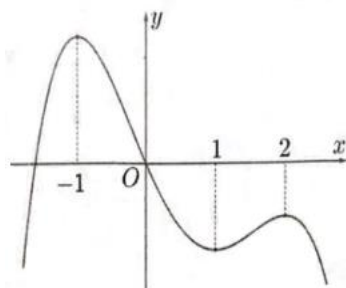


Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Giá trị của u_4 bằng

- A.** -3 . **B.** -24 . **C.** -5 . **D.** -7 .

Câu 2: Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$. Toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A.** $I(-1; 2; 1), R = \sqrt{2}$. **B.** $I(1; -2; -1), R = 2$. **C.** $I(-1; 2; 1), R = 2$. **D.** $I(1; -2; -1), R = \sqrt{2}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm vector pháp tuyến?

- A.** $x + 2y + 3 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z = 0$. **C.** $y + 2z + 3 = 0$. **D.** $x + 2z + 3 = 0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ ?

- A.** $F(1; 2; -1)$. **B.** $E(1; 0; -1)$. **C.** $G(-2; 2; 3)$. **D.** $H(-2; 0; 3)$.

Câu 6: Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$. Toạ độ của $\vec{a}$

- A.** $(2; -3; 1)$ **B.** $(1; 2; -3)$ **C.** $(2; 1; -3)$ **D.** $(-3; 2; 1)$

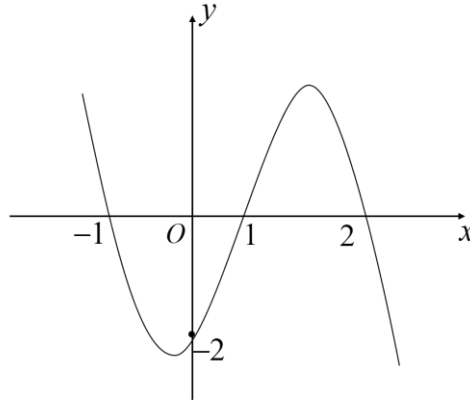
Câu 7: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	-	0	+	0	-

Số cực trị của hàm số là

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong như trong hình. Toạ độ giao điểm của điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là



- A. $(1; 0)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 9: Diện tích xung của hình trụ có chiều cao bằng 5 và bán kính đáy bằng 3 là

- A. 25π . B. 75π . C. 45π . D. 30π .

Câu 10: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x+2}$ và hai trục tọa độ. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng đó quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. B. 2. C. 2π . D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-2} \geq 2$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $[2; +\infty)$. D. $[3; +\infty)$.

Câu 12: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+		
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	1	$+\infty$

Số nghiệm thực dương của phương trình $f(x) = 0$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 13: Với $a > 0$, $\log(100a) + \log\left(\frac{10}{a}\right)$ bằng

- A. 1000. B. $\log\left(100a + \frac{10}{a}\right)$. C. 3. D. $1 + 2\log a$.

Câu 14: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-2}{x+3}$ là

- A. $x = 3$. B. $y = 4$. C. $y = 3$. D. $x = -3$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \sin x + x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \cos x + \frac{x^2}{2} + 2x + C$. B. $\int f(x) dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 2$.
 C. $\int f(x) dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 2x + C$. D. $\int f(x) dx = \cos x + x^2 + 2x + C$.

Câu 16: Một khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 3 cm và thể tích bằng 54 cm³ thì chiều cao của nó bằng.

- A.** 18. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** 6.

Câu 17: Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - 3i$ là:

- A.** $-3-2i$. **B.** $-2+3i$. **C.** $2+3i$. **D.** $2-3i$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+4) \leq 3$ là:

- A.** $(-4; 23]$. **B.** $(-\infty; 23]$. **C.** $(-\infty; 27]$. **D.** $(-4; 5]$.

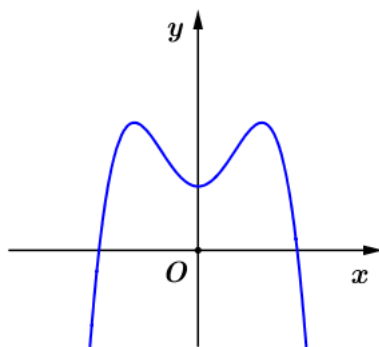
Câu 19: Hàm số $y = \frac{x+3}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-2; 3)$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $(-\infty; +\infty)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là:

- A.** $y' = 2^x \ln 2$. **B.** $y' = x \cdot 2^{x-1}$. **C.** $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. **D.** $y' = \frac{2^{x+1}}{x+1}$.

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A.** $y = -x^3 + 2x^2 + 1$ **B.** $y = \frac{x-2}{3x-2}$ **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ **D.** $y = -2x^2 + 1$

Câu 22: Hàm số $F(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f(x)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f(x) dx = F(x) + C$ **B.** $\int f(x) dx = F'(x) + C$
C. $\int F'(x) dx = f(x) + C$ **D.** $\int F(x) dx = f(x) + C$

Câu 23: Cho số phức $z = \frac{1}{3-4i}$. Phần ảo của số phức z là

- A.** -4 **B.** $\frac{4}{25}$ **C.** $-4i$ **D.** $\frac{4}{25}i$

Câu 24: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ là

- A.** $y' = x^{\sqrt{3}} \ln \sqrt{3}$ **B.** $y' = \sqrt{3} x^{\sqrt{3}-1}$ **C.** $y' = x^{\sqrt{3}-1}$ **D.** $y' = \frac{x^{\sqrt{3}}}{\ln \sqrt{3}}$

Câu 25: Tích phân $\int_0^2 4048(2x-1)^{2023} dx$ bằng

- A.** $2 \cdot 3^{2024} - 2$ **B.** $3^{2024} - 1$ **C.** $3^{2024} + 1$ **D.** $2 \cdot 3^{2024} + 2$

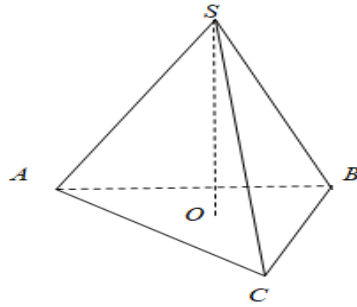
Câu 26: Một khối nón có bán kính đáy r và đường sinh dài gấp đôi bán kính đáy. Thể tích khối nón đó bằng

- A. $\sqrt{5}\pi r^3$. B. $\sqrt{3}\pi r^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi r^3$. D. $\frac{\sqrt{5}}{3}\pi r^3$.

