

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 101

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ là đường thẳng

- A. $y = \frac{3}{2}$ B. $x = \frac{1}{2}$ C. $x = \frac{3}{2}$ D. $y = \frac{1}{2}$

Câu 2. Cho hai số phức $z = 2 + i$ và $w = 3 - 2i$. Phần thực của số phức $z + w$ bằng

- A. 4 B. 5 C. -1 D. 2

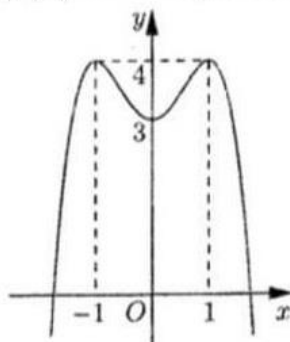
Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$ bằng

- A. $-\frac{2}{13}$ B. $\frac{3}{13}$ C. $\frac{2}{13}$ D. $-\frac{3}{13}$

Câu 4. Cho $\int \frac{1}{x+1} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \ln(x+1)$ B. $F'(x) = \frac{1}{x+1}$ C. $F'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$ D. $F'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$

Câu 5. Cho hàm số trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



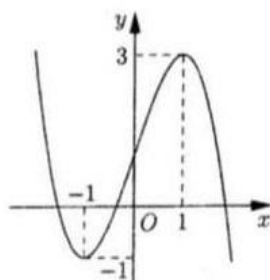
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(3; 4)$ D. $(0; 1)$

Câu 6. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 [2f(x) + x] dx$ bằng

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 2

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



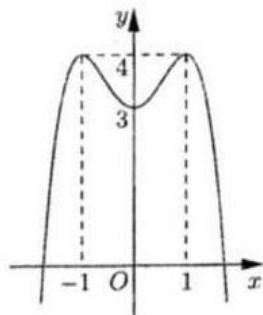
Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. (3;1) B. (0;3) C. (1;3) D. (-1;-1)

Câu 8. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn cho số phức $z = -2 + 3i$ có tọa độ là

- A. (3;-2) B. (3;2) C. (-2;3) D. (2;-3)

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tọa độ giao điểm của đồ thị đã cho và trục tung là

- A. (4;0) B. (0;4) C. (3;0) D. (0;3)

Câu 10. Cho mặt cầu có bán kính bằng $2a$, diện tích của mặt cầu bằng

- A. $4\pi a^2$ B. $\frac{4}{3}\pi a^3$ C. $\frac{32}{3}\pi a^3$ D. $16\pi a^2$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -2 2 $-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số là

- A. 2 B. -1 C. -2 D. 1

Câu 12. Cho đường thẳng d cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng d . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $OH = 0$ B. $OH < R$ C. $OH = R$ D. $OH > R$

Câu 13. Cho tập A có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của A bằng

- A. 90 B. 30 C. 120 D. 720

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của đường thẳng $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $x + y + z - 3 = 0$. Điểm M có tọa độ là

- A. (-1;0;0) B. (1;3;-1) C. (2;1;2) D. (1;1;1)

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - z + 3 = 0$. Véc-tơ nào sau đây vuông góc với véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) ?

- A. $\vec{u} = (1;0;0)$ B. $\vec{u} = (0;1;2)$ C. $\vec{u} = (1;1;2)$ D. $\vec{u} = (0;1;1)$

Câu 16. Cho hình lập phương cạnh bằng $2a$, diện tích toàn phần của hình lập phương bằng

- A. $24a^2$ B. $8a^3$ C. $32a^2$ D. $16a^2$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường cong $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4z + m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để (S) là mặt cầu

- A. 3 B. 5 C. 4 D. 2

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;0)$, góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (Oxz) bằng

- A. 60° B. 45° C. 90° D. 0°

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{2x+1}$ là

A. $y' = 2 \cdot 3^{2x+1}$

B. $y' = 2 \cdot 3^{2x}$

C. $y' = 3^{2x+1} \ln 3$

D. $y' = 2 \cdot 3^{2x+1} \ln 3$

Câu 20. Nếu $\int_{-1}^0 f(x) dx = 1$, $\int_0^1 f(x) dx = 2$ thì $\int_{-1}^1 2f(x) dx$ bằng

A. 6

B. 4

C. 0

D. 3

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \sin x + e^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

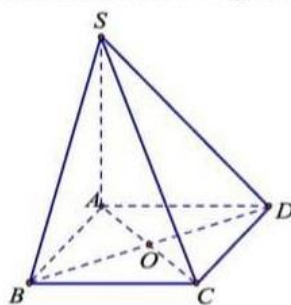
A. $\int f(x) dx = -\cos x + e^x + C$

B. $\int f(x) dx = \cos x + e^x + C$

C. $\int f(x) dx = \sin x + e^x + C$

D. $\int f(x) dx = -\cos x + e^{x-1} + C$

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, SA vuông góc với đáy, $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối chóp đã cho bằng



A. 6

B. 8

C. 12

D. 4

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} < 3$ là

A. $(-2; +\infty)$

B. $(-\infty; -3)$

C. $(-3; +\infty)$

D. $(-\infty; -1)$

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3) < 1$ là

A. $(3; 13)$

B. $(13; +\infty)$

C. $(3; 4)$

D. $(-\infty; 13)$

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai bằng 3. Giá trị của u_5 bằng

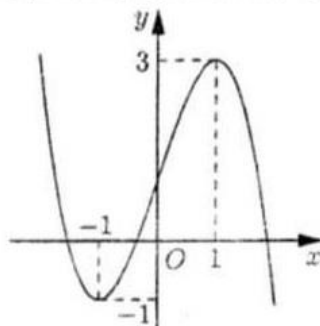
A. $u_5 = 14$

B. $u_5 = 2 \cdot 3^4$

C. $u_5 = 2 \cdot 3^5$

D. $u_5 = 17$

Câu 26. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = \frac{x-1}{2x+1}$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

