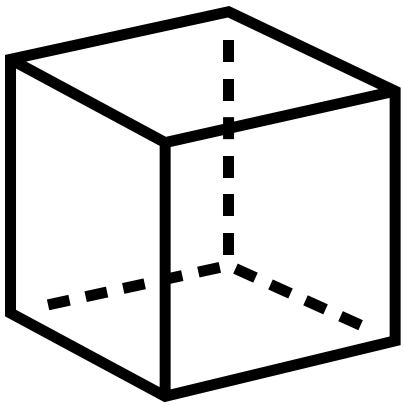
NGUYỄN VĂN HOÀNG

ĐỀ CƯƠNG HÌNH HỌC 12

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

GÓC – KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN



TẬP 2

Năm học: 2021 - 2022

HỌ VÀ TÊN:.....

LỚP:.....

"Trên con đường thành công không có dấu chân của kẻ **LƯỜI BIẾNG**"

MỤC LỤC

Chuyên đề 1: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN 1

§1- **HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN 1**

A. Định nghĩa hệ trục tọa độ 1

B. Tọa độ véc-tơ 1

C. Tọa độ điểm 2

D. Tích có hướng của hai véc-tơ 2

E. Phương trình mặt cầu 3

Dạng 1.1: Nhóm bài toán liên quan đến hình chiếu, điểm đối xứng của điểm lên trục, lên mặt phẳng tọa độ 4

Dạng 1.2: Bài toán liên quan đến véc-tơ và độ dài đoạn thẳng 9

Dạng 1.3: Bài toán liên quan đến tọa độ trung điểm và trọng tâm 16

Dạng 1.4: Nhóm bài toán liên quan đến tích vô hướng của hai véc-tơ 21

Dạng 1.5: Nhóm bài toán liên quan đến tích có hướng của hai véc-tơ 27

Dạng 1.6: Xác định các yếu tố cơ bản của mặt cầu 32

Dạng 1.7: Viết phương trình mặt cầu loại cơ bản 42

F. BÀI TẬP TỰ LUYỆN - MẶT CẦU 48

§2- **PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG 52**

A. Kiến thức cơ bản cần nhớ 52

Dạng 2.8: Xác định các yếu tố của mặt phẳng 54

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 61

Dạng 2.9: Viết phương trình mặt phẳng 62

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 79

Dạng 2.10: Điểm thuộc mặt phẳng 85

Dạng 2.11: Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng 88

Dạng 2.12: Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu 91

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 93

§3- **PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG 107**

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ 107

Dạng 3.13: Xác định các yếu tố cơ bản của đường thẳng 109

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 114

Dạng 3.14: Góc ... 117

Dạng 3.15: Khoảng cách ... 121

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN ... 123

Dạng 3.16: Viết phương trình đường thẳng ... 125

Dạng 3.17: Xác định phương trình mặt phẳng có yếu tố đường thẳng ... 150

D. BÀI TẬP VẬN DỤNG ... 160

Dạng 3.18: Xác định phương trình đường thẳng ... 160

§4- ỨNG DỤNG HÌNH HỌC GIẢI TÍCH TRONG KHÔNG GIAN ... 193

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ ... 193

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP ... 193

Dạng 4.19: Ứng dụng hình học giải tích OXYZ để tìm GÓC ... 193

Dạng 4.20: Ứng dụng hình học giải tích OXYZ để tìm KHOẢNG CÁCH ... 195

Dạng 4.21: Ứng dụng hình học giải tích OXYZ để tìm THỂ TÍCH, BÁN KÍNH 197

Chuyên đề 2: GÓC - KHOẢNG CÁCH ... 200

§1- GÓC TRONG KHÔNG GIAN ... 200

A. CÁC DẠNG BÀI TẬP ... 200

Dạng 1.22: Góc giữa hai đường thẳng ... 200

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN ... 205

Dạng 1.23: Góc của đường thẳng với mặt phẳng ... 208

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN ... 215

Dạng 1.24: Góc giữa hai mặt phẳng ... 220

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN ... 226

§2- KHOẢNG CÁCH ... 230

A. CÁC DẠNG BÀI TẬP ... 230

Dạng 2.25: Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng ... 231

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN ... 235

Dạng 2.26: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau ... 242

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN ... 247

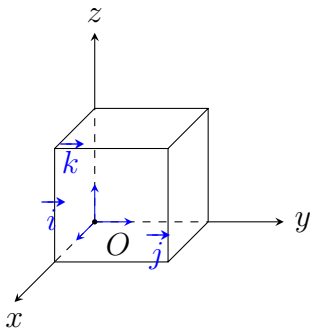
Dạng 2.27: Khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng và khoảng cách giữa hai mặt phẳng ... 252

1 PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. ĐỊNH NGHĨA HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

Hệ gồm 3 trục Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một, và chung điểm gốc O. Gọi $\vec{i} = (1;0;0)$, $\vec{j} = (0;1;0)$, $\vec{k} = (0;0;1)$ là các véc-tơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz. Hệ ba trục như vậy gọi là hệ trục tọa độ vuông góc trong không gian hay hệ trục $Oxyz$.



! $\vec{i}^{\,2} = \vec{j}^{\,2} = \vec{k}^{\,2} = 1$ và $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$.

B. TỌA ĐỘ VÉC-TƠ

Định nghĩa 1.1. Cho $\vec{a} = (x;y;z) \Leftrightarrow \vec{a} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$.

Cho $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$, $k \in \mathbb{R}$.

- $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$.
- $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$.
- Hai véc-tơ bằng nhau $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3. \end{cases}$
- $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \dfrac{a_3}{b_3}$.
- Mô-đun (độ dài) véc-tơ: $\vec{a}^{\,2} = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.

- Tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$.

Suy ra: $\begin{cases} \bullet\ \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0 \\ \bullet\ \cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right|} = \dfrac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}. \end{cases}$

C. TỌA ĐỘ ĐIỂM

Định nghĩa 1.2. $M(a;b;c) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k} = (a;b;c)$.

GHI NHỚ

$\begin{cases} M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0, M \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0, M \in (Oxz) \Leftrightarrow y = 0 \\ M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0, M \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0, M \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0. \end{cases}$

Cho hai điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$, $A = (x_B; y_B; z_B)$.

- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.
- Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}; \dfrac{z_A + z_B}{2}\right)$.
- Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G\left(\dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}; \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}; \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.
- Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G là $G\left(\dfrac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \dfrac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \dfrac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$.

D. TÍCH CÓ HƯỚNG CỦA HAI VÉC-TƠ

Định nghĩa 1.3. Trong hệ trục tọa đô $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\begin{cases} \vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \\ \vec{b} = (b_1; b_2; b_3) \end{cases}$. Tích có hướng của hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một véc-tơ, ký hiệu là $\left[\vec{a}, \vec{b}\right]$ (hoặc $\vec{a} \wedge \vec{b}$) và được xác định bởi công thức

$$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

! Nếu $\vec{c} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right]$ thì ta luôn có $\vec{c} \perp \vec{a}$ và $\vec{c} \perp \vec{b}$.

1. $\left[\vec{i}, \vec{j}\right] = \vec{k}, \left[\vec{j}, \vec{k}\right] = \vec{i}, \left[\vec{k}, \vec{i}\right] = \vec{j}$
2. $\left[\vec{a}, \vec{b}\right] \perp \vec{a}, \left[\vec{a}, \vec{b}\right] \perp \vec{b}$
3. $\left|\left[\vec{a}, \vec{b}\right]\right| = |\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \sin\left(\vec{a}; \vec{b}\right)$
4. $\vec{a} \upuparrows \vec{b} \Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \vec{0}$

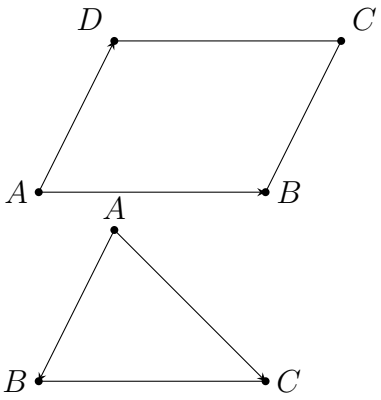
Ứng dụng của tích có hướng

a) Để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right] \cdot \vec{c} = 0$.
Ngược lại, để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thì $\left[\vec{a}, \vec{b}\right] \cdot \vec{c} \neq 0$ (thường gọi là tích hỗn tạp).
Do đó, để chứng minh 4 điểm A, B, C, D là bốn điểm của một tứ diện, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng, nghĩa là $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$.
Ngược lại, để chứng minh 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ cùng thuộc một mặt phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

b) Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD} = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right]\right|$.

c) Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|$.

d) Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right] \cdot \overrightarrow{AA'}\right|$.



e) Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V = \dfrac{1}{6} \cdot \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD}\right|$.

E. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

a) **Phương trình mặt cầu** (S) **dạng** 1. Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm } I(a;b;c) \\ \bullet \text{ Bán kính } R \end{cases} \Rightarrow (S): \boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2}.$$

b) **Phương trình mặt cầu** (S) **dạng** 2. Khai triển dạng 1, ta được

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + a^2 + b^2 + c^2 - R^2 = 0$$

và đặt $d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2$ thì được phương trình mặt cầu dạng 2 là

$$(S): \boxed{x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0}.$$

với $a^2+b^2+c^2-d > 0$ là phương trình mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Dạng 1.1. Nhóm bài toán liên quan đến hình chiếu, điểm đối xứng của điểm lên trục, lên mặt phẳng tọa độ

a) **Hình chiếu**: "**Thiếu cái nào, cho cái đó bằng 0**". Nghĩa là hình chiếu của $M(a;b;c)$ lên:

- Ox là $M_1(a;0;0)$.
- Oy là $M_2(0;b;0)$.
- Oz là $M_3(0;0;c)$.
- (Oxy) là $M_4(a;b;0)$.
- (Oxz) là $M_5(a;0;c)$.
- (Oyz) là $M_6(0;b;c)$.

b) **Đối xứng**: "**Thiếu cái nào, đổi dấu cái đó**". Nghĩa là điểm đối xứng của $N(a;b;c)$ qua:

- Ox là $N_1(a;-b;-c)$.
- Oy là $N_2(-a;b;-c)$.
- Oz là $N_3(-a;-b;c)$.
- (Oxy) là $N_4(a;b;-c)$.
- (Oxz) là $N_5(a;-b;c)$.
- (Oyz) là $N_6(-a;b;c)$.

c) **Khoảng cách**: Để tìm khoảng cách từ điểm M đến trục (hoặc mặt phẳng tọa độ), ta tìm **hình chiếu** H của điểm M lên trục (hoặc mặt phẳng tọa độ), từ đó suy ra **khoảng cách cần tìm là** $d = MH$.