Câu 27: Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ bằng

- A. $f(2)$ B. $f(-2)$ C. $f(-1)$ D. $f(1)$

Câu 28: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa cạnh bên và đáy bằng 60° . (Tham khảo hình bên)



Chiều cao hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. a B. $\frac{3a}{2}$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

Câu 29: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 5. D. 4.

Câu 30: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được lập từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6?

- A. 18. B. 120. C. 216. D. 60.

Câu 31: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = -3 + 4i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $5 - 5i$. B. $-2 - 6i$. C. $4 - 6i$. D. $-2 + 2i$.

Câu 32: Cho khối chóp tam giác có chiều cao bằng a và đáy của nó là một tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a\sqrt{3}$ và $BD = 2a$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. C. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{30}}{5}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 2z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ qua M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{2}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{2}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{3}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{3}$.

Câu 35: Một hộp có 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi trắng khác nhau và 7 viên bi vàng khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 6 bi lấy ra có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

- A. $\frac{1}{429}$. B. $\frac{1}{312}$. C. $\frac{25}{143}$. D. $\frac{5}{26}$.

Câu 36: Trên mặt phẳng toạ độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z - 2 + i| = 4$ là một đường tròn có toạ độ tâm là

- A. $(2; -1)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 37: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. 0. C. $-\frac{1}{2}$. D. -1.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $I(2; -3; 4)$. Điểm đối xứng của điểm I qua trục Oy có toạ độ là

- A. $(-2; -3; -4)$. B. $(-2; -3; 4)$. C. $(2; 3; 4)$. D. $(-2; 3; -4)$.

Câu 39: Cho x và y là các số thực dương thoả mãn $\frac{1}{2} \log_3 \frac{x}{9} + \log_3 y = \frac{9 - xy^2}{y^2}$. Khi $P = x + 6y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

- A. $\sqrt[3]{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\sqrt[3]{9}$. D. 3.

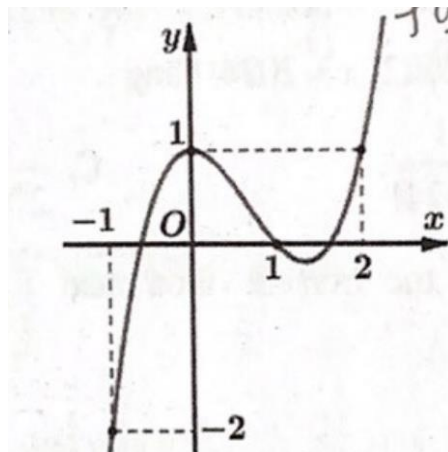
Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 3; -2); B(1; 4; 3); C(-2; 5; 2)$ và $D(-1; -1; 8)$. Điểm M di động trên trục Oy . Gọi $P = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}|$. Giá trị nhỏ nhất của P là

- A. 30 B. $6\sqrt{10}$ C. 5. D. $6\sqrt{29}$.

Câu 41: Cho các số thực $b; c$ trái dấu sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt $z_1; z_2$ thoả mãn $|z_1 + 2 - 5i| = \sqrt{17}$ và $(z_1 - 2)(z_2 + 4i)$ là số thuần ảo. Giá trị của $b + c$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 24. D. 16.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) \geq -1$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = \left| f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2 \right|$ có giá trị nhỏ nhất là $m \in (0;1)$ khi và chỉ khi

- A. $f(2) < -\frac{1}{3}$ B. $f(2) \leq -\frac{1}{3}$ C. $f(2) \geq -\frac{4}{3}$ D. $f(2) > -\frac{4}{3}$

Câu 43: Khối chóp $S.ABCDEF$ có đáy là một lục giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của đỉnh xuống mặt phẳng đáy là trung điểm H của đoạn thẳng AC . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCDEF$, biết rằng khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SDE) bằng a .

- A. $\frac{9\sqrt{11}}{22}a^3$ B. $\frac{3\sqrt{11}}{22}a^3$ C. $\frac{27\sqrt{11}}{22}a^3$ D. $\frac{\sqrt{11}}{22}a^3$

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2023; 2023]$ của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 2023)x^4 - mx^2 - 2$ có đúng một điểm cực đại?

- A. 2023 B. 2024 C. 4046 D. 4048

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và

$d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Khoảng cách từ tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z + 10 = 0$ đến mặt phẳng (α) bằng

- A. $\frac{11}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x, y) thỏa mãn $2^{y+2} - \log_2(x+3) \leq \frac{x-3-2y}{2}$ và $x < 1000$?

- A. 4998. B. 5004. C. 5010. D. 5998.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-2023}{(2022-x)(2021-x)(2020-x)\dots(2-x)(1-x)}$ có đồ thị (C) . Gọi đường thẳng d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2023. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d , trục hoành và hai đường thẳng $x = 2022$, $x = 2024$ bằng

- A. $\frac{1}{2022!}$. B. $\frac{1}{2024!}$. C. $\frac{1}{2023!}$. D. $2022!$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 f(x)dx = 3$. Tính tích phân

$\int_0^3 f(|2-x|)dx$ bằng?

- A. 7. B. 5. C. 3. D. -3.