C. $y = -x^3 + 3x + 1$

D. $y = x^3 + 3x - 1$

Câu 27. Tập xác định của hàm số $y = \log_{\pi}(2-x)$ là

A. $(-\infty; 2)$

B. $(0; 2)$

C. $(2; +\infty)$

D. $(-\infty; 2]$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 4)$. Điểm đối xứng của A qua trục Ox có tọa độ là

- A. $(1; 3; -4)$ B. $(-1; -3; -4)$ C. $(1; -3; -4)$ D. $(-1; 3; 4)$

Câu 29. Cho phương trình $2^{x^2} \cdot 3^{x+1} = 2$. Tổng các nghiệm của phương trình bằng

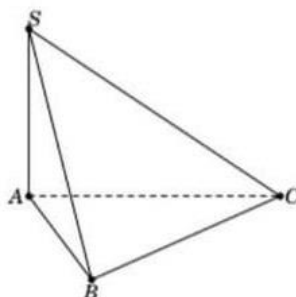
- A. $\log_3 2$ B. $\log_2 \frac{3}{2}$ C. $-\log_2 3$ D. $\log_2 3$

Câu 30. Với mọi a, b dương thỏa mãn $\log_2 a^2 + \log_2 b = 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^2 + b = 6$. B. $a^2 b = 9$. C. $a^2 + b = 8$. D. $a^2 b = 8$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy,

$SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 90° B. 30° C. 60° D. 45°

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z-2| = |\bar{z}-i|$ là đường thẳng

- A. $4x-2y+3=0$ B. $4x-2y-3=0$ C. $2x+4y-3=0$ D. $4x+2y-3=0$

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^3 + 2x^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$ B. $(-\infty; 2)$ C. $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$ D. $(0; 2)$

Câu 34. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi cho hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3x$ và $y = 0$ quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{81}{4}\pi$ B. $\frac{81}{10}\pi$ C. $\frac{81}{5}\pi$ D. $\frac{9}{2}\pi$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ là

- A. $x+y+z-2=0$ B. $x+2y+z-2=0$ C. $x+2y+2z-2=0$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 0$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-5		$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

- A. 7 B. 9 C. 8 D. 10

Câu 37. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để 3 quả lấy được đều màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{30}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{5}$

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên R thỏa mãn $F(8) + G(8) = 4$. Cho biết $\int_1^3 f(2x+6)dx = 2$, giá trị của $F(12) + G(12)$ bằng

A. 10.

B. 12.

C. 6.

D. 8.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 1; -2)$, $\Delta // (P)$ và Δ cắt d . Giao điểm của Δ và mặt phẳng (Oxy) là $M(x_0; y_0; z_0)$, khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. $\frac{32}{5}$

B. $\frac{21}{5}$

C. $\frac{31}{5}$

D. $\frac{19}{5}$

Câu 40. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , bán kính đáy $R = \sqrt{7}$. AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 22π .

B. 7π .

C. $3\sqrt{7}\pi$.

D. 21π .

Câu 41. Cho phương trình $z^2 - mz + 1 = 0$ (với m là tham số thực) có hai nghiệm $z_1; z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn cho các số phức $z_0 = i; z_1; z_2$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}$?

A. 4

B. 6

C. 2

D. 3

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (x^3 - 3x - m + 1)^2$ có 5 điểm cực trị.

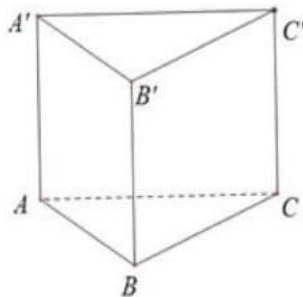
A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 43. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình vẽ) có $AA' = 2a$, $AB = a$.



Khoảng cách từ C' tới mặt phẳng $(B'AC)$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{57}}{17}a$

B. $\frac{2\sqrt{57}}{19}a$

C. $\frac{2\sqrt{57}}{9}a$

D. $\frac{\sqrt{57}}{19}a$

Câu 44. Cho bất phương trình $\log_2(x-1) < \log_5(5x-5)$ có tập nghiệm là $S = (a; b)$. Khi đó $b - a$ gần bằng giá trị nào sau đây

A. 3,17

B. 3,27

C. 3,07

D. 3,37

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, (SAB) vuông góc với đáy (ABC) và tam giác SAB đều, khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCB) bằng $\frac{2\sqrt{15}}{5}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{8}$

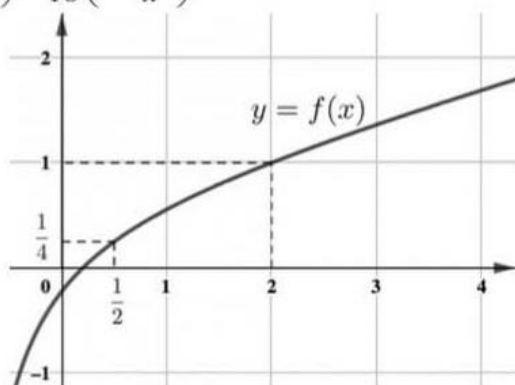
B. $\frac{3a^3}{8}$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. a^3

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$, có đồ thị như hình vẽ đồng

thời thỏa mãn $f'(x) - \frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{5}{18} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right), \forall x > 0$



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x) - (x-1)^2}{x}$ và $y = 0$ bằng

- A. $\frac{37}{24} - \frac{17}{9} \ln 2$ B. $\frac{37}{24} - \frac{11}{9} \ln 2$ C. $\frac{37}{24} - \frac{13}{9} \ln 2$ D. $\frac{31}{24} - \frac{13}{9} \ln 2$

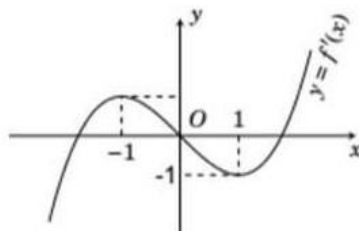
Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;0;0)$, $B(1;2;3)$. Gọi M là một điểm đi động thỏa

mãn $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA} = \frac{\sqrt{3} OM \cdot OA}{2}$ và $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MO} = 0$. Gọi $p; q$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

BM . Giá trị $p^2 + q^2$ bằng

- A. 40 B. 30 C. $34 - 2\sqrt{39}$ D. $34 + 2\sqrt{39}$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên R , $f(0) = 3$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x) = |2f(x) + x^2 - 2mx + 2m|$ đồng biến trên $(0;1)$?