Ví dụ 1 (Mã 101-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

(A) $(0;2;-3)$. (B) $(1;0;-3)$. (C) $(1;2;0)$. (D) $(1;0;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Đề Minh Họa 2020 Lần 1). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

(A) $(2;0;1)$. (B) $(2;-2;0)$. (C) $(0;-2;1)$. (D) $(0;0;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\,(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

(A) $(0;1;0)$. (B) $(2;1;0)$. (C) $(0;1;-1)$. (D) $(2;0;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. (Mã 102-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;2;0)$. (B) $(0;0;5)$. (C) $(1;0;0)$. (D) $(0;2;5)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (Mã 101-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A\,(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là:

(A) $(0;2;1)$. (B) $(3;0;0)$. (C) $(0;0;1)$. (D) $(0;2;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (Mã 103-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A\,(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;5;2)$. (B) $(0;5;0)$. (C) $(3;0;0)$. (D) $(0;0;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Mã 104-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;1;0)$. (B) $(8;0;0)$. (C) $(0;1;2)$. (D) $(0;0;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. (Mã 101-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$. Điểm nào sau đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng Oxy?

(A) $(0;4;2)$. (B) $(1;4;0)$. (C) $(1;0;2)$. (D) $(0;0;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. (Mã 103-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$ điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A\,(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

(A) $M\,(3;0;2)$. (B) $(0;0;2)$. (C) $Q\,(0;5;2)$. (D) $N\,(3;5;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (Mã 102-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A\,(1;2;3)$ trên mặt phẳng Oxy.

(A) $Q\,(1;0;3)$. (B) $P\,(1;2;0)$. (C) $M\,(0;0;3)$. (D) $N\,(0;2;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. (Mã 104-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A\,(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

(A) $Q\,(0;4;1)$. (B) $P\,(3;0;1)$. (C) $M\,(0;0;1)$. (D) $N\,(3;4;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. (Mã 104-2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\,(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(3;0;-1)$. (B) $(0;1;0)$. (C) $(3;0;0)$. (D) $(0;0;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (Mã 103-2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\,(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(0;0;-1)$. (B) $(2;0;-1)$. (C) $(0;1;0)$. (D) $(2;0;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. (Mã 102-2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\,(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

(A) $(3;-1;0)$. (B) $(0;0;1)$. (C) $(0;-1;0)$. (D) $(3;0;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (Mã 101-2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

(A) $(2;0;0)$. (B) $(0;1;0)$. (C) $(2;1;0)$. (D) $(0;0;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

(A) $M(3;0;0)$. (B) $N(0;-1;1)$. (C) $P(0;-1;0)$. (D) $Q(0;0;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz)?

(A) $M(3;4;0)$. (B) $P(-2;0;3)$. (C) $Q(2;0;0)$. (D) $N(0;4;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. (Chuyên Hạ Long 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oyz) là M'. Xác định tọa độ M'.

(A) $M'(4;5;0)$. (B) $M'(4;0;6)$. (C) $M'(4;0;0)$. (D) $M'(0;5;6)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 19. (Chuyên Hạ Long 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x;y;z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

(A) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x;y;-z)$.

(B) Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x;y;-z)$.

(C) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x;y;-z)$.

(D) Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x;2y;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 20. (THCS-THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

(A) $(0;2;3)$. (B) $(-1;-2;-3)$. (C) $(-1;2;3)$. (D) $(1;2;-3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 21. (Chuyên Hạ Long 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy.

(A) $A'(2;3;5)$. (B) $A'(2;-3;-5)$. (C) $A'(-2;-3;5)$. (D) $A'(-2;-3;-5)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 1.2. Bài toán liên quan đến véc-tơ và độ dài đoạn thẳng

Bài toán liên quan đến véc-tơ và độ dài đoạn thẳng

CẦN NHỚ: Cho hai điểm $A=(x_A;y_A;z_A)$, $A=(x_B;y_B;z_B)$.

- $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$.

- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.
- $\vec{a} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
  Ví dụ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \vec{a}(\ldots;\ldots;\ldots)$.
- $M(a; b; c) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$.
  Ví dụ $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} \Leftrightarrow M(\ldots;\ldots;\ldots)$.
- Điểm thuộc trục và mặt phẳng tọa độ (thiếu cái nào cho cái đó bằng 0):
  - $M \in (Oxy) \xrightarrow{z=0} M(x_M; y_M; 0)$.
  - $M \in Ox \xrightarrow{y=z=0} M(x_M; 0; 0)$.
  - $M \in (Oyz) \xrightarrow{x=0} M(0; y_M; z_M)$.
  - $M \in Oy \xrightarrow{x=z=0} M(0; y_M; 0)$.
  - $M \in (Oxz) \xrightarrow{y=0} M(x_M; 0; z_M)$.
  - $M \in Oz \xrightarrow{x=y=0} M(0; 0; z_M)$.

Ví dụ 1 (Mã 101-2021-Lần 2). Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$ và $\vec{v} = (-1; 2; 0)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

Ⓐ $(0; 0; -3)$. Ⓑ $(0; 0; 3)$. Ⓒ $(-2; 4; -3)$. Ⓓ $(2; -4; 3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Đề minh họa 2022). Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

Ⓐ $(3; 4; -3)$. Ⓑ $(-1; 2; -3)$. Ⓒ $(-1; 2; -1)$. Ⓓ $(1; -2; 1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (Mã 104-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

Ⓐ $(-2; -10; 3)$. Ⓑ $(-2; -6; 3)$. Ⓒ $(-4; -8; 4)$. Ⓓ $(-2; -10; -3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4 (Mã 102 - 2021 - Lần 1). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

(A) $(-4;1;3)$. (B) $(4;-1;3)$. (C) $(-4;1;-3)$. (D) $(4;1;3)$.

Ví dụ 5 (THPT Quốc Gia 2021 – Lần 1 - Mã 102). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

(A) $(-2;3;5)$. (B) $(2;-3;5)$. (C) $(-2;-3;5)$. (D) $(2;-3;5)$.

Ví dụ 6. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(1;1;-2)$ và $B\,(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(-1;-1;-3)$. (B) $(3;1;1)$. (C) $(1;1;3)$. (D) $(3;3;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(1;1;-1)$ và $B\,(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(1;2;3)$. (B) $(-1;-2;3)$. (C) $(3;5;1)$. (D) $(3;4;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A\,(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

(A) $OA=\sqrt{5}$. (B) $OA=5$. (C) $OA=3$. (D) $OA=9$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}\,(1;2;3)$; $\vec{b}\,(2;2;-1)$; $\vec{c}\,(4;0;-4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ là

(A) $\vec{d}\,(-7;0;-4)$. (B) $\vec{d}\,(-7;0;4)$. (C) $\vec{d}\,(7;0;-4)$. (D) $\vec{d}\,(7;0;4)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (THPT Ba Đình 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(0;1;-1)$, $B\,(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(2;2;3)$. (B) $(1;2;3)$. (C) $(3;5;1)$. (D) $(3;4;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=(2;3;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ có tọa độ là

(A) $(3;4;1)$. (B) $(-1;-2;3)$. (C) $(3;5;1)$. (D) $(1;2;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;-3;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}$.

(A) $(10;-2;13)$. (B) $(-2;2;-7)$. (C) $(-2;-2;7)$. (D) $(-2;2;7)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

(A) $(-1;2;-3)$. (B) $(2;-3;-1)$. (C) $(2;-1;-3)$. (D) $(-3;2;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

(A) $(10;-2;13)$. (B) $(-2;2;-7)$. (C) $(-2;-2;7)$. (D) $(-2;2;7)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{x} = (2;1;-3)$ và $\vec{y} = (1;0;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

(A) $\vec{a} = (4;1;-1)$. (B) $\vec{a} = (3;1;-4)$. (C) $\vec{a} = (0;1;-1)$. (D) $\vec{a} = (4;1;-5)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (THPT-Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-1;0)$ và $B(1;1;-3)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(3;0;-3)$. (B) $(-1;2;-3)$. (C) $(-1;-2;3)$. (D) $(1;-2;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho $A\left(2;-2;1\right), B\left(1;-1;3\right)$ Tọa độ vecto $\overrightarrow{AB}$ là:

(A) $(-1;1;2)$. (B) $(-3;3;-4)$. (C) $(3;-3;4)$. (D) $(1;-1;-2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vecto đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz Tính tọa độ của vecto $\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$

(A) $\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}=(-1;-1;1)$. (B) $\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}=(-1;1;1)$.