Câu 49: Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|z_1 + 2| = |z_1 + 2i|$; $|z_2 + 2 + i| = |z_2 - 1 + 2i|$ và $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{5}$. Khi $|z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z_1|$ bằng

A. 3.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $6\sqrt{5}$

Câu 50: Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính bằng 5. Một mặt phẳng (α) thay đổi cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Xét khối nón (N) nhận đường tròn (C) làm đáy, chiều cao h ($h > 5$) và đỉnh là điểm thuộc mặt cầu (S) . Khối nón (N) có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4000}{81}\pi$.

B. $\frac{4000}{27}$.

C. $\frac{4000}{27}\pi$.

D. $\frac{4000}{81}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.D	4.B	5.B	6.C	7.D	8.C	9.D	10.C
11.D	12.D	13.C	14.D	15.C	16.D	17.B	18.A	19.D	20.A
21.C	22.A	23.B	24.B	25.B	26.C	27.D	28.A	29.C	30.B
31.D	32.D	33.B	34.A	35.C	36.A	37.B	38.A	39.D	40.A
41.D	42.A	43.A	44.B	45.B	46.C	47.A	48.A	49.D	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Giá trị của u_4 bằng

A. -3.

B. -24.

C. -5.

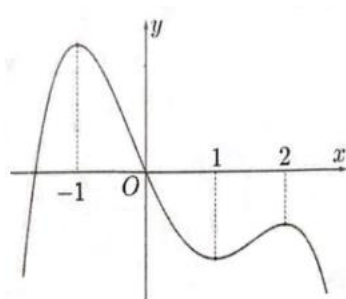
D. -7.

Lời giải

Chọn A

$$u_4 = u_1 + 3d = 3 + 3(-2) = -3.$$

Câu 2: Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 2)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$. Toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-1; 2; 1), R = \sqrt{2}$. **B.** $I(1; -2; -1), R = 2$.

C. $I(-1; 2; 1), R = 2$. **D.** $I(1; -2; -1), R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$ có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm vector pháp tuyến?

A. $x + 2y + 3 = 0$.

B. $x + 2y + 3z = 0$.

C. $y + 2z + 3 = 0$.

D. $x + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $x + 2y + 3z = 0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ ?

A. $F(1; 2; -1)$.

B. $E(1; 0; -1)$.

C. $G(-2; 2; 3)$.

D. $H(-2; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ đi qua điểm $E(1; 0; -1)$ ứng với $t = 0$.

Câu 6: Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{z}$. Tọa độ của $\vec{a}$

A. $(2; -3; 1)$

B. $(1; 2; -3)$

C. $(2; 1; -3)$

D. $(-3; 2; 1)$

Lời giải

Chọn C

Câu 7: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	-	0	+	0	-

Số cực trị của hàm số là

A. 1.

B. 0.

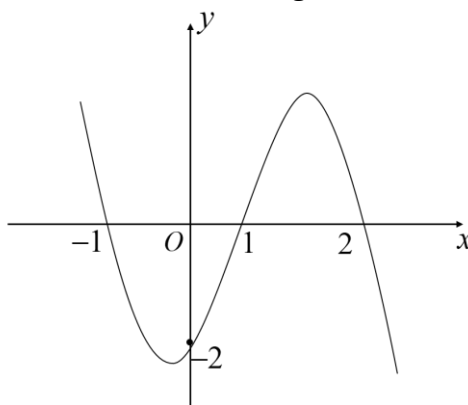
C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Câu 8: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong như trong hình. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là



A. $(1; 0)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; -2)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Diện tích xung của hình trụ có chiều cao bằng 5 và bán kính đáy bằng 3 là

A. 25π .

B. 75π .

C. 45π .

D. 30π .

Lời giải

Chọn A

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 30\pi$$

Câu 10: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x+2}$ và hai trục tọa độ. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng đó quanh trục Ox bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

B. 2.

C. 2π .

D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C

$$V = \pi \int_{-2}^0 (\sqrt{x+2})^2 dx = \pi (x^2 + 2x) \Big|_{-2}^0 = 2\pi.$$

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-2} \geq 2$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $[3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x-2} \geq 2 \Leftrightarrow x-2 \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 3$.

Câu 12: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	1	$+\infty$

Số nghiệm thực dương của phương trình $f(x) = 0$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Vẽ đường thẳng $y = 0$ ta thấy cắt đồ thị tại đúng một điểm có hoành độ dương. Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm dương.

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	1	$+\infty$

Câu 13: Với $a > 0$, $\log(100a) + \log\left(\frac{10}{a}\right)$ bằng

A. 1000.

B. $\log\left(100a + \frac{10}{a}\right)$.

C. 3.

D. $1 + 2\log a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log(100a) + \log\left(\frac{10}{a}\right) = \log\left(100a \cdot \frac{10}{a}\right) = \log 1000 = 3$.

Câu 14: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-2}{x+3}$ là

A. $x = 3$.

B. $y = 4$.

C. $y = 3$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -3$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \sin x + x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \cos x + \frac{x^2}{2} + 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 2$.

C. $\int f(x) dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = \cos x + x^2 + 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x) dx = \int (\sin x + x + 2) dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 2x + C$.

Câu 16: Một khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 3 cm và thể tích bằng 54 cm³ thì chiều cao của nó bằng.

A. 18.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{6}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích khối hộp chữ nhật là $V = S.h \Leftrightarrow h = \frac{V}{S} = \frac{54}{9} = 6$.

Câu 17: Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - 3i$ là:

A. $-3 - 2i$.

B. $-2 + 3i$.

C. $2 + 3i$.

D. $2 - 3i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - 3i$ là $\bar{z} = -2 + 3i$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+4) \leq 3$ là:

A. $[-4; 23]$.

B. $(-\infty; 23]$.

C. $(-\infty; 27]$.

D. $(-4; 5]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > -4$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow x + 4 \leq 27 \Leftrightarrow x \leq 23$.