- A. 2 B. 1 C. 4 D. 3

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - i \cdot z| = |\overline{z}^2 - \overline{z} \cdot i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = |z - 2 - i| + |z - 3 - 2i|$ bằng

- A. $\sqrt{26}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{15}$

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn:

$$\frac{x^2 + y^2 + 7x}{x} > \log_2 \frac{x^2 + y^2}{x} + \left(\frac{x^2 + y^2}{x} \right)^{\log_2 3}$$

- A. 4 B. 5 C. 9 D. 6

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
B	B	D	B	D	B	C	C	D	D	C	B	C	D	B	D	A	C	D	A	A	D	C	A	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
C	A	C	C	D	D	D	A	B	C	C	A	B	A	D	C	B	B	D	D	C	A	D	B	C	C

Câu 1: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ là đường thẳng

A. $y = \frac{3}{2}$

B. $x = \frac{1}{2}$

C. $x = \frac{3}{2}$

D. $y = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Cho hai số phức $z = 2 + i$ và $w = 3 - 2i$. Phần thực của số phức $z + w$ bằng

A. 4

B. 5

C. -1

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$z + w = 5 - i.$$

Câu 3: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$ bằng

A. $-\frac{2}{13}$

B. $\frac{3}{13}$

C. $\frac{2}{13}$

D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

$$\bar{z} = 2 - 3i \Rightarrow z = 2 + 3i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i.$$

Câu 4: Cho $\int \frac{1}{x+1} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \ln(x+1)$

B. $F'(x) = \frac{1}{x+1}$

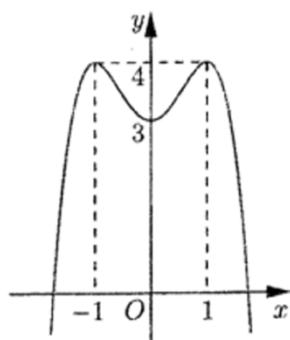
C. $F'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$

D. $F'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Cho hàm số trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(3; 4)$

D. $(0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 (2f(x) + x) dx$ bằng

A. 4.

B. 6.

C. 8.

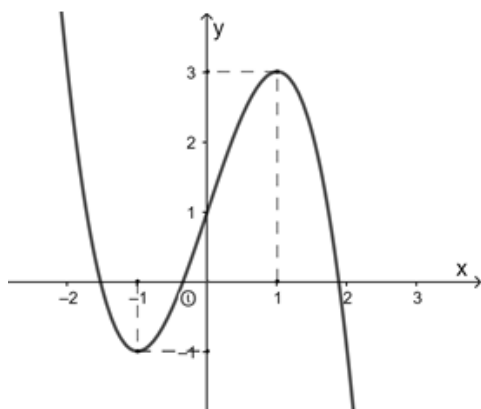
D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\int_0^2 (2f(x) + x) dx = 2 \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 x dx = 2.2 + 2 = 6 = 3.2 = 6.$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(3; 1)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn cho $z = -2 + 3i$ có tọa độ là

A. $(3; -2)$.

B. $(3; 2)$.

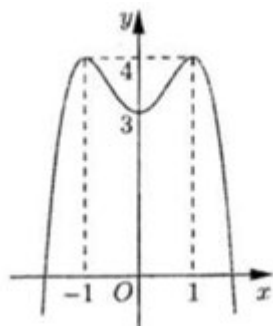
C. $(-2; 3)$.

D. $(2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tọa độ giao điểm của đồ thị đã cho và trục tung là

A. $(4; 0)$.

B. $(0; 4)$

C. $(3; 0)$.

D. $(0; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Cho mặt cầu có bán kính bằng $2a$, diện tích của mặt cầu bằng

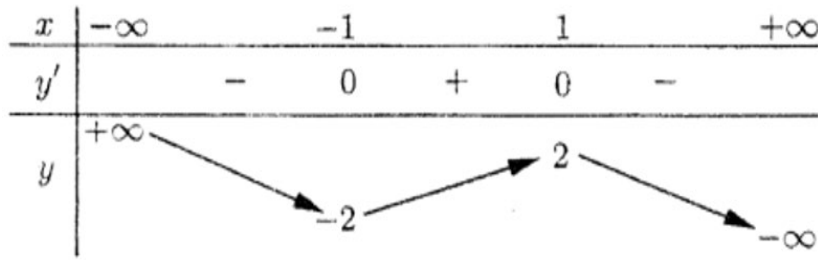
- A. $4\pi a^2$. B. $\frac{4}{3}\pi a^3$. C. $\frac{32}{3}\pi a^3$. **D. $16\pi a^2$.**

Lời giải

Chọn D

Diện tích của mặt cầu: $S = 4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Giá trị cực tiểu của hàm số là

- A. 2. B. -1. **C. -2.** D. 1.

Lời giải

Chọn C

Câu 12: Cho đường thẳng d cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng d . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $OH = 0$. **B. $OH < R$.** C. $OH = R$. D. $OH > R$.

Lời giải

Chọn B

Câu 13: Cho tập A có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của A bằng

- A. 90. B. 30. **C. 120.** D. 720.

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 3 phần tử của A bằng $C_{10}^3 = 120$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của đường thẳng $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng

$(P): x + y + z - 3 = 0$. Điểm M có tọa độ là

- A. $(-1; 0; 0)$. B. $(1; 3; -1)$. C. $(2; 1; 2)$. **D. $(1; 1; 1)$.**

Lời giải

Chọn D

Gọi $M = d \cap (P) \Rightarrow M(2t-1; t; t) \in d$.

Mà $M \in (P) \Rightarrow 2t-1+t+t-3=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1; 1; 1)$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - z + 3 = 0$. Véc tơ nào sau đây vuông góc với véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) ?

- A. $\vec{u} = (1; 0; 0)$. B. $\vec{u} = (0; 1; 2)$. C. $\vec{u} = (1; 1; 2)$. D. $\vec{u} = (0; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 16: Cho hình lập phương cạnh bằng $2a$, diện tích toàn phần của hình lập phương bằng

- A. $24a^2$. B. $8a^3$. C. $32a^2$. D. $24a^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích một mặt của hình lập phương là $4a^2$.