(C) $\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}=(1;1;-1)$. (D) $\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}=(1;-1;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 19. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$, khi đó tọa độ véc tơ $\vec{u}$ là

(A) $(-2;3;1)$. (B) $(2;3;-1)$. (C) $(2;-3;-1)$. (D) $(2;3;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 20. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;1)$ và $\vec{b}=(-1;3;0)$. Vectơ $\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là

(A) $(1;7;2)$. (B) $(1;5;2)$. (C) $(3;7;2)$. (D) $(1;7;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 21. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

(A) $\vec{a}\,(-1;2;-3)$. (B) $\vec{a}\,(2;-3;-1)$. (C) $\vec{a}\,(-3;2;-1)$. (D) $\vec{a}\,(2;-1;-3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 22. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A $(1;-3;1)$, B $(3;0;-2)$. Tính độ dài AB.

(A) 26. (B) 22. (C) $\sqrt{26}$. (D) $\sqrt{22}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 23. (Chuyên-KHTN-Hà Nội-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(1;-2;-1)$, $B\,(1;4;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

(A) $2\sqrt{13}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) 3. (D) $2\sqrt{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 24. (Hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a}\,(-2;2;0)$, $\vec{b}\,(2;2;0)$, $\vec{c}\,(2;2;2)$. Giá trị của $\left|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right|$ bằng

(A) 6. (B) 11. (C) $2\sqrt{11}$. (D) $2\sqrt{6}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 25. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;3;5)$, $B(2;2;3)$. Độ dài đoạn AB bằng

(A) $\sqrt{7}$. (B) $\sqrt{8}$. (C) $\sqrt{6}$. (D) $\sqrt{5}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 1.3. Bài toán liên quan đến tọa độ trung điểm và trọng tâm

Bài toán liên quan đến trung điểm tọa độ trọng tâm

CẦN NHỚ: Cho hai điểm $A=(x_A;y_A;z_A)$, $A=(x_B;y_B;z_B)$.

- Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$.
  NHỚ: $M=\dfrac{A+B}{2}$
- Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$.
  NHỚ: $G=\dfrac{A+B+C}{3}$
- Gọi G_1 là trọng tâm tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G là $G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4};\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4};\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right)$.
  NHỚ: $G_1=\dfrac{A+B+C+D}{4}$

Ví dụ 1. Cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB.

(A) $I(-2;2;1)$. (B) $I(1;0;4)$. (C) $I(2;0;8)$. (D) $I(2;-2;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2. Cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;0;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn MN.

(A) $I(4;-2;2)$. (B) $I(2;-1;2)$. (C) $I(4;-2;1)$. (D) $I(2;-1;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(2;-4;3)$ và $B\,(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

(A) $(4;-2;10)$. (B) $(1;3;2)$. (C) $(2;6;4)$. (D) $(2;-1;5)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\,(3;-4;0)$, $B\,(-1;1;3)$, $C\,(3,1,0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

(A) $D\,(6;0;0)$, $D\,(12;0;0)$. (B) $D\,(0;0;0)$, $D\,(6;0;0)$.

(C) $D\,(-2;1;0)$, $D\,(-4;0;0)$. (D) $D\,(0;0;0)$, $D\,(-6;0;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(3;-2;3)$ và $B\,(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

(A) $I\,(1;0;4)$. (B) $I\,(2;0;8)$. (C) $I\,(2;-2;-1)$. (D) $I\,(-2;2;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

(A) $I(-2;2;1)$. (B) $I(1;0;4)$. (C) $I(2;0;8)$. (D) $I(2;-2;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB

(A) $I(2;-4;2)$. (B) $I(4;2;6)$. (C) $I(-2;-1;-3)$. (D) $I(2;1;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. Trong không gian cho hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(0;0;1)$. Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC.

(A) $G(0;0;3)$. (B) $G(0;0;9)$. (C) $G(-1;0;3)$. (D) $G(0;0;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB.

(A) $I(2;-4;2)$. (B) $I(4;2;6)$. (C) $I(-2;-1;3)$. (D) $I(2;1;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

(A) $(1;3;2)$. (B) $(2;-1;5)$. (C) $(2;-1;-5)$. (D) $(2;6;4)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. (THPT Cù Huy Cận 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

(A) $G(2;1;2)$. (B) $G(6;3;6)$. (C) $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. (D) $G(2;-1;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(5;-2;0), B(-2;3;0), C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

(A) $(1;2;1)$. (B) $(2;0;-1)$. (C) $(1;1;1)$. (D) $(1;1;-2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;-2;2)$ và $N(1;0;4)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng MN là:

(A) $(1;-1;3)$. (B) $(0;2;2)$. (C) $(2;-2;6)$. (D) $(1;0;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-3;4)$ và $B(5;6)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

Ⓐ $(1;5)$. Ⓑ $(4;1)$. Ⓒ $(5;1)$. Ⓓ $(8;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;9)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

Ⓐ $(0;3;3)$. Ⓑ $(4;-2;12)$. Ⓒ $(2;-1;6)$. Ⓓ $\left(0;\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (Liên Trường Thpt Tp Vinh Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;2)$ và $B(3;-3;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

Ⓐ $M(1;1;2)$. Ⓑ $M(2;2;4)$. Ⓒ $M(2;-4;0)$. Ⓓ $M(4;-8;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. (THPT Nghĩa Hưng NĐ- 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

Ⓐ $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$. Ⓑ $B(-4;9;8)$. Ⓒ $B(5;3;-7)$. Ⓓ $B(5;-3;-7)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 1.4. Nhóm bài toán liên quan đến tích vô hướng của hai véc-tơ

Cần nhớ: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3), k \in \mathbb{R}$

Tích vô hướng: $\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}$

(hoành × hoành, cộng tung × tung, cộng cao × cao).

$$\boxed{\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right|}} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_1b_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_1^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

(góc giữa hai véctơ có thể nhọn hoặc tù)

Và $\boxed{\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0.$

(2 véctơ vuông góc thì nhân nhau bằng 0).

- $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_1^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
- $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$ hay $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2$

và $|\vec{a} \pm \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Ví dụ 1. Cho $A(2; -1; 1), B(-1; 3; -1), C(5; -3; 4)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

(A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 48$. (B) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -48$. (C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 52$. (D) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -52$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2. Cho $A(2; 1; 4), B(-2; 2; -6), C(6; 0; -1)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

(A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -67$. (B) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 65$. (C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 67$. (D) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 33$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (-1;3;2)$ và $\vec{v} = (x;0;1)$. Tính giá trị của x để $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

(A) $x = 0$. (B) $x = 3$. (C) $x = 2$. (D) $x = 5$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;0)$ và $\vec{b} = (-1;0;-2)$. Tính $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$.

(A) $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = -\dfrac{2}{25}$. (B) $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = -\dfrac{2}{5}$.

(C) $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{2}{25}$. (D) $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{2}{5}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (KSCL THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2;-2;-4)$, $\vec{b} = (1;-1;1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) $\vec{a} + \vec{b} = (3;-3;-3)$. (B) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

(C) $\left|\vec{b}\right| = \sqrt{3}$. (D) $\vec{a} \perp \vec{b}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (THPT Lê Văn Thịnh Bắc Ninh 2019) Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC biết $A(1;3)$, $B(-2;-2)$, $C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

(A) $\cos A = \dfrac{2}{\sqrt{17}}$. (B) $\cos A = \dfrac{1}{\sqrt{17}}$. (C) $\cos A = -\dfrac{2}{\sqrt{17}}$. (D) $\cos A = -\dfrac{1}{\sqrt{17}}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = \left(-\sqrt{3}; 0; 1\right)$ là

(A) 120°. (B) 60°. (C) 150°. (D) 30°.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

(A) $\dfrac{3}{13}$. (B) $\dfrac{5}{6}$. (C) $-\dfrac{5}{6}$. (D) $-\dfrac{3}{13}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. (Chuyên Đhsp Hà Nội 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = \left(-\sqrt{3}; 0; 1\right)$ là

(A) 120°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 150°.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.

(A) $\vec{u}.\vec{v} = 8$. (B) $\vec{u}.\vec{v} = 6$. (C) $\vec{u}.\vec{v} = 0$. (D) $\vec{u}.\vec{v} = -6$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. (Chuyên Hưng Yên 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = \left(-\sqrt{3}; 0; 1\right)$ là

(A) 30^0. (B) 120^0. (C) 60^0. (D) 150^0.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3)$ $B(0;3;1)$, $A(-1;-2;3), B(0;3;1), C(4;2;2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

(A) $\dfrac{9}{\sqrt{35}}$. (B) $-\dfrac{9}{\sqrt{35}}$. (C) $-\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$. (D) $\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A\,(1;0;0)$, $B\,(0;0;1)$, $C\,(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

(A) $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. (Chuyên Đại học Vinh-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3;4;0)$ và $\vec{b} = (5;0;12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

(A) $\dfrac{3}{13}$. (B) $\dfrac{5}{6}$. (C) $-\dfrac{5}{6}$. (D) $-\dfrac{3}{13}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (Thpt Vĩnh Lộc-Thanh Hóa 2019) Trong hệ tọa độ Oxy, cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2; -1)$. Tính $\vec{u}.\vec{v}$.

(A) $\vec{u}.\vec{v} = -1$. (B) $\vec{u}.\vec{v} = 1$. (C) $\vec{u}.\vec{v} = (2; -3)$. (D) $\vec{u}.\vec{v} = 5\sqrt{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (THPT Ngô Quyền-Ba Vì-Hải Phòng 2019) Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó, tích vô hướng $\left(\vec{a} + \vec{b}\right).\vec{b}$ bằng

(A) 12. (B) 2. (C) 11. (D) 10.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. (Kiểm tra năng lực-ĐH-Quốc Tế-2019) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-4; -2; 6)$. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

(A) $\vec{b} = -2\vec{a}$. (B) $\vec{a}.\vec{b} = 0$.