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow x \in (-4; 23]$.

Câu 19: Hàm số $y = \frac{x+3}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 3)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-\infty; +\infty)$. **D. $(3; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

$$y' = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2.$$

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Nên đáp án D đúng.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là:

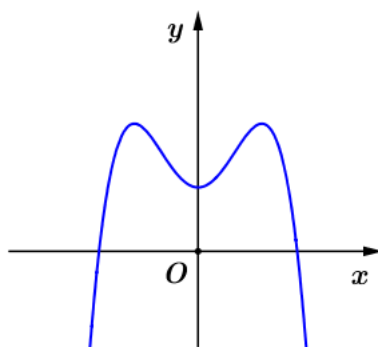
- A. $y' = 2^x \ln 2$.** B. $y' = x \cdot 2^{x-1}$. C. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. D. $y' = \frac{2^{x+1}}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 2^x \cdot \ln 2.$$

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = -x^3 + 2x^2 + 1$ B. $y = \frac{x-2}{3x-2}$
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ D. $y = -2x^2 + 1$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$.

Câu 22: Hàm số $F(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f(x)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = F(x) + C$** B. $\int f(x) dx = F'(x) + C$
C. $\int F'(x) dx = f(x) + C$ D. $\int F(x) dx = f(x) + C$

Lời giải

Chọn A

Câu 23: Cho số phức $z = \frac{1}{3-4i}$. Phần ảo của số phức z là

A. -4

B. $\frac{4}{25}$

C. $-4i$

D. $\frac{4}{25}i$

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = \frac{1}{3-4i} = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$

Vậy phần ảo của số phức z là $\frac{4}{25}$.

Câu 24: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ là

A. $y' = x^{\sqrt{3}} \ln \sqrt{3}$

B. $y' = \sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1}$

C. $y' = x^{\sqrt{3}-1}$

D. $y' = \frac{x^{\sqrt{3}}}{\ln \sqrt{3}}$

Lời giải

Chọn B

Câu 25: Tích phân $\int_0^2 4048(2x-1)^{2023} dx$ bằng

A. $2.3^{2024} - 2$

B. $3^{2024} - 1$

C. $3^{2024} + 1$

D. $2.3^{2024} + 2$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2x - 1 \Rightarrow dt = 2dx$

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = -1 \\ x = 2 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$

$\Rightarrow \int_{-1}^3 2024t^{2023} dt = t^{2024} \Big|_{-1}^3 = 3^{2024} - 1.$

Câu 26: Một khối nón có bán kính đáy r và đường sinh dài gấp đôi bán kính đáy. Thể tích khối nón đó bằng

A. $\sqrt{5}\pi r^3.$

B. $\sqrt{3}\pi r^3.$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi r^3.$

D. $\frac{\sqrt{5}}{3}\pi r^3.$

Lời giải

Chọn C

Ta có đường sinh khối nón $l = 2r$

Chiều cao khối nón $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{3}r$

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot \sqrt{3}r = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi r^3.$

Câu 27: Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ bằng

A. $f(2)$

B. $f(-2)$

C. $f(-1)$

D. $f(1)$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}; f'(x) = 3x^2 - 3$

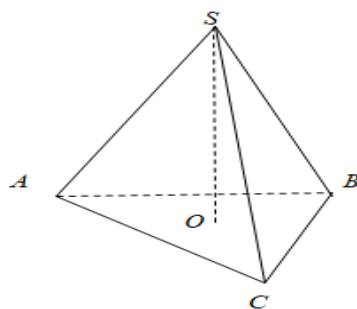
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(-1)$	$f(1)$	$+\infty$

Vậy $f_{CT} = f(1)$.

Câu 28: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa cạnh bên và đáy bằng 60° . (Tham khảo hình bên)



Chiều cao hình chóp $S.ABC$ bằng

A. a

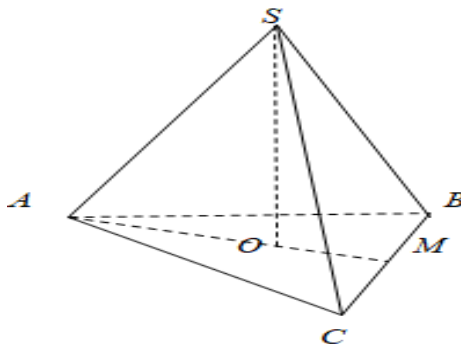
B. $\frac{3a}{2}$

C. $\frac{a}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

Lời giải

Chọn A



Ta có góc giữa cạnh bên và đáy bằng $60^\circ \Rightarrow (SA; (ABC)) = \angle SAO = 60^\circ$

Do đáy là tam giác đều nên gọi M là trung điểm cạnh BC .

$$\text{Khi đó } AO = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO = AO \cdot \tan \angle SAO = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = a$.

Chiều cao của khối chóp bằng a .

Câu 29: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^2 [f(x) - 2g(x)]dx = \int_0^2 f(x)dx - 2\int_0^2 g(x)dx = 3 - 2(-1) = 5.$

Câu 30: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được lập từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6?

A. 18.

B. 120.

C. 216.

D. 60.

Lời giải

Chọn B

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ 6 chữ số đã cho là một chỉnh hợp chập 3 của của 5 phần tử. Nên số số tự nhiên cần tìm là $A_6^3 = 120$ số.

Câu 31: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = -3 + 4i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $5 - 5i$.

