^2 + 16y^2) < \log_4 y + \log_3(684x^2 + 1216y^2 + 720y)?$$

A. 48.

B. 56.

C. 64.

D. 76.

Lời giải

Điều kiện: $y > 0$.

$$\text{Ta có: } \log_4(9x^2 + 16y^2 + 112y) + \log_3(9x^2 + 16y^2) < \log_4 y + \log_3(684x^2 + 1216y^2 + 720y)$$

$$\Leftrightarrow \log_4(9x^2 + 16y^2 + 112y) - \log_4 y < \log_3(684x^2 + 1216y^2 + 720y) - \log_3(9x^2 + 16y^2)$$

$$\Leftrightarrow \log_4\left(\frac{9x^2 + 16y^2 + 112y}{y}\right) < \log_3\left(\frac{684x^2 + 1216y^2 + 720y}{9x^2 + 16y^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_4\left(\frac{9x^2 + 16y^2}{y} + 112\right) < \log_3\left(\frac{720y}{9x^2 + 16y^2} + 76\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_4\left(\frac{9x^2 + 16y^2}{y} + 112\right) - \log_3\left(\frac{720y}{9x^2 + 16y^2} + 76\right) < 0$$

Đặt: $t = \frac{9x^2 + 16y^2}{y} (t > 0)$

Bất phương trình trở thành: $\log_4(t+112) - \log_3\left(\frac{720}{t} + 76\right) < 0 \quad (1).$

Xét hàm số $f(t) = \log_4(t+112) - \log_3\left(\frac{720}{t} + 76\right)$

có $f'(t) = \frac{1}{(t+112)\ln 4} + \frac{720}{(76t^2 + 720t)\ln 3} > 0, \forall t > 0.$

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Mà $f(144) = \log_4(144+112) - \log_3\left(\frac{720}{144} + 76\right) = 0$

Từ đó $(1) \Leftrightarrow f(t) < f(144) \Leftrightarrow t < 144 \Leftrightarrow \frac{9x^2 + 16y^2}{y} < 144 \Leftrightarrow x^2 < \frac{-16y^2 + 144y}{9} \text{ (vì } y > 0)$

Điều kiện: $-16y^2 + 144y > 0 \Leftrightarrow 0 < y < 9$

Đếm các cặp giá trị nguyên của $(x; y)$

Với $y = 1$ hay $y = 8 \Leftrightarrow x^2 < \frac{128}{9} \Leftrightarrow -\frac{8\sqrt{2}}{3} < x < \frac{8\sqrt{2}}{3} \Rightarrow x \in \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$ nên có 14 cặp.

Với $y = 2$ hay $y = 7 \Leftrightarrow x^2 < \frac{224}{9} \Leftrightarrow -\frac{4\sqrt{14}}{3} < x < \frac{4\sqrt{14}}{3} \Rightarrow x \in \{\pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$ nên có 18 cặp.

Với $y = 3$ hay $y = 6 \Leftrightarrow x^2 < 32 \Leftrightarrow -4\sqrt{2} < x < 4\sqrt{2} \Rightarrow x \in \{\pm 5; \pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$ nên có 22 cặp.

Với $y = 4$ hay $y = 5 \Leftrightarrow x^2 < \frac{320}{9} \Leftrightarrow -\frac{8\sqrt{5}}{3} < x < \frac{8\sqrt{5}}{3} \Rightarrow x \in \{\pm 5; \pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$ nên có 22 cặp.

Vậy có 76 cặp giá trị nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 41. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên R , thỏa mãn điều kiện $(x+2) \cdot f(x) + (x+1)f'(x) = e^x$ và

$f(0) = \frac{1}{2}$. Tính $f(2)$

A. $f(2) = \frac{e}{3}$. **B.** $f(2) = \frac{e}{6}$. **C.** $f(2) = \frac{e^2}{3}$. **D.** $f(2) = \frac{e^2}{6}$.

Lời giải

Ta có: $(x+2) \cdot f(x) + (x+1)f'(x) = e^x \Leftrightarrow (x+1)f(x) + f(x) + (x+1)f'(x) = e^x$

$\Leftrightarrow (x+1)f(x) + [(x+1)f(x)]' = e^x \Leftrightarrow e^x(x+1)f(x) + e^x[(x+1)f(x)]' = e^{2x}$

$\Leftrightarrow [e^x(x+1)f(x)]' = e^{2x} \Rightarrow e^x(x+1)f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$

Với $x = 0 \Rightarrow e^0(0+1)f(0) = \frac{1}{2}e^{2 \cdot 0} + C \xrightarrow{f(0) = \frac{1}{2}} C = 0.$

Với $x = 2 \Rightarrow e^2(2+1)f(2) = \frac{1}{2}e^{2 \cdot 2} + 0 \Rightarrow f(2) = \frac{e^2}{6}.$