(C) $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$. (D) $\left|\vec{b}\right| = 2\,|\vec{a}|$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. (THPT Mai Anh Tuấn-Thanh Hóa-2019) Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

(A) $120°$. (B) $45°$. (C) $135°$. (D) $60°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 19. (Chuyên Lê Hồng Phong-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A\,(0;0;3)$, $B\,(0;0;-1)$, $C\,(1;0;-1)$, $D\,(0;1;-1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) $AB \perp BD$. (B) $AB \perp BC$. (C) $AB \perp AC$. (D) $AB \perp CD$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 20. (THPT Thanh Miện I-Hải Dương-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $\vec{a} = (2;1;-1)$; $\vec{b} = (1;3;m)$. Tìm m để $\left(\vec{a};\vec{b}\right) = 90^\circ$.

(A) $m = -5$. (B) $m = 5$. (C) $m = 1$. (D) $m = -2$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 21. (SGD Đồng Tháp-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2;-1;1)$ và $\vec{v} = (0;-3;-m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v} = 1$.

(A) $m = 4$. (B) $m = 2$. (C) $m = 3$. (D) $m = -2$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 22. (CỤM Chuyên Môn 4-Hải Phòng-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho $A\,(1;2;3)\,; B\,(-1;2;1)\,; C\,(3;-1;-2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

(A) -6. (B) -14. (C) 14. (D) 6.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 23. (THPT Mộ Đức-Quảng Ngãi-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3)$, $B(0;3;1)$, $C(4;2;2)$. Côsin của góc BAC bằng

(A) $\dfrac{9}{\sqrt{35}}$. (B) $\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$. (C) $-\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$. (D) $-\dfrac{9}{\sqrt{35}}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 1.5. Nhóm bài toán liên quan đến tích có hướng của hai véc-tơ

Cần nhớ: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\begin{cases} \vec{a} = (a_1;a_2;a_3) \\ \vec{b} = (b_1;b_2;b_3) \end{cases}$.

Tích có hướng:

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

(Hoành che hoành tung che tung – đổi dấu; cao che cao)

Ứng dụng:

- $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]\cdot\vec{c} = 0$.
- $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]\cdot\vec{c} \neq 0$.
- A,B,C,D đồng phẳng $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD} = 0$.
- A,B,C,D là các đỉnh tứ diện $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD} \neq 0$.
- Diện tích $\triangle ABC$ là $S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$.
- Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{\square ABCD} = \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$.
- Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right|$.
- Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\cdot\overrightarrow{AA'}\right|$.

Ví dụ 1. Biết ba véc-tơ $\vec{u} = (2;-1;1)$, $\vec{v} = (1;2;1)$ và $\vec{w} = (m;3;-1)$ đồng phẳng. Tìm m.

(A) $m = \dfrac{3}{8}$. (B) $m = -\dfrac{3}{8}$. (C) $m = \dfrac{8}{3}$. (D) $m = -\dfrac{8}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2. Biết ba véctơ $\vec{u} = (1;2;1)$, $\vec{v} = (-1;1;2)$ và $\vec{w} = (m;3m;m+2)$ đồng phẳng. Tìm m.

(A) $m = 2$. (B) $m = 1$. (C) $m = -2$. (D) $m = -1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. Tìm m để bốn điểm $A(1;1;4), B(5;-1;3), C(2;2;m), D(3;1;5)$ đồng phẳng.

(A) $m = 6$. (B) $m = 4$. (C) $m = -4$. (D) $m = -6$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b} = (1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

(A) $\vec{c} = (2;6;-1)$. (B) $\vec{c} = (4;6;-1)$. (C) $\vec{c} = (4;-6;-1)$. (D) $\vec{c} = (2;-6;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1;1;-2)$, $\vec{b} = (1;0;3)$ là

(A) $(2;3;-1)$. (B) $(3;5;-2)$. (C) $(2;-3;-1)$. (D) $(3;-5;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba véctơ $\vec{a} = (1;2;-1)$, $\vec{b} = (3;-1;0)$, $\vec{c} = (1;-5;2)$. Câu nào sau đây đúng?

(A) $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.
(B) $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng.
(C) $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng.
(D) $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Việt Đức Hà Nội 2019) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;0;3)$, $C(-2;1;3)$ và $D(0;1;1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng:

(A) 6. (B) 8. (C) 12. (D) 4.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1;-2;3)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$. Khẳng định nào sau đây sai?

(A) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = 3$.
(B) $\vec{a}.\vec{b} = -4$.
(C) $\left|\vec{a}-\vec{b}\right| = 5$.
(D) $\left[\vec{a},\vec{b}\right] = (-1;-4;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-1)$, $B(1;-1;2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

(A) $\sqrt{11}$. (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{11}}{2}$. (D) $\sqrt{6}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (Yên Phong 1-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$, $C(-1;1;0)$, $D(-2;1;2)$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

(A) $\frac{42}{3}$. (B) $\frac{14}{3}$. (C) $\frac{21}{3}$. (D) $\frac{7}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. (SGD và ĐT Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, tính diện tích S của tam giác ABC, biết $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$.

(A) $S=\frac{\sqrt{61}}{3}$. (B) $S=\frac{\sqrt{61}}{2}$. (C) $S=2\sqrt{61}$. (D) $S=\sqrt{61}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $O(0;0;0)$, $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tất cả giá trị của m để 4 điểm O,A,B,C đồng phẳng?

(A) $m=14$. (B) $m=-14$. (C) $m=7$. (D) $m=-7$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $A.BCD$ có $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$ Tính độ dài đường cao của hình chóp $A.BCD$.

(A) $2\sqrt{2}$. (B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. (Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A\,(2;1;-3)$, $B\,(0;-2;5)$ và $C\,(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

(A) $2\sqrt{87}$. (B) $\dfrac{\sqrt{349}}{2}$. (C) $\sqrt{349}$. (D) $\sqrt{87}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (SGD-Bình Dương-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\,(0;1;1)$, $B\,(-1;0;2)$, $C\,(-1;1;0)$ và điểm $D\,(2;1;-2)$. Khi đó thể tích tứ diện $ABCD$ là

(A) $V=\dfrac{5}{6}$. (B) $V=\dfrac{5}{3}$. (C) $V=\dfrac{6}{5}$. (D) $V=\dfrac{3}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (THPT Mộ Đức-Quảng Ngãi-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A\,(1;2;-1)$, $B\,(0;-2;3)$. Tính diện tích tam giác OAB.

(A) $\dfrac{\sqrt{29}}{6}$. (B) $\dfrac{\sqrt{29}}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{78}}{2}$. (D) 2.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 1.6. Xác định các yếu tố cơ bản của mặt cầu

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm một tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S):\begin{cases}\text{Tâm}: I(a;b;c)\\ \text{Bán kính:} R\end{cases} \Leftrightarrow (S): \boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:**

$(S):$ $\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$. Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Lưu ý: Để $f(x;y;z)=0$ là một phương trình mặt cầu thì phải thỏa mãn hai điều kiện:

- Hệ số trước x^2, y^2, z^2 phải bằng nhau
- $R^2=a^2+b^2+c^2-d>0$

Ví dụ 1 (Đề minh họa 2022). Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$ có bán kính bằng

(A) 3. (B) 81. (C) 9. (D) 6.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Mã 102- 2022). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của (S) bằng

(A) 3. (B) $\sqrt{6}$. (C) $2\sqrt{6}$. (D) 12.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (Mã 104-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-2;1;-3)$. (B) $(-4;2;-6)$. (C) $(4;-2;6)$. (D) $(2;-1;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ $(-1;-2;-3)$. Ⓑ $(1;2;3)$. Ⓒ $(-1;2;-3)$. Ⓓ $(1;-2;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ $(-2;4;-1)$. Ⓑ $(2;-4;1)$. Ⓒ $(2;4;1)$. Ⓓ $(-2;-4;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (Mã 101-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 18. Ⓒ 9. Ⓓ 3.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Mã 103-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:

Ⓐ 32. Ⓑ 8. Ⓒ 4. Ⓓ 16.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. (Mã 104-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=16$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

(A) 4. (B) 32. (C) 16. (D) 8.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. (Mã 101- 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;2;-3)$. (B) $(2;-4;6)$. (C) $(1;-2;3)$. (D) $(-2;4;-6)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (Mã 103-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;2;3)$. (B) $(2;-4;-6)$. (C) $(-2;4;6)$. (D) $(1;-2;-3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. (Mã 102-2020 Lần 2) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-2;-4;6)$. (B) $(2;4;-6)$. (C) $(-1;-2;3)$. (D) $(1;2;-3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. (Mã 104-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;-2;3)$. (B) $(-2;-4;6)$. (C) $(1;2;-3)$. (D) $(2;4;-6)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-2)^2=8$. Tính bán kính $R.$ của (S).

(A) $R=2\sqrt{2}$. (B) $R=64$. (C) $R=8$. (D) $R=4$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng

(A) 9. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 3. (D) $\sqrt{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (Mã 101-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) 3. (B) $\sqrt{15}$. (C) $\sqrt{7}$. (D) 9.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (Mã 104-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) $\sqrt{15}$. (B) $\sqrt{7}$. (C) 9. (D) 3.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. (Mã 102-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$ Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) $\sqrt{7}$. (B) 9. (C) $\sqrt{15}$. (D) 3.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. (Mã 103-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$ Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) $\sqrt{7}$. (B) 3. (C) 9. (D) $\sqrt{15}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 19. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S).

(A) $I(4;1;0), R=2$. (B) $I(4;1;0), R=4$. (C) $I(4;1;0), R=2$. (D) $I(4;1;0), R=4$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 20. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

(A) $R=\sqrt{3}$. (B) $R=3$. (C) $R=9$. (D) $R=3\sqrt{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S):

(A) $I(-4;1;0), R=2$. (B) $I(-4;1;0), R=4$.