B. $-2 - 6i$.

C. $4 - 6i$.

D. $-2 + 2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 + z_2 = -2 + 2i$

Câu 32: Cho khối chóp tam giác có chiều cao bằng a và đáy của nó là một tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a\sqrt{3}$ và $BD = 2a$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

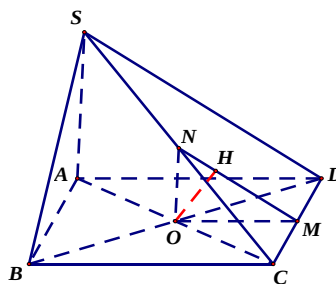
B. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

C. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

D. $\frac{2a\sqrt{30}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $BD = AB\sqrt{2} \Leftrightarrow 2a = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = a\sqrt{2}.$

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, SC . Khi đó ta có:

$$\left. \begin{array}{l} CD \perp OM \quad (OM // AB) \\ CD \perp ON \quad (ON // SA) \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (OMN) \Rightarrow (SCD) \perp (OMN).$$

Lại có: $(OMN) \cap (SCD) = MN$. Kẻ $OH \perp MN$ tại $H \Rightarrow OH \perp (SCD)$

Do đó, ta có: $d(O, (SCD)) = OH$. Xét tam giác OMN vuông tại O có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{4}{AB^2} + \frac{4}{SA^2} = \frac{4}{2a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{20}{6a^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{3a^2}{10} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

$$\text{Vậy } d(O, (SCD)) = OH = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 2z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ qua M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{2}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta \perp (\alpha) \Rightarrow \text{vtcp } \vec{u}_\Delta = \text{vtpt } \vec{n}_\alpha = (2; -3; 2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng Δ qua M có vtcp $\vec{u}_\Delta = (2; -3; 2)$ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{2}$

Câu 35: Một hộp có 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi trắng khác nhau và 7 viên bi vàng khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 6 bi lấy ra có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{1}{429}$. **B.** $\frac{1}{312}$. **C.** $\frac{25}{143}$. **D.** $\frac{5}{26}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega) = C_{16}^6 = 8008$

Gọi A là biến cố: “6 viên bi lấy ra có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng”. Khi đó, ta có:

$$n(A) = C_4^2 \cdot C_5^2 \cdot C_7^2 + C_4^1 \cdot C_5^4 \cdot C_7^1 = 1400 \Rightarrow P(A) = \frac{1400}{8008} = \frac{25}{143}$$

Câu 36: Trên mặt phẳng toạ độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z - 2 + i| = 4$ là một đường tròn có toạ độ tâm là

A. $(2; -1)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(-1; 2)$. **D.** $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$).

Ta có $|z - 2 + i| = 4 \Leftrightarrow |(x-2) + (y+1)i| = 4 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 4$ là một đường tròn có tọa độ tâm là $(2; -1)$.

Câu 37: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. 0.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. -1 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng 0.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $I(2; -3; 4)$. Điểm đối xứng của điểm I qua trục Oy có tọa độ là

A. $(-2; -3; -4)$.

B. $(-2; -3; 4)$.

C. $(2; 3; 4)$.

D. $(-2; 3; -4)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm đối xứng của điểm I qua trục Oy có tọa độ là $J(-2; -3; -4)$.

Câu 39: Cho x và y là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_3 \frac{x}{9} + \log_3 y = \frac{9 - xy^2}{y^2}$. Khi $P = x + 6y$ đạt giá

trị nhỏ nhất thì giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\sqrt[3]{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\sqrt[3]{9}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Với $x, y \in \mathbb{R}^+$, ta có: $\frac{1}{2} \log_3 \frac{x}{9} + \log_3 y = \frac{9 - xy^2}{y^2} \Leftrightarrow \log_3 \frac{x}{9} + 2 \log_3 y = \frac{18 - 2xy^2}{y^2}$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{xy^2}{9} = \frac{18 - 2xy^2}{y^2} \Leftrightarrow \log_3 xy^2 + 2 \cdot \frac{xy^2}{y^2} = \log_3 9 + 2 \cdot \frac{9}{y^2} \quad (1)$$

Xét hàm: $f(t) = \log_3 t + 2 \cdot \frac{t}{v^2}$, $t > 0$

Khi đó: $f'(t) = \frac{1}{3 \ln t} + \frac{2}{v^2} > 0, \forall t > 0, v \in \mathbb{R}$. Suy ra: $(1) \Leftrightarrow xy^2 = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{y^2}$.

$$\Rightarrow P = x + 6y = \frac{9}{y^2} + 6y = \frac{9}{y^2} + 3y + 3y \geq \sqrt[3]{\frac{9}{y^2} \cdot 3y \cdot 3y} = \sqrt[3]{81}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{9}{y^2} = 3y \Rightarrow y = \sqrt[3]{3}$.

Vậy khi $P_{\min}$ thì $\frac{x}{y} = \frac{9}{y^3} = \frac{9}{3} = 3$.

- Câu 40:** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;3;-2); B(1;4;3); C(-2;5;2)$ và $D(-1;-1;8)$. Điểm M di động trên trục Oy . Gọi $P = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}|$. Giá trị nhỏ nhất của P là
- A. 30** **B. $6\sqrt{10}$** **C. 5.** **D. $6\sqrt{29}$.**

Lời giải

Chọn A

Gọi I, J lần lượt là các điểm thỏa: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JD} = \vec{0}$.

Ta được: $I(0;4;1)$ và $J(0;1;3)$.

Khi đó: $P = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}| = 2|3\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC})| + 3|2\overrightarrow{MJ} + (\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JD})|$
 $= 6MI + 6MJ = 6(MI + MJ)$.

Lấy I' đối xứng với I qua trục $Oy \Rightarrow I'(0;4;-1)$

Vì I, J nằm cùng phía với trục Oy nên P đạt GTNN khi I', M, J thẳng hàng.

Khi đó: $P_{\min} = 6(I'M + MJ) = 6I'J = 6.5 = 30$.