Diện tích toàn phần của hình lập phương là $24a^2$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường cong $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4z + m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để (S) là mặt cầu

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 3.

Lời giải

Câu 18: **Chọn A.**

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 4z + m = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4 - m$

Để đường cong (S) là mặt cầu thì $4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Do $m \in \mathbb{Z}^+$ nên có 3 giá trị của m là $m = 1, m = 2, m = 3$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 1; 0)$, góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (Oxz) bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 0° .

Lời giải

Chọn C

Ta có $OA \perp (Oxz)$ nên góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (Oxz) bằng 90° .

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = 3^{2x+1}$ là

- A. $y' = 2 \cdot 3^{2x+1}$. B. $y' = 2 \cdot 3^{2x}$. C. $y' = 3^{2x+1} \ln 3$. D. $y' = 2 \cdot 3^{2x+1} \ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = (2x + 1)' \cdot 3^{2x+1} \ln 3 = 2 \cdot 3^{2x+1} \ln 3$.

Câu 21: Nếu $\int_{-1}^0 f(x) dx = 1, \int_0^1 f(x) dx = 2$ thì $\int_{-1}^1 2f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 4. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_{-1}^1 2f(x)dx = 2 \int_{-1}^1 f(x)dx = 2 \left(\int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx \right) = 2 \cdot 3 = 6.$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \sin x + e^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = -\cos x + e^x + C$

B. $\int f(x)dx = \cos x + e^x + C$

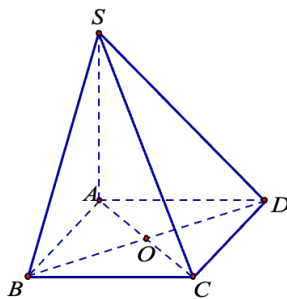
C. $\int f(x)dx = \sin x + e^x + C$

D. $\int f(x)dx = -\cos x + e^{x-1} + C$

Lời giải

Chọn A

Câu 23: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, SA vuông góc với đáy, $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối chóp đã cho bằng



A. 6

B. 8

C. 12

D. 4

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 3 = 4.$

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} < 3$ là

A. $(-2; +\infty)$

B. $(-\infty; -3)$

C. $(-3; +\infty)$

D. $(-\infty; -1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} < 3 \Leftrightarrow 3^{-x-2} < 3 \Leftrightarrow -x-2 < 1 \Leftrightarrow x > -3$

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3) < 1$ là

A. $(3; 13)$

B. $(13; +\infty)$

C. $(3; 4)$

D. $(-\infty; 13)$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3.$

Ta có: $\log(x-3) < 1 \Leftrightarrow x-3 < 10 \Leftrightarrow x < 13.$ Vậy tập nghiệm của bpt là $(3; 13)$

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai bằng 3. Giá trị của u_5 bằng

A. $u_5 = 14$

B. $u_5 = 2.3^4$

C. $u_5 = 2.3^5$

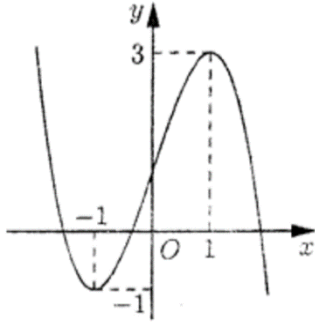
D. $u_5 = 17$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4.3 = 14$.

Câu 27: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = \frac{x-1}{2x+1}$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

C. $y = -x^3 + 3x + 1$

D. $y = x^3 + 3x - 1$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho không phải là đồ thị của hàm số dạng: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, $y = ax^4 + bx^2 + c$ nên loại các phương án A và **B**.

Từ đồ thị ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \Rightarrow$ loại phương án **D**.

Câu 28: Tập xác định của hàm số $y = \log_{\pi}(2-x)$ là

A. $(-\infty; 2)$

B. $(0; 2)$

C. $(2; +\infty)$

D. $(-\infty; 2]$

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 4)$. Điểm đối xứng của A qua trục Ox có tọa độ là

A. $(1; 3; -4)$

B. $(-1; -3; -4)$

C. $(1; -3; -4)$

D. $(-1; 3; 4)$

Lời giải

Chọn C

Câu 30: Cho phương trình $2^{x^2} \cdot 3^{x+1} = 2$. Tổng các nghiệm của phương trình bằng

A. $\log_3 2$

B. $\log_2 \frac{3}{2}$

C. $-\log_2 3$

D. $\log_2 3$

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{x^2} \cdot 3^{x+1} = 2 \Leftrightarrow \log_2(2^{x^2} \cdot 3^{x+1}) = 1$

$$\Leftrightarrow x^2 + (x+1)\log_2 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x.\log_2 3 + \log_2 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\log_2 3 + 1 \end{cases}$$

Tổng các nghiệm của phương trình bằng $-1 - \log_2 3 + 1 = -\log_2 3$.

Câu 31: Với mọi a, b dương thỏa mãn $\log_2 a^2 + \log_2 b = 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^2 + b = 6$.

B. $a^2 b = 9$.

C. $a^2 + b = 8$.

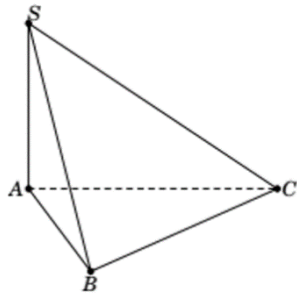
D. $a^2 b = 8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2 a^2 + \log_2 b = 3 \Leftrightarrow \log_2 a^2 \cdot b = 3 \Leftrightarrow a^2 b = 2^3 \Leftrightarrow a^2 b = 8$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 90° .