(C) $I(4;-1;0), R=2$. (D) $I(4;-1;0), R=4$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 22. (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): (x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Xác định tọa độ tâm của mặt cầu (S)

(A) $I(-3;1;-1)$. (B) $I(3;1;-1)$. (C) $I(-3;-1;1)$. (D) $I(3;-1;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 23. (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là:

(A) $(-1;2;1)$. (B) $(2;-4;-2)$. (C) $(1;-2;-1)$. (D) $(-2;4;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 24. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+10y-6z+49=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

(A) $R=1$. (B) $R=7$. (C) $R=\sqrt{151}$. (D) $R=\sqrt{99}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+1=0$ có tâm là

(A) $(-4;2;-6)$. (B) $(2;-1;3)$. (C) $(-2;1;-3)$. (D) $(4;-2;6)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 26. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

(A) $I(-1;2;-3)$; $R=2$. (B) $I(-1;2;-3)$; $R=4$.

(C) $I(1;-2;3)$; $R=2$. (D) $I(1;-2;3)$; $R=4$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 27. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+4x-2y-4=0$.Tính bán kính R của (S)

(A) 1. (B) 9. (C) 2. (D) 3.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 28. (Đề thi minh họa - Bộ GD & ĐT 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

(A) $I(-1;2;1), R=3$. (B) $I(1;-2;-1), R=3$.

(C) $I(-1;2;1), R=9$. (D) $I(1;-2;-1), R=9$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 29. (Đề thi THPT QG năm 2018 - Mã 103 Câu 13) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Tâm (S) có tọa độ là

(A) $(3;1;-1)$. (B) $(3;-1;1)$. (C) $(-3;-1;1)$. (D) $(-3;1;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 30. (Đề thi THPT QG năm 2018 - Mã 104 Câu 11) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi mặt cầu $(S)\colon (x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng

(A) $\sqrt{3}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 3. (D) 9.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 31. Tìm tâm I và bán kính của mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+10=0$

.

(A) $I(1;-2;3), R=2.$ (B) $I(-1;2;-3), R=2.$

(C) $I(-1;2;-3), R=4.$ (D) $I(1;-2;3), R=4.$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 32. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z-16=0.$

(A) $I(-2;-1;2), R=5.$ (B) $I(-2;-1;2), R=5.$

(C) $I(2;1;-2), R=5.$ (D) $I(4;2;-4), R=13.$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 33. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4=0.$

(A) $I(-2;4;0), R=2\sqrt{6}.$ (B) $I(2;-4;0), R=2\sqrt{6}.$

(C) $I(-1;2;0), R=3.$ (D) $I(1;-2;0), R=3.$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 34. Tìm độ dài đường kính d của mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2y+4z+2=0.$

(A) $d=2\sqrt{3}.$ (B) $d=\sqrt{3}.$ (C) $d=2.$ (D) $d=1.$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 35. (Đề thi THPTQG năm 2017 Mã đề 110) Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

(A) $m>6$. (B) $m\geq 6$. (C) $m\leq 6$. (D) $m<6$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 36. Tìm m để $x^2+y^2+z^2+2x-4y-m=0$ là phương trình của một mặt cầu .

(A) $m>5$. (B) $m\geq -5$. (C) $m\leq 5$. (D) $m>-5$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 37. Tìm m để $x^2+y^2+z^2+2mx-2y+4z+2m^2+4m=0$ là phương trình mặt cầu.

(A) $-5\leq m\leq 1$. (B) $m>1$. (C) $-5<m<1$. (D) $m=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 38. Cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-m=0$ có bán kính $R=5$. Tìm m.

(A) $m=-16$. (B) $m=16$. (C) $m=4$. (D) $m=-4$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 39. Cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+m=0$ có bán kính $R=5$. Tìm m

(A) $m=-16$. (B) $m=16$. (C) $m=4$. (D) $m=-4$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 40. Cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-4x+8y-2mz+6m=0$ có đường kính bằng 12 thì tổng các giá trị của tham số m bằng

(A) -2. (B) 2. (C) -6. (D) 6.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 1.7. Viết phương trình mặt cầu loại cơ bản

- Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:
  Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó: $(S)\colon (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

- Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:
  $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$, với $(a^2+b^2+c^2-d>0)$ là phương trình mặt cầu dạng 2. Tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Ví dụ 1 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 102). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

(A) $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. (B) $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.
(C) $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$. (D) $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Ví dụ 2 (THPT QUỐC GIA 2021 – ĐỢT 1 - Mã 102). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3 Phương trình của (S) là

Ⓐ $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$. Ⓑ $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.
Ⓒ $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$. Ⓓ $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$.

Ví dụ 3. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

Ⓐ $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. Ⓑ $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.
Ⓒ $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. Ⓓ $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. (Mã 110 2017) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

Ⓐ $m<6$. Ⓑ $m\geq 6$. Ⓒ $m\leq 6$. Ⓓ $m>6$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là

Ⓐ $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. Ⓑ $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$.
Ⓒ $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. Ⓓ $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (THPT Cù Huy Cận 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;7)$, $B(-3;8;-1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

Ⓐ $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=\sqrt{45}$. Ⓑ $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=45$.

Ⓒ $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=\sqrt{45}$. Ⓓ $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (THPT-Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I\,(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A\,(5;-3;2)$.

Ⓐ $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=18$. Ⓑ $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16$.

Ⓒ $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=16$. Ⓓ $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. (Chuyên Sơn La -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(1;1;1)$ và $B\,(1;-1;3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

Ⓐ $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=8$. Ⓑ $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=2$.

Ⓒ $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=2$. Ⓓ $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=8$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(2;4;1), B $(-2;2;-3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

Ⓐ $x^2+(y-3)^2+(z-1)^2=36$. Ⓑ $x^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$.

Ⓒ $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$. Ⓓ $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=36$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, hỏi trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình của mặt cầu?

(A) $x^2+y^2+z^2-2x+4z-1=0$. (B) $x^2+z^2+3x-2y+4z-1=0$.

(C) $x^2+y^2+z^2+2xy-4y+4z-1=0$. (D) $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+8=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;-3)$; $B(0;3;-1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là:

(A) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6$. (B) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$.

(C) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$. (D) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. (Chuyên KHTN 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

(A) $x^2+y^2+z^2+x-2y+4z-3=0$. (B) $2x^2+2y^2+2z^2-x-y-z=0$.

(C) $2x^2+2y^2+2z^2+4x+8y+6z+3=0$. (D) $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+10=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ trục tọ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;4;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=36$. (B) $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$.

(C) $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=6$. (D) $(x+3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=9$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. (Việt Đức Hà Nội 2019) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I\,(2;1;-2)$ bán kính $R=2$ là:

(A) $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=2^2$. (B) $x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z+5=0$.

(C) $x^2+y^2+z^2+4x-2y+4z+5=0$. (D) $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (Việt Đức Hà Nội 2019) Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A\,(2;1;0)$, đi qua điểm $B\,(0;1;2)$?

(A) $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=8$. (B) $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=8$.

(C) $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=64$. (D) $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=64$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (Chuyên Lam Sơn 2019) Trong không gian Oxyz cho điểm $I(2;3;4)$ và $A\,(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua A có phương trình là:

(A) $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=3$. (B) $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=9$.

(C) $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=45$. (D) $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=3$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. (Thpt Vĩnh Lộc-Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

(A) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$. (B) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

(C) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. (D) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. (THPT Phan Bội Châu-Nghệ An-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;4;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$. (B) $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=6$.

(C) $(x+3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=9$. (D) $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=36$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 19. (Lý Nhân Tông-Bắc Ninh 1819) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7;-2;2)$ và $B(1;2;4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB?

(A) $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2=14$. (B) $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2=2\sqrt{14}$.

(C) $(x-7)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=14$. (D) $(x-4)^2+y^2+(z-3)^2=56$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 20. (Bình Phước-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5)$, $N(-1;6;-3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

(A) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=6$. (B) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$.

(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=36$. (D) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

F. BÀI TẬP TỰ LUYỆN - MẶT CẦU

Câu 1. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;0)$, bán kính $R=3$ là

(A) $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.
(B) $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.
(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$.
(D) $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=\sqrt{3}$.

Câu 2. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R=4$ là

(A) $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$.
(B) $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$.
(C) $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.
(D) $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$.

Câu 3. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$, bán kính $R=2$ là

(A) $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$.
(B) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$.
(C) $x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+10=0$.
(D) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2^2$.

Câu 4. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, đường kính bằng 4 là

(A) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.
(B) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.
(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2$.
(D) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.

Câu 5. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và đi qua điểm $A(2;2;-3)$ là

(A) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3$.
(B) $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3$.
(C) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$.
(D) $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

Câu 6. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và đi qua điểm $A(5;-1;4)$ là

(A) $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$.
(B) $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\sqrt{24}$.
(C) $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=24$.
(D) $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có $A(2;2;0)$, $B(1;0;2)$, $C(0;4;4)$. Mặt cầu (S) có tâm A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC có phương trình là

(A) $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=4$.
(B) $(x+2)^2+(y+2)^2+z^2=5$.
(C) $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=\sqrt{5}$.
(D) $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=5$.

Câu 8. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$ là

(A) $x^2+(y-2)^2+z^2=3$.
(B) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.
(C) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.
(D) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.

Câu 9. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(1;2;3)$, $B(-1;4;1)$ là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=12$. (B) $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3$.

(C) $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=12$. (D) $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=12$.

Câu 10. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(3;0;-1)$, $B(5;0;-3)$ là

(A) $(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=4$. (B) $x^2+y^2+z^2-8x+4z+18=0$.

(C) $(x-4)^2+y^2+(z+2)^2=8$. (D) $x^2+y^2+z^2-8x+4z+12=0$.

Câu 11. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và thể tích bằng $\dfrac{256\pi}{3}$. Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16$. (B) $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4$.

(C) $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=4$. (D) $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=4$.

Câu 12. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-4)$ và thể tích bằng 36π. Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=9$. (B) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$.