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai, liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn

$$f'(x) - 2f(x) \cdot f'(x) + 2x \cdot f'(x) + (x+1)^2 \cdot f''(x) = 0, \forall x \in [0;1], \quad f'\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 1. \text{ Biết tích phân}$$

$$\int_0^1 [f(x)]^2 dx = \frac{a}{b} \quad (a, b \text{ là các số nguyên dương và } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}), \text{ giá trị của } a+b \text{ bằng}$$

A. 181.

B. 25.

C. 10.

D. 26.

Lời giải

$$f'(x) - 2f(x)f'(x) + 2x \cdot f'(x) + (x+1)^2 \cdot f''(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow f'(x) + f'(x) + 2xf'(x) + (x+1)^2 \cdot f''(x) = 2f(x)f'(x) + f'(x)$$

$$\Leftrightarrow (2x+2)f'(x) + (x+1)^2 \cdot f''(x) = 2f(x)f'(x) + f'(x)$$

$$\Leftrightarrow (2x+2)f'(x) + (x+1)^2 \cdot f''(x) = 2f(x)f'(x) + f'(x) \Leftrightarrow [(x+1)^2 \cdot f'(x)]' = [2f(x)+1]f'(x)$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 \cdot f'(x) = f^2(x) + f(x) + C_1.$$

Theo giả thiết: $f'\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{9}{4} = 2 + C_1 \Leftrightarrow C_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow (x+1)^2 \cdot f'(x) = f^2(x) + f(x) + \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x) + f(x) + \frac{1}{4}} = \frac{1}{(x+1)^2} \quad (f(x) > 0).$$

$$\text{Do đó } \int \frac{f'(x)dx}{\left(f(x) + \frac{1}{2}\right)^2} = \int \frac{1}{(x+1)^2} dx \Rightarrow \frac{-1}{f(x) + \frac{1}{2}} = \frac{-1}{(x+1)} + C_2$$

Theo giả thiết:

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow C_2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{f(x) + \frac{1}{2}} = \frac{1}{(x+1)} \Rightarrow f(x) = x + \frac{1}{2} \Rightarrow \int_0^1 [f(x)]^2 dx = \int_0^1 \left[x + \frac{1}{2}\right]^2 dx = \frac{13}{12}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=13 \\ b=12 \end{cases} \Rightarrow a+b=25$$

Câu 43. Trong tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m-1)z + 2m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để PT có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$. Số phần tử của tập S là

A. 3.

B. 1.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Xét phương trình $z^2 - 2(m-1)z + 2m - 2 = 0$, ta có:

$$\Delta' = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot (2m-2) = m^2 - 4m + 3.$$

$$\text{TH1: } \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}.$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = 2(m-1) \\ z_1 z_2 = 2m-2 \end{cases}.$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } |z_1| = |z_2| \Leftrightarrow z_1 = -z_2$$

$$\Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0$$

$$\Rightarrow 2(m-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1.$$

$$\text{TH2: } \Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3$$

Phương trình luôn có hai nghiệm phức z_1, z_2 luôn thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$.

Do đó $S = \{2\}$.

Vậy tổng các phần tử của tập S là 1.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z-6| + |z+6| = 20$. Gọi M, m lần lượt là modun lớn nhất và nhỏ nhất của z . Giá trị của $M - m$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 7.

D. 14.

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo giả thiết, ta có: $|z-6| + |z+6| = 20$

$$\Leftrightarrow |x-6+yi| + |x+6+yi| = 20 \Leftrightarrow \sqrt{(x-6)^2 + y^2} + \sqrt{(x+6)^2 + y^2} = 20 \quad (*)$$

Gọi $M(x, y), F_1(6; 0)$ và $F_2(-6; 0)$

Khi đó $(*) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 20 > F_1F_2 = 12$ nên tập hợp các điểm M là đường elip (E) có hai tiêu điểm F_1 và F_2 , và độ dài trục lớn bằng 20

ta có $c = 6; 2a = 20 \Leftrightarrow a = 10$ và $b^2 = a^2 - c^2 = 64 \Rightarrow b = 8$

Do đó, phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

Suy ra $\max|z| = OA = OA' = 10$ khi $z = \pm 10$ và $\min|z| = OB = OB' = 8$ khi $z = \pm 8i$

Vậy $M - m = 2$

*** Nhận xét:** Ở trên ta đã sử dụng định nghĩa để nhận dạng được phương trình elip

Câu 45. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MDA') bằng $\frac{2a}{3}$. Thể tích khối lập phương đã cho bằng