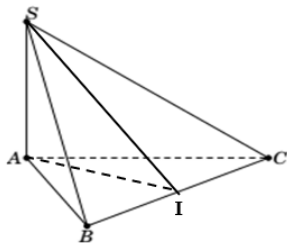
B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của BC , ΔABC đều, suy ra $AI \perp BC$ và $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SI.$$

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AI \subset (ABC), AI \perp BC \Rightarrow \widehat{[(SBC), (ABC)]} = \widehat{SIA} \\ SI \subset (SBC), SI \perp BC \end{cases}$$

Trong ΔSAI vuông tại A , ta có $\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{SIA} = 45^\circ$

- Câu 33:** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z-2| = |\bar{z}-i|$ là đường thẳng
- A.** $4x-2y+3=0$. **B.** $4x-2y-3=0$. **C.** $2x+4y-3=0$. **D.** $4x+2y-3=0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$$

$$|z-2| = |\bar{z}-i| \Leftrightarrow |x+yi-2| = |x-yi-i| \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y+1)^2}$$

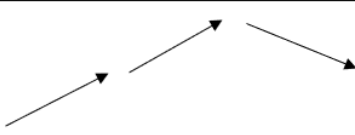
$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 = x^2 + (y+1)^2 \Leftrightarrow 4x+2y-3=0$$

- Câu 34:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^3 + 2x^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = -x^3 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$	$-$
$f(x)$				

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

- Câu 35:** Thể tích của khối tròn xoay thu được khi cho hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3x$ và $y = 0$ quay quanh trục Ox bằng
- A.** $\frac{81}{4}\pi$. **B.** $\frac{81}{10}\pi$. **C.** $\frac{81}{5}\pi$. **D.** $\frac{9}{2}\pi$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$V = \pi \int_0^3 (x^2 - 3x)^2 dx = \frac{81}{10}\pi$$

- Câu 36:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ là
- A.** $x+y+z-2=0$. **B.** $x+2y+z-2=0$. **C.** $x+2y+2z-2=0$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 0$.

Lời giải**Chọn C**

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 2 = 0.$$

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-5		$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 7

B. 9

C. 8

D. 10

Lời giải**Chọn C**

Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt $-5 < m < 4$ nên $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 38: Một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ kích thước khác nhau và 6 quả màu xanh kích thước khác nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả từ hộp. Xác suất để 3 quả lấy được đều màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{30}$

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải**Chọn A**

$$n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$$

Gọi A là biến cố “3 quả lấy được đều màu đỏ”

$$n(A) = C_4^3 = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{30}.$$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên R thỏa mãn $F(8) + G(8) = 4$. Cho biết $\int_1^3 f(2x+6)dx = 2$, giá trị của $F(12) + G(12)$ bằng

A. 10.

B. 12.

C. 6.

D. 8.

Lời giải**Chọn B**

$$\int_1^3 f(2x+6)dx = \frac{1}{2}F(2x+6)\Big|_1^3 = \frac{1}{2}[F(12)-F(8)] \Rightarrow F(12)-F(8)=4.$$

$$\text{Tương tự } \int_1^3 f(2x+6)dx = \frac{1}{2}G(2x+6)\Big|_1^3 = \frac{1}{2}[G(12)-G(8)] \Rightarrow G(12)-G(8)=4.$$

$$\text{Suy ra } F(12)+G(12)-F(8)-G(8)=8 \Rightarrow F(12)+G(12)=12.$$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x-y-z-1=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(1;1;-2)$, $\Delta // (P)$ và Δ cắt d . Giao điểm của Δ và mặt phẳng (Oxy) là $M(x_0; y_0; z_0)$, khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng?

A. $\frac{32}{5}$.

B. $\frac{21}{5}$.

C. $\frac{31}{5}$.

D. $\frac{19}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } N = \Delta \cap d \Rightarrow M(2t-1; t+1; 3t+2)$$

$$\Delta \text{ đi qua } A \text{ và } N \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \vec{AN} = (2t-2; t; 3t+4)$$

$$\text{Vì } \Delta // (P) \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow \vec{u}_{\Delta} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 2t-2-t-3t-4=0 \Leftrightarrow t=-3 \Rightarrow \vec{AN}(-8; -3; -5)$$

$$\text{Vậy } \Delta: \frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{5}$$

$$\text{Gọi } I = \Delta \cap (Oxy), I \in \Delta \Rightarrow I(8t+1; 3t+1; 5t-2)$$

$$I \in (Oxy) \Rightarrow 5t-2=0 \Leftrightarrow t=\frac{2}{5} \Rightarrow I\left(\frac{21}{5}; \frac{11}{5}; 0\right) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = \frac{32}{5}.$$

Câu 41: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , bán kính đáy $R = \sqrt{7}$. AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 22π .

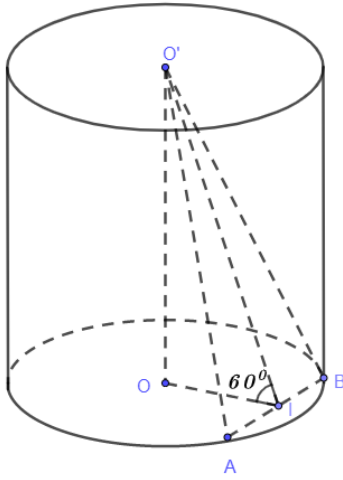
B. 7π .

C. $3\sqrt{7}\pi$.

D. 21π .

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của AB

Ta có: $\begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp OO' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OO'I) \Rightarrow \widehat{O'IO} = 60^\circ$

Đặt $AB = x$, do $\Delta O'AB$ đều $\Rightarrow O'I = \frac{x\sqrt{3}}{2}$

Ta có $OI = O'I \cdot \cos 60^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{4}$

Mặt khác, $OI = \sqrt{OA^2 - AI^2} = \sqrt{7 - \frac{x^2}{4}} \Rightarrow \sqrt{7 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow 7 - \frac{x^2}{4} = \frac{3x^2}{16} \Leftrightarrow x = 4$
 $\Rightarrow OO' = OI \cdot \tan 60^\circ = 3$.

$V = \pi R^2 h = \pi \cdot (\sqrt{7})^2 \cdot 3 = 21\pi$

Câu 42: Cho phương trình $z^2 - mz + 1 = 0$ (với m là tham số thực) có hai nghiệm z_1, z_2 . Gọi A, B, C lần lượt là các điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn cho các số phức $z_0 = i; z_1; z_2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}$?

A. 4.

B. 6.

C. 2.

D. 3

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\Delta = m^2 - 4$.

TH1: $\Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases} \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $z_1 = a, z_2 = b$.