(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=9$. (D) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=3$.

Câu 13. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và thể tích bằng $32\sqrt{3}\pi$. Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$. (B) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=16$.

(C) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=12$. (D) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=8$.

Câu 14. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;0)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C), biết diện tích lớn nhất của (C) bằng 3π. Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $x^2+(y-2)^2+z^2=3$. (B) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

(C) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. (D) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.

Câu 15. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C), biết chu vi lớn nhất của (C) bằng $2\pi\sqrt{2}$. Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. (B) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2$.

(C) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$. (D) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 16. Tìm tâm I và bán kính của mặt cầu (S) đi qua 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$? (**Cách hỏi khác:** Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$).

(A) $I(1;2;3)$, $R=5$. (B) $I(-1;2;-3)$, $R=2$.

(C) $I(1;2;3)$, $R=\sqrt{14}$. (D) $I(1;3;1)$, $R=\sqrt{11}$.

Câu 17. Tìm bán kính R của mặt cầu (S) đi qua 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$? (**Cách hỏi khác:** Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$).

(A) $I(1;2;3)$, $R=5$. (B) $I(-1;2;-3)$, $R=2$.
(C) $I(1;2;3)$, $R=\sqrt{14}$. (D) $I(1;3;1)$, $R=\sqrt{11}$.

Câu 18. Tìm bán kính R của mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, biết tọa độ các đỉnh của tứ diện $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, $D(2;2;2)$.

(A) $R=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. (B) $R=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. (C) $R=\sqrt{3}$. (D) $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3;-1;2)$, $B(1;1;-2)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

(A) $x^2+y^2+z^2-2z-10=0$. (B) $(x-1)^2+y^2+z^2=11$.
(C) $x^2+(y-1)^2+z^2=11$. (D) $x^2+y^2+z^2-2y-11=0$.

Câu 20. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;2;3)$, $B(-2;1;5)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

(A) $(S):x^2+y^2+(z-4)^2=6$. (B) $(S):x^2+y^2+(z-4)^2=14$.
(C) $(S):x^2+y^2+(z-4)^2=16$. (D) $(S):x^2+y^2+(z-4)^2=9$.

Câu 21. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;2;3)$, $B(4;-6;2)$ và có tâm I thuộc trục Ox là

(A) $(S):(x-7)^2+y^2+z^2=6$. (B) $(S):(x+7)^2+y^2+z^2=36$.
(C) $(S):(x+7)^2+y^2+z^2=6$. (D) $(S):(x-7)^2+y^2+z^2=49$.

Câu 22. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2;0;-2)$, $B(-1;1;2)$ và có tâm I thuộc trục Oy là

(A) $(S):x^2+y^2+z^2+2y-8=0$. (B) $(S):x^2+y^2+z^2-2y-8=0$.
(C) $(S):x^2+y^2+z^2+2y+8=0$. (D) $(S):x^2+y^2+z^2-2y+8=0$.

Câu 23. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3;-1;2)$, $B(1;1;-2)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

(A) $x^2+y^2+z^2-2z-10=0$. (B) $(x-1)^2+y^2+z^2=11$.
(C) $x^2+(y-1)^2+z^2=11$. (D) $x^2+y^2+z^2-2y-11=0$.

Câu 24. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$ và tâm $I\in(Oxy)$ là

(A) $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=26$. (B) $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=9$.
(C) $(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=26$. (D) $(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=9$.

Câu 25. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3;0;-1)$, $B(6;-4;-2)$, $C(7;-1;2)$ và tâm $I\in(Oxy)$ là

(A) $(x+7)^2+(y-2)^2+z^2=25$. (B) $(x-5)^2+(y+2)^2+z^2=9$.
(C) $(x+5)^2+(y+1)^2+z^2=36$. (D) $(x+7)^2+(y-8)^2+z^2=49$.

Câu 26. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2;4;-3), B(6;9,6), C(-3;5;9)$ và tâm $I \in (Oyz)$ là

(A) $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.
(B) $x^2+(y-7)^2+(z-3)^2=49$.
(C) $x^2+(y-2)^2+(z+5)^2=16$.
(D) $x^2+(y+6)^2+(z-1)^2=36$.

Câu 27. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;-1;2)$, $B(-1;3;0)$, $C(-3;1;4)$ và tâm $I \in (Oxz)$ là

(A) $(x-5)^2+y^2+(z+1)^2=11$.
(B) $(x-7)^2+y^2+(z-6)^2=11$.
(C) $(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=11$.
(D) $(x+2)^2+y^2+(z+1)^2=11$.

Câu 28. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với trục hoành là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=13$.
(B) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=5$.
(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$.
(D) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$.

§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

1 Véc-tơ pháp tuyến - Véc-tơ chỉ phương

- Véc-tơ pháp tuyến (VTPT) của mặt phẳng (P) là $\vec{n} \perp (P)$, $\vec{n} \neq \vec{0}$.
- Véc-tơ chỉ phương (VTVP) $\vec{u}$ của mặt phẳng (P) là véc-tơ có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (P).
- Nếu mặt phẳng (P) có cặp véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}$, $\vec{v}$ thì (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$.
- Nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì $k\vec{n}$ $(k \neq 0)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
- Chẳng hạn

  $\vec{n}_{(P)} = (;-4;8) = 2(1;-2;4)$ thì $\vec{n} = (1;-2;4)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

2 Phương trình tổng quát của mặt phẳng

- Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P)\colon ax + by + cz + d = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a;b;c)$. Chẳng hạn $(P)\colon 2x - 3y + z - 1 = 0 \Rightarrow$ một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2;-3;1)$.
- Để viết phương trình mặt phẳng (P), cần xác định một điểm đi qua và 1 VTPT.

$$(P): \begin{cases} \text{Qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = (a;b;c) \end{cases} \Rightarrow (P)\colon a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0.$$

3 Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

Nếu mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $abc \neq 0$ thì $\boxed{(P)\colon \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1}$ gọi là phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

Chứng minh:

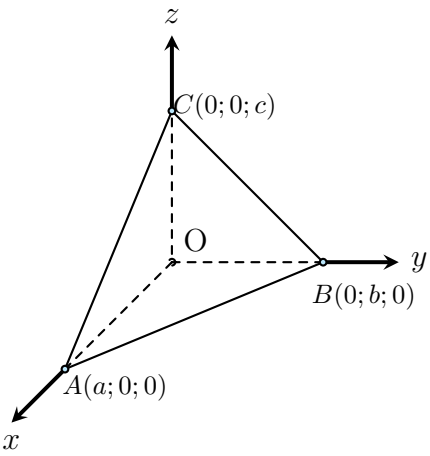
Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)\\ \overrightarrow{AC}=(-a;0;c)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(bc;ac;ab)$

$\Rightarrow (P)\colon \begin{cases}\text{Qua } A(a;0;0)\\ \text{VTPT:}\vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(bc;ac;ab).\end{cases}$

Suy ra $(P)\colon bc(x-a)+ac(y-0)+ab(z-0)=0$

$\Rightarrow (P)\colon bcx+acy+abz=abc$

$\xrightarrow{\text{Chia } abc\neq 0}\boxed{(P)\colon \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.}$



4 Các mặt phẳng tọa độ

(thiếu cái gì, cái đó bằng 0)

- Mặt phẳng $(Oxy)\colon z=0$ nên (Oxy) có VTPT $\vec{n}_{(Oxy)}=\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng $(Oyz)\colon x=0$ nên (Oyz) có VTPT $\vec{n}_{(Oyz)}=\vec{k}=(1;0;0)$.
- Mặt phẳng $(Oxz)\colon y=0$ nên (Oxz) có VTPT $\vec{n}_{(Oxz)}=\vec{k}=(0;1;0)$.

5 Khoảng cách

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức $\boxed{\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|ax_M+by_M+cz_M+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$
- Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véc-tơ pháp tuyến:
  Cho hai mặt phẳng song song $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ và $(Q)\colon ax+by+cz+d'=0$.
  Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là $\boxed{\mathrm{d}((Q),(P))=\dfrac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$

6 Góc

Cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\beta)\colon A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

Ta luôn có $\boxed{\cos((\alpha),(\beta))=\dfrac{|\vec{n}_1,\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}}=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$ **Cần nhớ:** Góc giữa hai mặt phẳng là góc nhọn, còn góc giữa hai véc-tơ có thể nhọn hoặc tù.

7 Vị trí tương đối

a) **Vị trí tương đối của hai mặt phẳng**

Cho hai mặt phẳng $(P)\colon A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q)\colon A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

b) **Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu**

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó :

Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu (S) và H là tiếp điểm.	Nếu $d < R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm H và bán kính là $r' = \sqrt{R^2 - IH^2}$.

! Chu vi của đường tròn giao tuyến $C = 2\pi r$, diện tích đường tròn $S = \pi r^2$. Nếu $\mathrm{d}\,(I,(P)) = 0$ thì giao tuyến là một đường tròn tâm I và được gọi là đường tròn lớn. Lúc này (P) gọi là mặt phẳng kính của mặt cầu (S).