- Câu 41:** Cho các số thực $b; c$ trái dấu sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1 + 2 - 5i| = \sqrt{17}$ và $(z_1 - 2)(z_2 + 4i)$ là số thuần ảo. Giá trị của $b + c$ bằng
- A. 0.** **B. 4.** **C. 24.** **D. 16.**

Lời giải

Chọn D

TH1: $z_1, z_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow |z_1 + 2 - 5i| = \sqrt{(z_1 + 2)^2 + 25} > \sqrt{17}$ (mâu thuẫn)

TH2: $z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$. Vì z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + bz + c = 0$

nên đặt $\begin{cases} z_1 = x + yi \\ z_2 = x - yi \end{cases}$, ta được $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2x = -b \\ z_1 \cdot z_2 = x^2 + y^2 = c \end{cases}$.

Ta có: $|z_1 + 2 - 5i| = \sqrt{17} \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 17$

Lại có: $(z_1 - 2)(z_2 + 4i) = x^2 + y^2 + 4ix - 4y - 2x + 2yi - 8i = (x^2 + y^2 - 2x - 4y) + (4x + 2y - 8)i$

Mà $(z_1 - 2)(z_2 + 4i)$ là số thuần ảo nên $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

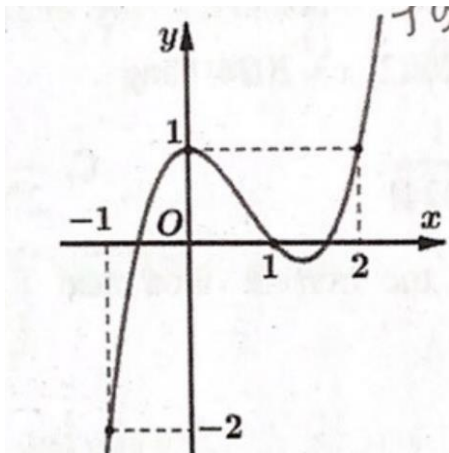
$\begin{cases} (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 17 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$.

Với $x = -1, y = 1$: $b = 2; c = 2$ không thỏa điều kiện $b.c < 0 \Rightarrow$ Loại.

Với $x=2, y=4: b=-4; c=20$ thỏa điều kiện $b.c < 0$.

Vậy $b+c=16$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) \geq -1$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = \left| f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2 \right|$ có giá trị nhỏ nhất là $m \in (0;1)$ khi và chỉ khi

- A.** $f(2) < -\frac{1}{3}$ **B.** $f(2) \leq -\frac{1}{3}$ **C.** $f(2) \geq -\frac{4}{3}$ **D.** $f(2) > -\frac{4}{3}$

Lời giải

Chọn A

Xét $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2 \Rightarrow g'(x) = f'(x) - x^2 + 2x - 1; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 2x + 1$.

Vẽ $(P): y = x^2 - 2x + 1$ cắt $y = f'(x)$ tại ba điểm có hoành độ $x = 0; x = 1; x = 2$.

Ta có bảng biến thiên của $y = g(x)$ như sau

x	$-\infty$	0		1	2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	+
$g(x)$	$+\infty$	$f(0)+2 \geq 1$		$f(1)+\frac{5}{3}$	$f(2)+\frac{4}{3}$		$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy:

Nếu $f(2) + \frac{4}{3} < 0 \Rightarrow |g(x)| \geq 0 \Rightarrow \min |g(x)| = 0$.

Do đó để $\min |g(x)| = m \in (0;1) \Rightarrow \begin{cases} f(2) + \frac{4}{3} > 0 \\ f(2) + \frac{4}{3} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(2) > -\frac{4}{3} \\ f(2) < -\frac{1}{3} \end{cases}$.

Vậy $-\frac{4}{3} < f(2) < -\frac{1}{3}$

Câu 43: Khối chóp $S.ABCDEF$ có đáy là một lục giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của đỉnh xuống mặt phẳng đáy là trung điểm H của đoạn thẳng AC . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCDEF$, biết rằng khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SDE) bằng a .

A. $\frac{9\sqrt{11}}{22}a^3$

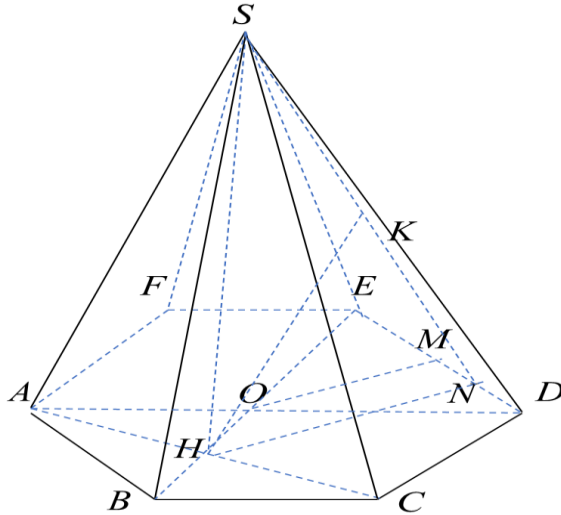
B. $\frac{3\sqrt{11}}{22}a^3$

C. $\frac{27\sqrt{11}}{22}a^3$

D. $\frac{\sqrt{11}}{22}a^3$

Lời giải

Chọn A



Tam giác EOD đều cạnh $a \Rightarrow OM \perp ED, OM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Dựng $HN \parallel OM \Rightarrow HN \perp ED \Rightarrow (SHN) \perp (SED)$.

Kẻ $HK \perp SN \Rightarrow HK \perp (SED)$.

Ta có $\frac{OM}{HN} = \frac{OE}{HE} = \frac{2}{3} \Rightarrow HN = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a}{4}$

$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} \Rightarrow SH = \frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{11}}$.

$S_{ABCDEF} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{11}} \cdot \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{9\sqrt{11}}{22}a^3$

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2023; 2023]$ của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 2023)x^4 - mx^2 - 2$ có đúng một điểm cực đại?