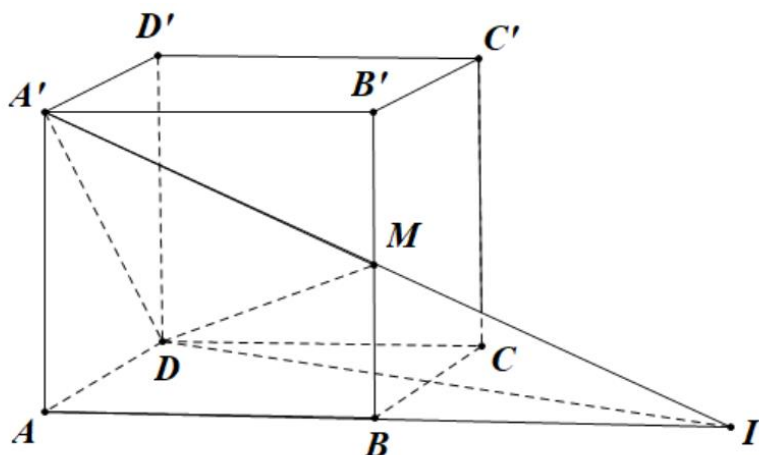
A. $\frac{a^3}{3}$.

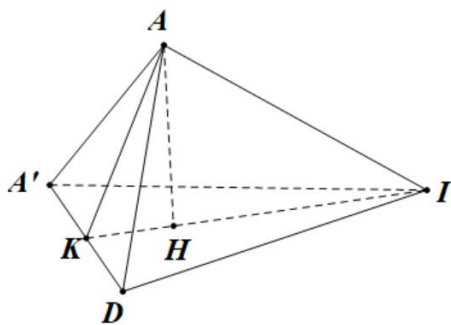
B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $8a^3$.

D. a^3 .

Lời giải





Gọi độ dài cạnh lập phương là x ($x > 0$). Gọi $I = AB \cap A'M$, do M là trung điểm của BB' và $BB' \parallel AA'$ nên B là trung điểm của AI , suy ra $AI = 2x$.

Ta có $d(A, (A'DM)) = d(A, (A'DI)) = AH$, với $AH \perp IK$ tại H , $A'D \perp IK$ tại K .

Vì tứ diện $AA'DI$ có AA' , AD , AI đôi một vuông góc nên $AH \perp (A'DI)$.

Xét hai tam giác vuông AKI , $A'DI$ có đường cao lần lượt là AH , AK , khi đó

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{9}{4x^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow x = a.$$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a ; biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

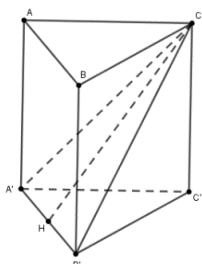
A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

B. $\frac{3a^3}{2}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải



Ta có $AB \parallel A'B' \Rightarrow AB \parallel (A'B'C) \Rightarrow d_{(AB, A'C)} = d_{(AB, (A'B'C))} = d_{(B, (A'B'C))} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$

Đặt $AA' = x > 0$.

Tam giác $CA'B'$ cân tại C , $CA' = CB' = \sqrt{a^2 + x^2}$.

Diện tích tam giác $CA'B'$ là

$$S_{CA'B'} = \frac{1}{2} CH \cdot A'B' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{a^2 + x^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{\frac{3a^2 + 4x^2}{4}} = \frac{1}{4} a \sqrt{3a^2 + 4x^2}$$

Thể tích lăng trụ $V = x \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ (1)

Lại có $V = 3V_{B.A'B'C} = 3 \cdot \frac{1}{3} d_{(B, (A'B'C))} \cdot S_{A'B'C} = \frac{a\sqrt{15}}{5} \cdot \frac{1}{4} a \sqrt{3a^2 + 4x^2}$.

Do đó $x \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{15}}{5} \cdot \frac{1}{4} a \sqrt{3a^2 + 4x^2} \Leftrightarrow 5x\sqrt{3} = \sqrt{15} \cdot \sqrt{3a^2 + 4x^2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$.

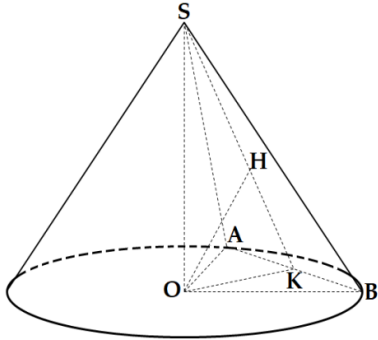
$$V = x \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}.$$

Câu 47. Cho hình nón có đỉnh S , chiều cao bằng $3a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho diện

tích tam giác SAB bằng $9a^2$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng a .
Tính thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho.

- A. $\frac{219\pi a^3}{8}$. B. $\frac{73\pi a^3}{4}$. C. $\frac{73\pi a^3}{24}$. D. $\frac{73\pi a^3}{8}$.