8 Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

Các hệ số	**Phương trình mặt phẳng** (P)	**Tính chất mặt phẳng** (P)
$D = 0$	$(P)\colon Ax + By + Cz = 0 \quad (H1)$	(P) đi qua gốc tọa độ (O)
$A = 0$	$(P)\colon By + Cz + D = 0 \quad (H2)$	$(P) \parallel Ox$ hoặc $(P) \supset Ox$
$B = 0$	$(P)\colon Ax + Cz + D = 0 \quad (H3)$	$(P) \parallel Oy$ hoặc $(P) \supset Oy$
$C = 0$	$(P)\colon Ax + By + D = 0 \quad (H4)$	$(P) \parallel Oz$ hoặc $(P) \supset Oz$
$A = B = 0$	$(P)\colon Cz + D = 0 \quad (H5)$	$(P) \parallel (Oxy)$ hoặc $(P) \equiv (Oxy)$
$A = C = 0$	$(P)\colon By + D = 0 \quad (H6)$	$(P) \parallel (Oxz)$ hoặc $(P) \equiv (Oxz)$
$B = C = 0$	$(P)\colon Ax + D = 0 \quad (H7)$	$(P) \parallel (Oyz)$ hoặc $(P) \equiv (Oyz)$

Dạng 2.8. Xác định các yếu tố của mặt phẳng

- Mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + d = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a,b,c)$.
- Nếu $\vec{n} = (a,b,c)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) thì $k\vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (P), với $k \neq 0$.
- Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) thì vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

Ví dụ 1 (Đề minh họa 2022). Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+4z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là:

(A) $\overrightarrow{n_4}=(-1;2;-3)$. (B) $\overrightarrow{n_3}=(-3;4;-1)$. (C) $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;4)$. (D) $\overrightarrow{n_1}=(2;3;4)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 101). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-y+2z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\overrightarrow{n_1}=(-3;1;2)$. (B) $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;2)$. (C) $\overrightarrow{n_3}=(3;1;2)$. (D) $\overrightarrow{n_4}=(3;1;-2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 102). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon -2x+5y+z-3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_2=(-2;5;1)$. (B) $\vec{n}_1=(2;5;1)$. (C) $\vec{n}_4=(2;5;-1)$. (D) $\vec{n}_3=(2;-5;1)$.

Ví dụ 4. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) : $3x+2y-4z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

(A) $\overrightarrow{n_2}=(3;2;4)$. (B) $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$. (C) $\overrightarrow{n_1}=(3;-4;1)$. (D) $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-4)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x+3y+z+2=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_3\,(2;3;2)$. (B) $\vec{n}_1\,(2;3;0)$. (C) $\vec{n}_2\,(2;3;1)$. (D) $\vec{n}_4\,(2;0;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+4y-z+3=0$. Véctơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (α)?

Ⓐ $\vec{n_1}=(2;4;-1)$. Ⓑ $\vec{n_2}=(2;-4;1)$. Ⓒ $\vec{n_3}=(-2;4;1)$. Ⓓ $\vec{n_1}=(2;4;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Mã 102-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+4z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

Ⓐ $\vec{n_3}=(2;-3;4)$. Ⓑ $\vec{n_2}=(2;3;-4)$. Ⓒ $\vec{n_1}=(2;3;4)$. Ⓓ $\vec{n_4}=(-2;3;4)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. (Mã 103-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+3z+5=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

Ⓐ $\vec{n_3}=(-2;1;3)$. Ⓑ $\vec{n_4}=(2;1;-3)$. Ⓒ $\vec{n_2}=()$. Ⓓ $\vec{n_1}=(2;1;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9 (Mã 104-2020 Lần 2). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+4z-1=0$.Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

Ⓐ $\vec{n}_3=(1;-2;4)$. Ⓑ $\vec{n}_1=(1;2;-4)$. Ⓒ $\vec{n}_2=(1;2;4)$. Ⓓ $\vec{n}_4=(-1;2;4)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$. (B) $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$.

(C) $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. (D) $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:

(A) $\vec{n_3} = (2; 1; 3)$. (B) $\vec{n_2} = (-1; 3; 2)$. (C) $\vec{n_4} = (1; 3; 2)$. (D) $\vec{n_1} = (3; 1; 2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. (Mã 101-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1 = 0$ Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n_3} = (1; 2; -1)$. (B) $\vec{n_4} = (1; 2; 3)$. (C) $\vec{n_1} = (1; 3; -1)$. (D) $\vec{n_2} = (2; 3; -1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (Mã 103 2018) Trong không giam $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

Ⓐ $\vec{n_1} = (2;3;-1)$. Ⓑ $\vec{n_3} = (1;3;2)$. Ⓒ $\vec{n_4} = (2;3;1)$. Ⓓ $\vec{n_2} = (-1;3;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. (Mã 102-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

Ⓐ $\vec{n_3} = (2;3;1)$. Ⓑ $\vec{n_1} = (2;-1;-3)$. Ⓒ $\vec{n_4} = (2;1;3)$. Ⓓ $\vec{n_2} = (2;-1;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (Mã 103 -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-2=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)

Ⓐ $\vec{n}_1 = (2;-3;1)$. Ⓑ $\vec{n}_4 = (2;1;-2)$.

Ⓒ $\vec{n}_3 = (-3;1;-2)$. Ⓓ $\vec{n}_2 = (2;-3;-2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (Mã 104-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y+z-1=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)

Ⓐ $\vec{n}_4 = (3;1;-1)$. Ⓑ $\vec{n}_3 = (4;3;1)$. Ⓒ $\vec{n}_2 = (4;-1;1)$. Ⓓ $\vec{n}_1 = (4;3;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x+2y+z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n_2}=(3;2;1)$. (B) $\vec{n_1}=(1;2;3)$. (C) $\vec{n_3}=(-1;2;3)$. (D) $\vec{n_4}=(1;2;-3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_3=(-1;2;3)$. (B) $\vec{n}_4=(1;2;-3)$. (C) $\vec{n}_2=(1;2;3)$. (D) $\vec{n}_1=(3;2;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 19. (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

(A) $\vec{i}=(1;0;0)$. (B) $\vec{m}=(1;1;1)$. (C) $\vec{j}=(0;1;0)$. (D) $\vec{k}=(0;0;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 20. (THPT Lý Thái Tổ 2019) Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của (α)

(A) $\vec{n}=(2;3;-4)$. (B) $\vec{n}=(2;-3;4)$. (C) $\vec{n}=(-2;3;4)$. (D) $\vec{n}=(-2;3;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3xz + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n_4} = (-1; 0; -1)$. (B) $\vec{n_1} = (3; -1; 2)$. (C) $\vec{n_3} = (3; -1; 0)$. (D) $\vec{n_2} = (3; 0; -1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 22. Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

(A) $\vec{a} = (2; -3; 1)$. (B) $\vec{b} = (2; 1; -3)$. (C) $\vec{c} = (2; -3; 0)$. (D) $\vec{d} = (3; 2; 0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 23. (THPT Nghĩa Hưng NĐ- 2019) Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

(A) $\vec{n} = (3; 6; -2)$. (B) $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

(C) $\vec{n} = (-3; -6; -2)$. (D) $\vec{n} = (-2; -1; 3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 24. (THPT Ba Đình 2019) Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): 2x - 6y - 8z + 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là:

(A) $(-1; -3; 4)$. (B) $(1; 3; 4)$. (C) $(1; -3; -4)$. (D) $(1; -3; 4)$.

. . . . . .

. . . . . .

.....

Ví dụ 25. (Chuyên KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2y-3z+1=0$?

(A) $\vec{u_4}=(2;0;-3)$. (B) $\vec{u_2}=(0;2;-3)$. (C) $\vec{u_1}=(2;-3;1)$. (D) $\vec{u_3}=(2;-3;0)$.

.....

.....

.....

Ví dụ 26. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho mặt phẳng $(P): 3x-y+2=0$. Véc tơ nào trong các véctơ dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

(A) $(3;-1;2)$. (B) $(-1;0;-1)$. (C) $(3;0;-1)$. (D) $(3;-1;0)$.

.....

.....

.....

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Cho mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_4=(-1;0;-1)$. (B) $\vec{n}_1=(3;-1;2)$. (C) $\vec{n}_3=(3;-1;0)$. (D) $\vec{n}_2=(3;0;-1)$.

Câu 2. Cho mặt phẳng $(P): -3x+2z-1=0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}=(-3;2;-1)$. (B) $\vec{n}=(3;2;-1)$. (C) $\vec{n}=(-3;0;2)$. (D) $\vec{n}=(3;0;2)$.

Câu 3. Cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-1=0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}=(2;-1;-1)$. (B) $\vec{n}=(-2;1;-1)$. (C) $\vec{n}=(2;1;-1)$. (D) $\vec{n}=(-1;1;-1)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)? Biết $\vec{u}=(1;-2;0)$, $\vec{v}=(0;2;-1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P).

(A) $\vec{n}=(1;2;0)$. (B) $\vec{n}=(2;1;2)$. (C) $\vec{n}=(0;1;2)$. (D) $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)? Biết $\vec{u}=(2;1;2)$, $\vec{v}=(3;2;-1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P).

(A) $\vec{n}=(-5;8;1)$. (B) $\vec{n}=(5;-8;1)$. (C) $\vec{n}=(1;1;-3)$. (D) $\vec{n}=(-5;8;-1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)? Biết $\vec{a}=(-1;-2;-2)$, $\vec{b}=(-1;0;-1)$ là cặp véctơ chỉ phương của (P).

(A) $\vec{n}=(2;1;2)$. (B) $\vec{n}=(2;-1;-2)$. (C) $\vec{n}=(2;1;-2)$. (D) $\vec{n}=(-2;1;-2)$.

Câu 7. Cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z=5$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

(A) $Q(2;-1;5)$. (B) $P(0;0;-5)$. (C) $N(-5;0;0)$. (D) $M(1;1;6)$.

Câu 8. Tìm m để điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-5=0$.

(A) $m=1$. (B) $m=-1$. (C) $m=3$. (D) $m=2$.

Câu 9. Tìm m để điểm $A(m;m-1;1+2m)$ thuộc mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-z+1=0$

(A) $m=-1$. (B) $m=1$. (C) $m=-2$. (D) $m=2$.

Dạng 2.9. Viết phương trình mặt phẳng

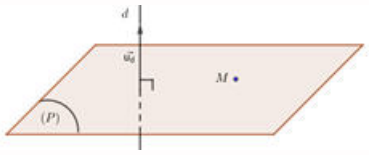
Mặt phẳng (P) $\left\langle \begin{array}{l} \text{qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ VTPT\ \vec{n}=(a;b;c) \end{array} \right.$ thì phương trình $(P)\colon a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$ $(*)$.