Khi đó: $A(0;1), B(b;0), C(c;0)$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2} d(A, (BC)) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot |b - c| = \frac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow (b - c)^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow (b + c)^2 - 4bc = \frac{3}{4}$.

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} b+c=m \\ bc=1 \end{cases} \Rightarrow m^2-4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow m=\pm\frac{\sqrt{19}}{2}.$

TH2: $\Delta < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phức phân biệt $\begin{cases} z_1 = \frac{m+i\sqrt{4-m^2}}{2} \\ z_2 = \frac{m-i\sqrt{4-m^2}}{2} \end{cases}.$

$$\Rightarrow A(0;1), B\left(\frac{m}{2}; \frac{\sqrt{4-m^2}}{2}\right), C\left(\frac{m}{2}; -\frac{\sqrt{4-m^2}}{2}\right).$$

$$+)(BC): x = \frac{m}{2} \Leftrightarrow 2x - m = 0, BC = \sqrt{4-m^2}.$$

$$+) S_{ABC} = \frac{1}{2} d\left(A, (BC)\right) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{|m|}{2} \cdot \sqrt{4-m^2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow m^4 - 4m^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m^2 = 3 \end{cases}.$$

Do m nguyên, nên có 2 giá trị $m = \pm 1$ thỏa mãn.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (x^3 - 3x - m + 1)^2$ có 5 điểm cực trị.

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}.$

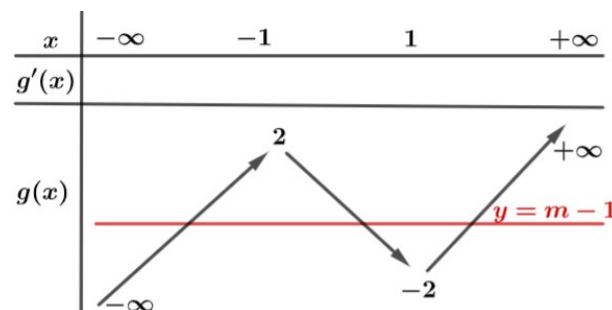
Ta có $y' = 5(3x^2 - 3)(x^3 - 3x - m + 1).$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x^3 - 3x = m - 1 \quad (*) \end{cases}.$$

Ycbt $\Leftrightarrow (*)$ có 3 nghiệm phân biệt khác $\pm 1.$

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x$ có $g'(x) = 3x^2 - 3; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$

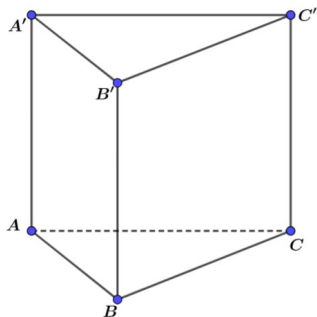
Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra $-2 < m - 1 < 2 \Rightarrow -1 < m < 3.$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 44: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình vẽ) có $AA' = 2a, AB = a.$



Khoảng cách từ C' tới mặt phẳng $(B'AC)$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{57}}{17}a$.

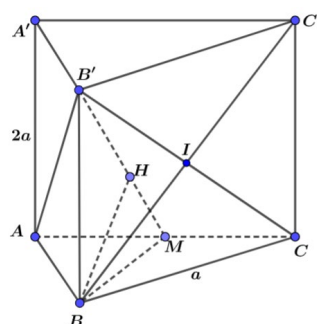
B. $\frac{2\sqrt{57}}{19}a$.

C. $\frac{2\sqrt{57}}{9}a$.

D. $\frac{\sqrt{57}}{19}a$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $I = BC' \cap B'C$. M, H lần lượt là hình chiếu của A lên các cạnh AC và $B'M$.

Khi đó $d(C', (B'AC)) = d(B, (B'AC)) = BH$.

Xét $\triangle B'BM$ vuông tại B , có $BM = a\frac{\sqrt{3}}{2}$, $B'B = 2a \Rightarrow BH = \frac{BB' \cdot BM}{\sqrt{B'B^2 + BM^2}} = \frac{2\sqrt{57}}{19}a$.

Câu 45: Cho bất phương trình $\log_2(x-1) < \log_5(5x-5)$ có tập nghiệm là $S = (a; b)$. Khi đó $b-a$ gần bằng giá trị nào sau đây

A. 3,17.

B. 3,27.

C. 3,07.

D. 3,37.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 1$.

Ta có: $\log_2(x-1) < \log_5(5x-5)$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1) < 1 + \log_5(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1) < 1 + \log_5 2 \cdot \log_2(x-1)$$

$$\Leftrightarrow (1 - \log_5 2) \log_2(x-1) < 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1) < \frac{1}{1 - \log_5 2}$$

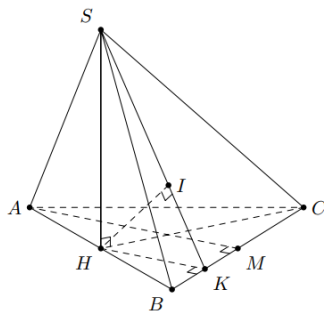
$$\Leftrightarrow x < 2^{\frac{1}{1 - \log_5 2}} + 1$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(1; 2^{\frac{1}{1-\log_5 2}} + 1\right) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2^{\frac{1}{1-\log_5 2}} + 1 \end{cases} \Rightarrow b - a \approx 3.37.$

- Câu 46:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, (SAB) vuông góc với đáy (ABC) và tam giác SAB đều, khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCB) bằng $\frac{2\sqrt{15}}{5}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là
- A.** $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3 .

Lời giải

Chọn D



Gọi H và M lần lượt là trung điểm của AB và BC .

Gọi K là trung điểm của $BM \Rightarrow HK \perp BM$.

Gọi I là hình chiếu của H lên SK suy ra $HI \perp (SBC)$.

Khi đó $HI = d(H, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{15}}{5}a$.

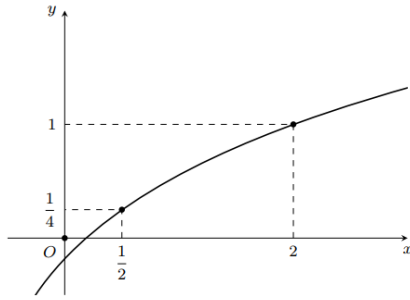
Đặt $AB = x$ suy ra $SH = AM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ và $HK = \frac{1}{2}AM = \frac{x\sqrt{3}}{4}$.