A. 2023

B. 2024

C. 4046

D. 4048

Lời giải

Chọn B

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m^2 - 2023 \neq 0$.

Để hàm số có đúng một điểm cực đại xảy ra hai trường hợp

TH1:

$$\begin{cases} a < 0 \\ a.b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2023 < 0 \\ (m^2 - 2023) \cdot (-m) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2023 < 0 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < \sqrt{2023}.$$

TH2:

$$\begin{cases} a > 0 \\ ab < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2023 > 0 \\ (m^2 - 2023) \cdot (-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2023 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \sqrt{2023}.$$

Vậy $m \in \{0; 1; 2; \dots; 44\}, m \in \{45; 46; \dots; 2023\}$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và

$d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Khoảng cách từ tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z + 10 = 0$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\frac{11}{3}$.

B. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} \vec{u}_{d_1} &= (-2; -1; 2), \vec{u}_{d_2} = (2; 1; -2), d_1 // d_2, A(1; 1; -1) \in d_1, B(-2; 0; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3; -1; 2) \\ \vec{n}_{(\alpha)} &= [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_{d_2}] = (0; -2; -1) \end{aligned}$$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2y + z - 1 = 0$.

$$\text{Mặt cầu } (S): I(1; -2; -3) \Rightarrow d(I; (\alpha)) = \frac{8\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x, y) thỏa mãn $2^{y+2} - \log_2(x+3) \leq \frac{x-3-2y}{2}$ và $x < 1000$?

A. 4998.

B. 5004.

C. 5010.

D. 5998.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$.

Ta có:

$$\begin{aligned} 2^{y+2} - \log_2(x+3) &\leq \frac{x-3-2y}{2} \\ \Leftrightarrow 2^{y+3} - 2\log_2(x+3) &\leq x+3-2(y+3); \\ \Leftrightarrow 2^{y+3} + 2(y+3) &\leq x+3+2\log_2(x+3) \end{aligned}$$

Đặt $\log_2(x+3) = t \Rightarrow x+3 = 2^t$. Khi đó:

$$\begin{aligned} 2^{y+3} + 2(y+3) &\leq 2^t + 2t \Leftrightarrow f(y+3) \leq f(t) \text{ với } f(t) = 2^t + 2t \Rightarrow f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 2 > 0, \forall t, \text{ do} \\ \text{đó: } f(y+3) &\leq f(t) \Leftrightarrow y+3 \leq t \Leftrightarrow y+3 \leq \log_2(x+3). \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } x+3 \geq 2^{y+3} \Rightarrow x \geq 2^{y+3} - 3 \Rightarrow 2^{y+3} - 3 \leq 1000 \Rightarrow y \leq \log_2 1003 - 3 \Leftrightarrow y \leq 6.$$

$$+) y=1 \Rightarrow x \geq 13 \Rightarrow x \in \{13; \dots; 999\} : 987 \text{ cặp.}$$

$$+) y=2 \Rightarrow x \geq 29 \Rightarrow x \in \{29; \dots; 999\} : 971 \text{ cặp.}$$

$$+) y=3 \Rightarrow x \geq 29 \Rightarrow x \in \{61; \dots; 999\} : 939 \text{ cặp.}$$

$$+) y=4 \Rightarrow x \geq 125 \Rightarrow x \in \{125; \dots; 999\} : 875 \text{ cặp.}$$

$$+) y=5 \Rightarrow x \geq 253 \Rightarrow x \in \{253; \dots; 999\} : 747 \text{ cặp.}$$

$$+) y=5 \Rightarrow x \geq 509 \Rightarrow x \in \{509; \dots; 999\} : 491 \text{ cặp.}$$

Vậy có 5010 cặp.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-2023}{(2022-x)(2021-x)(2020-x)\dots(2-x)(1-x)}$ có đồ thị (C) . Gọi đường thẳng d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2023. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d , trục hoành và hai đường thẳng $x=2022$, $x=2024$ bằng

A. $\frac{1}{2022!}$.

B. $\frac{1}{2024!}$.

C. $\frac{1}{2023!}$.

D. 2022!.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f'(2023) = \lim_{x \rightarrow 2023} \frac{\frac{x-2023}{(2022-x)(2021-x)(2020-x)\dots(2-x)(1-x)} - f(2023)}{x-2023}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2023} \frac{\frac{x-2023}{(2022-x)(2021-x)(2020-x)\dots(2-x)(1-x)}}{x-2023}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2023} \frac{1}{(2022-x)(2021-x)(2020-x)\dots(2-x)(1-x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2023} \frac{1}{(2022-2023)(2021-2023)(2020-2023)\dots(2-2023)(1-2023)} = \frac{1}{2022!}.$$

$$\text{Khi đó } d: y = f'(2023)(x-2023) + f(2023) = \frac{1}{2022!}(x-2023).$$

$$\Rightarrow S = \int_{2022}^{2024} \left| \frac{1}{2022!}(x-2023) \right| dx = \frac{1}{2022!} \int_{-1}^1 |t| dt = \frac{2}{2022!} \int_{-1}^1 t dt = \frac{1}{2022!}.$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Tính tích phân

$$\int_0^3 f(|2-x|) dx \text{ bằng?}$$

A. 7.

B. 5.

C. 3.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}\int_0^3 f(|2-x|)dx &= \int_0^2 f(|2-x|)dx + \int_2^3 f(|2-x|)dx = \int_0^2 f(2-x)dx + \int_2^3 f(x-2)dx \\ &= \int_0^2 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + 2\int_0^1 f(x)dx = 3 + 2.2 = 7.\end{aligned}$$

Câu 49: Cho z_1, z_2 là hai số phức thoả mãn $|z_1 + 2| = |z_1 + 2i|$; $|z_2 + 2 + i| = |z_2 - 1 + 2i|$ và $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{5}$. Khi $|z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z_1|$ bằng