Lời giải



Gọi O , R lần lượt là tâm và bán kính đáy của khối nón.

Gọi K , H lần lượt là hình chiếu của O lên AB , SK .

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp OK \\ AB \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SOK). \text{ Suy ra } AB \perp OH.$$

$$\left. \begin{array}{l} OH \perp SK \\ OH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow OH \perp (SAB). \text{ Suy ra khoảng cách từ tâm } O \text{ đến mặt phẳng } (SAB) \text{ bằng } OH.$$

Trong tam giác vuông SOK có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} \Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{(3a)^2} = \frac{8}{9a^2} \Rightarrow$

$$OK = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

$$SK^2 = SO^2 + OK^2 = (3a)^2 + \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{81a^2}{8} \Rightarrow SK = \frac{9a\sqrt{2}}{4}.$$

Tam giác cân SAB có

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} SK \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{2 \cdot S_{\triangle SAB}}{SK} = \frac{2 \cdot 9a^2}{\frac{9a\sqrt{2}}{4}} = 4a\sqrt{2}.$$

Suy ra $BK = 2a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông OBK có $OB = \sqrt{OK^2 + BK^2} = \sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + (2a\sqrt{2})^2} = \frac{a\sqrt{146}}{4}.$

Thể tích khối nón bằng $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{146}}{4}\right)^2 \cdot 3a = \frac{73\pi a^3}{8}.$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng

$(P): x+2y+2z-7=0$. Gọi I là giao điểm của d và (P) . Biết $IM=9$, khoảng cách từ điểm M thuộc d đến (P) bằng

- A. $\sqrt{15}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 8 . D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Từ giả thiết suy ra đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; 1)$, mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 2)$.

$$\text{Gọi } \alpha \text{ là góc giữa } d \text{ và } (P) \Rightarrow \sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{8}{3 \cdot 3} = \frac{8}{9}$$

$$\text{Mà } \sin \alpha = \frac{d(M, (P))}{IM} \Rightarrow d(M, (P)) = 8.$$

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(8; -8; 8)$. Gọi M là điểm sao cho $MA = 3MO$ (Với O là gốc tọa độ). Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 19 = 0$ đạt giá trị nhỏ nhất là

- A. $6 + 3\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $6 - 3\sqrt{3}$. D. 6.

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$. Khi đó $MA = 3MO$

$$\Leftrightarrow (x-8)^2 + (y+8)^2 + (z-8)^2 = 9(x^2 + y^2 + z^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 2z - 24 = 0$$

Suy ra tập hợp các điểm M thỏa $MA = 3MO$ là mặt cầu (S) tâm $I(-1; 1; -1)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Vì $d(I, (P)) = 6 > R$ nên (P) không cắt (S) .

Do đó khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) đạt giá trị nhỏ nhất là

$$d_{\min} = d(I, (P)) - R = 6 - 3\sqrt{3}.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -1)$, mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M , vuông góc với mặt phẳng (α) đồng thời cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

- A. $A(-3; 1; 7)$. B. $B(1; 3; 1)$. C. $C(5; 2; 9)$. D. $D(1; -9; 2)$.

Lời giải: Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (A; B; C)$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$.

(P) đi qua điểm $M(1; 2; -1)$ nên phương trình của (P) là

$$A(x-1) + B(y-2) + C(z+1) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz - A - 2B + C = 0$$

Do $(P) \perp (\alpha)$ nên $\vec{n_p} \cdot \vec{n_\alpha} = 0 \Leftrightarrow A + 2B - C = 0 \Leftrightarrow C = A + 2B$.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$

(P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(I, (P))$ lớn nhất.

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{|A - 2B + C - A - 2B + C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|2C - 4B|}{\sqrt{A^2 + B^2 + (A + 2B)^2}} = \frac{|2A|}{\sqrt{2A^2 + 5B^2 + 4AB}}.$$

* $A = 0$: $d(I, (P)) = 0$.

$$* A \neq 0: d(I, (P)) = \frac{2}{\sqrt{2 + 5\left(\frac{B}{A}\right)^2 + 4\frac{B}{A}}} = \frac{2}{\sqrt{5\left(\frac{B}{A}\right)^2 + 4\frac{B}{A} + 2}} = \frac{2}{\sqrt{5\left(\frac{B}{A} + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{6}{5}}} \leq \frac{\sqrt{30}}{3}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{B}{A} = -\frac{2}{5}$.

Vậy $\max d(I, (P)) = \frac{\sqrt{30}}{3}$ khi $\frac{B}{A} = -\frac{2}{5}$.

Chọn $B = -2, A = 5 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow$ Phương trình (P) là: $5x - 2y + z = 0$.

Thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(1; 3; 1)$.