Do đó

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{15}}{5}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{x\sqrt{3}}{4}\right)^2} \Leftrightarrow x = 2a.$$

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x^3}{8} = a^3$.

- Câu 47:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$, có đồ thị như hình vẽ đồng thời thỏa mãn $f'(x) - \frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{5}{18}\left(1 - \frac{1}{x^2}\right), \forall x > 0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x) - (x-1)^2}{x}$ và $y = 0$ bằng



A. $\frac{37}{24} - \frac{17}{9} \ln 2$.

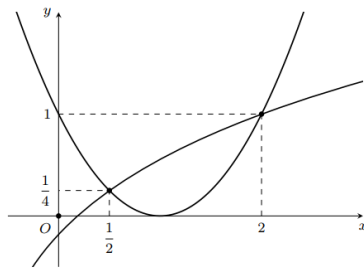
B. $\frac{37}{24} - \frac{11}{9} \ln 2$.

C. $\frac{37}{24} - \frac{13}{9} \ln 2$.

D. $\frac{31}{24} - \frac{13}{9} \ln 2$.

Lời giải

Chọn C



Xét phương trình $y = \frac{f(x) - (x-1)^2}{x} = 0 \Leftrightarrow f(x) = (x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 2. \end{cases}$

Khi đó $S = \left| \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x) - (x-1)^2}{x} dx \right| = \left| \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx - \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(x - 2 + \frac{1}{x} \right) dx \right| = |A - B|$.

Tính $B = \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(x - 2 + \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x + \ln x \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^2 = -\frac{9}{8} + 2 \ln 2$.

Tính $A = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) d(\ln x) = f(x) \ln x \Big|_{\frac{1}{2}}^2 - \int_{\frac{1}{2}}^2 f'(x) \ln x dx = \frac{5}{4} \ln 2 - \int_{\frac{1}{2}}^2 f'(x) \ln x dx$.

Xét phương trình

$$f'(x) - \frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{5}{18} \left(1 - \frac{1}{x^2} \right), \forall x > 0 \Leftrightarrow f'(x) \ln x - \frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) \ln x = \frac{5}{18} \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) \ln x.$$

Suy ra $\int_{\frac{1}{2}}^2 f'(x) \ln x dx + \int_{\frac{1}{2}}^2 -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) \ln x dx = \frac{5}{18} \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) \ln x dx$.

Đặt $t = \frac{1}{x} \Rightarrow dt = -\frac{1}{x^2} dx$, ta có $x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = 2$, $x = 2 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$.

Khi đó $\int_{\frac{1}{2}}^2 -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) \ln x dx = \int_2^{\frac{1}{2}} f'(t) \ln \frac{1}{t} dt = \int_{\frac{1}{2}}^2 f'(t) \ln t dt = \int_{\frac{1}{2}}^2 f'(x) \ln x dx$.

Lại có $\int_{\frac{1}{2}}^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \ln x dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 \ln x d\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x \Big|_{\frac{1}{2}}^2 - \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(x + \frac{1}{x}\right) \frac{1}{x} dx = 5 \ln 2 - 3.$

Suy ra $2 \int_{\frac{1}{2}}^2 f'(x) \ln x dx = \frac{5}{18} (5 \ln 2 - 3) \Leftrightarrow \int_{\frac{1}{2}}^2 f'(x) \ln x dx = \frac{25}{36} \ln 2 - \frac{5}{12}.$

Do đó $A = \frac{5}{4} \ln 2 - \left(\frac{25}{36} \ln 2 - \frac{5}{12}\right) = \frac{5}{9} \ln 2 + \frac{5}{12}.$

Vậy $S = |A - B| = \left|\frac{5}{9} \ln 2 + \frac{5}{12} + \frac{9}{8} - 2 \ln 2\right| = \frac{37}{24} - \frac{13}{9} \ln 2.$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;0;0), B(1;2;3)$. Gọi M là điểm di động thỏa mãn

$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA} = \frac{\sqrt{3} OM \cdot OA}{2}$ và $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MO} = 0$. Gọi $p; q$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

BM . Giá trị $p^2 + q^2$ bằng

A. 40

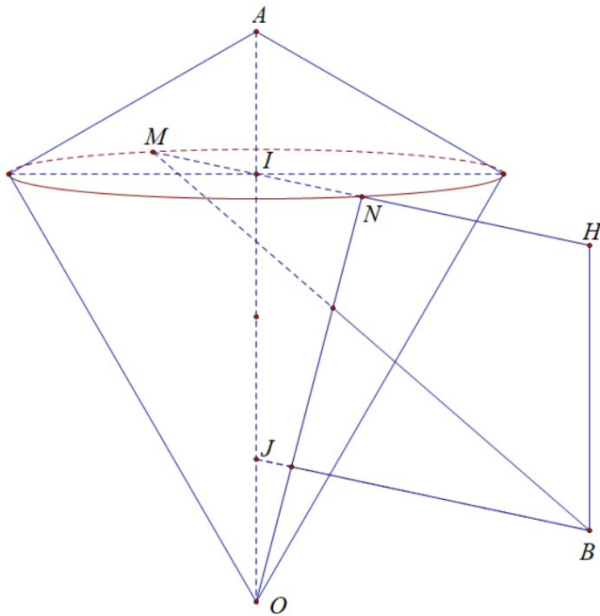
B. 30

C. $34 - 2\sqrt{39}.$

D. $34 + 2\sqrt{39}.$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA} = \frac{\sqrt{3} OM \cdot OA}{2} \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OA}) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OA}) = 30^\circ.$

Mặt khác, $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MO} = 0$ nên điểm M thuộc đường tròn tâm I bán kính r là đáy chung của hai hình nón đỉnh A và hình nón đỉnh O .

Ta tính được: $IA = 1; IO = 3; r = \sqrt{3}; \overrightarrow{OI} = 3\overrightarrow{IA} \Leftrightarrow I(3;0;0).$

Mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy qua $I(3;0;0)$, VTPT $\overrightarrow{OA} = (4;0;0)$ có phương trình: $x - 3 = 0.$

Nhận xét: O, B cùng phía với (P) ; $d(B, (P)) = 2$; $d(B, OA) = \sqrt{13}$.