A. 3.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $6\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn D

Đặt $z_1 = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có:

$$\begin{aligned}|z_1 + 2| &= |z_1 + 2i| \\ \Rightarrow |x + 2 + yi| &= |x + (y + 2)i| \\ \Rightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + y^2} &= \sqrt{x^2 + (y + 2)^2} \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 &= x^2 + y^2 + 4y + 4 \\ \Leftrightarrow x &= y\end{aligned}$$

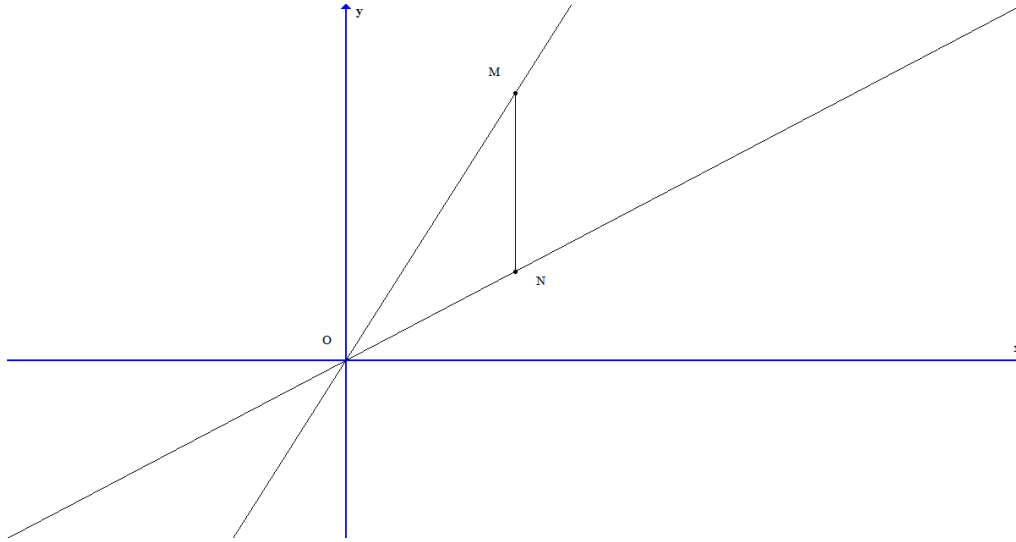
Vậy tập hợp số phức thoả mãn là đường phân giác của góc phần tư thứ I $x = y$

Tương tự với z_2 , ta có:

$$\begin{aligned}|z_2 + 2 + i| &= |z_2 - 1 + 2i| \\ \Rightarrow |x + 2 + (y + 1)i| &= |x - 1 + (y + 2)i| \\ \Rightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + (y + 1)^2} &= \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2} \\ \Leftrightarrow y &= 3x\end{aligned}$$

Vậy tập hợp số phức thoả mãn là đường thẳng $y = 3x$

Ta có hình vẽ mô tả như sau:



$$\cos(OM, ON) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Theo định lý hàm cos cho tam giác OMN, ta được:

$$MN^2 = OM^2 + ON^2 - 2OM \cdot ON \cdot \cos(OM, ON)$$

$$\Rightarrow 45 = OM^2 + ON^2 - \frac{4}{\sqrt{5}} OM \cdot ON$$

$$\Rightarrow ON^2 - \frac{4}{\sqrt{5}} OM \cdot ON + OM^2 - 45 = 0$$

Tính delta cho phương trình ẩn ON, ta được:

$$\Delta' = \left(\frac{2}{\sqrt{5}} OM \right)^2 - (OM^2 - 45) = -\frac{1}{5} OM^2 + 45 \geq 0$$

$$\Rightarrow OM^2 \leq 225$$

$$\Rightarrow 0 \leq OM \leq 15$$

$$\text{Vậy } OM_{\max} = 15 \rightarrow ON = 6\sqrt{5}$$

$$\text{Vậy } |z_1| = 6\sqrt{5}$$

Câu 50: Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính bằng 5. Một mặt phẳng (α) thay đổi cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Xét khối nón (N) nhận đường tròn (C) làm đáy, chiều cao h ($h > 5$) và đỉnh là điểm thuộc mặt cầu (S). Khối nón (N) có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4000}{81} \pi$.

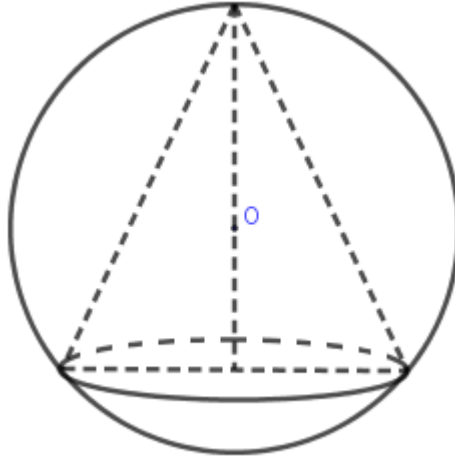
B. $\frac{4000}{27}$.

C. $\frac{4000}{27} \pi$.

D. $\frac{4000}{81}$.

Lời giải

Chọn A



Khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng: $h-5$

Bán kính đường tròn (C): $r = \sqrt{5^2 - (h-5)^2} = \sqrt{5^2 - h^2 + 10h - 25} = \sqrt{-h^2 + 10h}$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi h (-h^2 + 10h) = \frac{1}{3} \pi h^2 (-h + 10) = \frac{1}{6} \pi h^2 (-2h + 20)$$

$$\stackrel{AM-GM}{\leq} \frac{1}{6} \pi \left(\frac{h + h - 2h + 20}{3} \right)^3$$

$$\leq \frac{4000\pi}{81}$$

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{4000\pi}{81} \Leftrightarrow h = \frac{20}{3}$$

----- TOANMATH.com -----