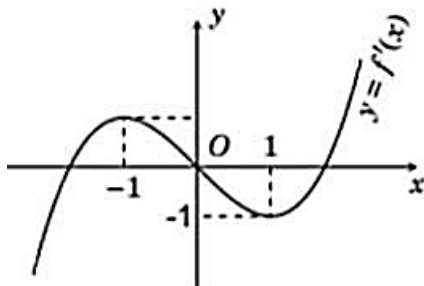
Gọi H, J là hình chiếu của B lên (P) và $OA \Rightarrow BJ = \sqrt{13} = IH, BH = 2 = IJ$.

Ta có $BM = \sqrt{BH^2 + MH^2} \leq \sqrt{BH^2 + (IH + r)^2} = \sqrt{4 + (\sqrt{3} + \sqrt{13})^2} = \sqrt{20 + 2\sqrt{39}} = p$.

$BM = \sqrt{BH^2 + MH^2} \geq \sqrt{BH^2 + (IH - r)^2} = \sqrt{4 + (\sqrt{3} - \sqrt{13})^2} = \sqrt{20 - 2\sqrt{39}} = q$.

Vậy $p^2 + q^2 = 40$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(0) = 3$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x) = |2f(x) + x^2 - 2mx + 2m|$ đồng biến trên $(0; 1)$?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x) = 2f(x) + x^2 - 2mx + 2m \Rightarrow h'(x) = 2f'(x) + 2x - 2m$.

Chọn hàm $f''(x) = 3a(x^2 - 1) \Rightarrow f'(x) = a(x^3 - 3x) + d$.

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(1) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^3 - 3x}{2}.$$

Xét hàm $p(x) = f'(x) + x = \frac{x^3 - x}{2}, x \in (0; 1)$.

$$p'(x) = \frac{3x^2 - 1}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1/\sqrt{3} \text{ (t/m)} \\ x = -1/\sqrt{3} \text{ (l)} \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
p'		-	0
			+
p	0		0

$\searrow \frac{\sqrt{3}}{9} \nearrow$

Như vậy: $-\frac{\sqrt{3}}{9} \leq p(x) < 0, \forall x \in (0;1)$.

Hàm số $g(x) = |2f(x) + x^2 - 2mx + 2m|$ đồng biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi xảy ra một trong hai trường hợp sau:

$$\text{TH1: } \begin{cases} h(0) = 6 + 2m \geq 0 \\ h'(x) \geq 0, \forall x \in (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -3 \\ m \leq f'(x) + x, \forall x \in (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -3 \\ m \leq -\frac{\sqrt{3}}{9} \end{cases}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1\}$.

$$\text{TH2: } \begin{cases} h(0) = 6 + 2m \leq 0 \\ h'(x) \leq 0, \forall x \in (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq f'(x) + x, \forall x \in (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 0 \end{cases} \text{ (loại)}.$$

Vậy $m \in \{-3; -2; -1\}$.

Câu 50: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - i \cdot z| = |\overline{z^2} - \overline{z} \cdot i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = |z - 2 - i| + |z - 3 - 2i| \text{ bằng}$$

A. $\sqrt{26}$

B. $\sqrt{10}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{15}$

Lời giải

Chọn B

$$|z^2 - i \cdot z| = |\overline{z^2} - \overline{z} \cdot i| \Leftrightarrow |z^2 - i \cdot z| = |z^2 + i \cdot z| \Leftrightarrow |z||z - i| = |z||z + i| \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 0 \\ |z - i| = |z + i| \end{cases}$$

Khi đó điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là gốc tọa độ $O(0;0)$ hoặc thuộc đường thẳng $d: x = 0$ với d là đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(0;1)$, $B(0;-1)$.

$$\text{TH1: } M \equiv O, P = |z - 2 - i| + |z - 3 - 2i| = \sqrt{5} + \sqrt{13}.$$

$$\text{TH2: } M \in d, P = MC + MD \text{ với } C(2;1) \text{ và } D(3;2).$$

Do $C(2;1)$ và $D(3;2)$ khác phía so với $d: x = 0$ nên gọi $C'(2;-1)$ là điểm đối xứng của C qua $d: x = 0$. Khi đó $P = MC + MD = MC' + MD \geq C'D = \sqrt{10}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2 - i| + |z - 3 - 2i|$ là $\sqrt{10}$.

Câu 51: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn:

$$\frac{x^2 + y^2 + 7x}{x} > \log_2 \frac{x^2 + y^2}{x} + \left(\frac{x^2 + y^2}{x} \right)^{\log_2 3}$$

A. 4

B. 5

C. 9

D. 6

Lời giải

Chọn C

$$\frac{x^2 + y^2 + 7x}{x} > \log_2 \frac{x^2 + y^2}{x} + \left(\frac{x^2 + y^2}{x} \right)^{\log_2 3} \quad (1).$$

Điều kiện $\frac{x^2 + y^2}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$, mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \geq 1$

Đặt $t = \frac{x^2 + y^2}{x} \Rightarrow t \geq 1$.

Khi đó, (1) $\Leftrightarrow t + 7 > \log_2 t + t^{\log_2 3} \Leftrightarrow t + 7 - \log_2 t - t^{\log_2 3} > 0$.

Xét hàm số $f(t) = t + 7 - \log_2 t - t^{\log_2 3}$ với $t \geq 1$.

$$\Rightarrow f'(t) = 1 - \frac{1}{t \ln 2} - \log_2 3 \cdot t^{\log_2 \frac{3}{2}} < 0, \forall t \geq 1$$

Nên $f(t)$ nghịch biến trên $[1; +\infty)$.

Mặt khác $f(4) = 0$ nên $t = 4$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(t) = 0$.

$$\text{Khi đó } f(t) > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 4 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{x} < 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 < 4x \Leftrightarrow (x - 2)^2 + y^2 < 4$$

Để tồn tại số thực y thì $x \in \{1; 2; 3\}$ nên ta có tất cả 9 cặp số nguyên $(x; y)$.