Ngược lại, một mặt phẳng bất kỳ đều có phương trình dạng $ax+by+cz+d=0$, mặt phẳng này có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2>0$.

Các mặt phẳng cơ bản

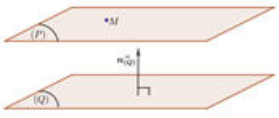
$$mp(Oyz)\colon x=0\to \overrightarrow{n_{(Oyz)}}=(1;0;0)$$
$$mp(Oxz)\colon y=0\to \overrightarrow{n_{(Oxz)}}=(0;1;0)$$
$$mp(Oxy)\colon z=0\to \overrightarrow{n_{(Oxy)}}=(0;0;1)$$

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với với đường thẳng AB cho trước.



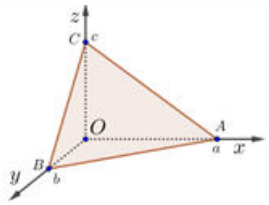
Mặt phẳng (P) qua M, có VTPT $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{AB}$ nên phương trình được viết theo (*).

2. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và song song với mặt phẳng (Q) cho trước.



Mặt phẳng (P) qua M, có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{n_{(Q)}}$ nên phương trình được viết theo (*).

3. Viết phương trình mặt phẳng cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a.b.c \neq 0$.



Phương trình mặt phẳng được viết theo đoạn chắn (P): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=0$

4. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB.

Phương pháp: (P): $\begin{cases} \cdot \text{Qua I}\left(\dfrac{\text{x}_\text{A}+\text{x}_\text{B}}{2};\dfrac{\text{y}_\text{A}+\text{y}_\text{B}}{2};\dfrac{\text{z}_\text{A}+\text{z}_\text{B}}{2}\right) \\ \cdot \text{VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\overrightarrow{AB} \end{cases}$.

5. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d \equiv AB$.

Phương pháp: (P): $\begin{cases} \cdot \text{Qua M}(\text{x}_\circ;\text{y}_\circ;\text{z}_\circ) \\ \cdot VTPT: \vec{n}_{(P)}=\vec{u}_d=\overrightarrow{AB} \end{cases}$

6. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm M và có cặp véctơ chỉ phương $\vec{a}$, $\vec{b}$

Phương pháp: (P): $\begin{cases} \cdot \text{Qua M}(\text{x}_\circ;\text{y}_\circ;\text{z}_\circ) \\ \cdot VTPT: \vec{n}_{(P)}=[\vec{a},\vec{b}] \end{cases}$.

7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Phương pháp: (P): $\begin{cases} \cdot \text{Qua A, (Hay B hayC)} \\ \cdot VTPT: \vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] \end{cases}$

Ví dụ 1 (Mã 101-2022). Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:

(A) $z=0$. (B) $x=0$. (C) $x+y+z=0$. (D) $y=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Mã 103- 2022). Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

(A) $z = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y = 0$. (D) $x + y = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

(A) $x = 0$. (B) $z = 0$. (C) $x + y + z = 0$. (D) $y = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

(A) $y = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y - z = 0$. (D) $z = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

(A) $z = 0$. (B) $x + y + z = 0$. (C) $x = 0$. (D) $y = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (Chuyên Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx?

(A) $x = 0$. (B) $y - 1 = 0$. (C) $y = 0$. (D) $z = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Chuyên Quang Trung- Bình Phước 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

(A) $z = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y = 0$. (D) $x + y = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8 (Mã 101-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng(P): $2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $2x - y + 3x + 9 = 0$. (B) $2x + y + 3x - 3 = 0$.

(C) $2x + y + 3x + 3 = 0$. (D) $2x - y + 3x - 9 = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9 (Mã 104 2017). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M\,(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

(A) $x - 2y + 3z + 12 = 0$. (B) $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

(C) $x - 2y + 3z - 12 = 0$. (D) $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 102). Trên không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $2x+y+2z-11=0$. (B) $2x+y+2z-2=0$.

(C) $2x+y+4z-4=0$. (D) $2x+y+4z-17=0$.

Ví dụ 11 (THPT 2021 – Lần 1 - Mã 101). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $3x+y+2z-17=0$. (B) $3x+y+2z-3=0$.

(C) $5x+y+2z-5=0$. (D) $5x+y+2z-25=0$.

Ví dụ 12. (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(0;1;1))$ và $B\,(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

(A) $x+y+2z-3=0$. (B) $x+y+2z-6=0$.

(C) $x+3y+4z-7=0$. (D) $x+3y+4z-26=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A\,(5;-4;2)$ và $B\,(1;2;4)$ Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

(A) $2x-3y-z-20=0$. (B) $3x-y+3z-25=0$.

(C) $2x-3y-z+8=0$. (D) $3x-y+3z-13=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$ Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $x+3y+z-5=0$. (B) $x+3y+z-6=0$.

(C) $3x-y-z-6=0$. (D) $3x-y-z+6=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

(A) $3x+2z+1=0$. (B) $x+2y-2z+1=0$.

(C) $x+2y-2z-1=0$. (D) $3x+2z-1=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

(A) $3x-y+3z-25=0$. (B) $2x-3y-z+8=0$.

(C) $3x-y+3z-13=0$. (D) $2x-3y-z-20=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$ có phương trình là

(A) $3x-y+4z-12=0$. (B) $3x-y+4z+12=0$.

(C) $x-y+2z-12=0$. (D) $x-y+2z+12=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho ba điểm $A(2;1;-1), B(-1;0;4), C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

(A) $x-2y-5z-5=0$. (B) $2x-y+5z-5=0$.

(C) $x-2y-5=0$. (D) $x-2y-5z+5=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 19. (Sở Bắc Giang 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;0;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $x+y-z=0$. (B) $x-y-z-2=0$.

(C) $x+y+z-4=0$. (D) $x-y-z+2=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 20. (Chuyên-KHTN-Hà Nội-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$ và $B(2;3;-1)$ Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với AB là

(A) $2x+y-z-3=0$. (B) $x+y-z+3=0$.

(C) $x+y-z-3=0$. (D) $x-y-z-3=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 21. (Chuyên Đại học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M\,(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$ có phương trình là

(A) $3x-y+4z-12=0$. (B) $3x-y+4z+12=0$.

(C) $x-y+2z-12=0$. (D) $x-y+2z+12=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 22. (THPT Thuận Thành 3-Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A\,(1;2;-3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ là

(A) $2x-y+3z+9=0$. (B) $2x-y+3z-4=0$.

(C) $x-2y-4=0$. (D) $2x-y+3z+4=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 23. (SGD Điện Biên-2019) Trong không gian $Oxyz$ phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{v}=(-1;2;3)$ là

(A) $x-2y-3z-4=0$. (B) $x-2y+3z-4=0$.

(C) $x-2y-3z+4=0$. (D) $-x+2y-3z+4=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 24. (SGD Cần Thơ 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A\,(3;0;-1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-2;-3)$ là

(A) $4x-2y+3z-9=0$. (B) $4x-2y-3z-15=0$.

(C) $3x-z-15=0$. (D) $4x-2y-3z+15=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A\,(-1;1;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;-2)$ là

(A) $x-2y-2z-1=0$. (B) $-x+y-2z-1=0$.

(C) $x-2y-2z+7=0$. (D) $-x+y-2z+1=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 26. (Nguyễn Huệ- Ninh Bình- 2019)Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A\,(-1;0;1)\,, B\,(2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB.

(A) $(P):3x+y-z+4=0$. (B) $(P):3x+y-z-4=0$.

(C) $(P):3x+y-z=0$. (D) $(P):2x+y-z+1=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 27. (Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định- 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\,(0;1;2)$, $B\,(2;-2;1)$, $C\,(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

(A) $y+2z-5=0$. (B) $2x-y-1=0$. (C) $2x-y+1=0$. (D) $-y+2z-5=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 28. (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

(A) $2x-2y+4z-21=0$. (B) $2x-2y+4z+21=0$.

(C) $3x-2y+z-12=0$. (D) $3x-2y+z+12=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 29. (Mã 102-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là:

(A) $2x+y-2x+9=0$. (B) $2x+y-2z-9=0$.

(C) $3x-2y+z+2=0$. (D) $3x-2y+z-2=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 30. (Mã 103-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

(A) $3x-2y+z+11=0$. (B) $2x-y+3z-14=0$.

(C) $3x-2y+z-11=0$. (D) $2x-y+3z+14=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 31. (Mã 104-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

(A) $3x-2y+z+1=0$. (B) $3x-2y+z-1=0$.

(C) $2x+y-3z+14=0$. (D) $2x+y-3z-14=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 32. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

(A) $3x-y+2z-6=0$. (B) $3x-y+2z+6=0$.

(C) $3x-y-2z+6=0$. (D) $3x+y+2z-14=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 33. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

(A) $2x-y+3z+11=0$. (B) $2x-y-3z+11=0$.

(C) $2x-y+3z-11=0$. (D) $2x+y+3z-9=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 34. (THPT Cẩm Giàng 2 -2019) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A\,(1;3;-2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+4=0$ là:

(A) $2x+y+3z+7=0$. (B) $2x+y-3z+7=0$.

(C) $2x-y+3z+7=0$. (D) $2x-y+3z-7=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $A\,(-1;1;2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z-1=0$ có phương trình là

(A) $2x-2y+z+2=0$. (B) $2x-2y+z=0$.

(C) $2x-2y+z-6=0$. (D) $(\alpha): 2x-2y+z-2=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\,(2;-1;-3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+4z-5=0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

(A) $(Q): 3x-2y+4z-4=0$. (B) $(Q): 3x-2y+4z+4=0$.

(C) $(Q): 3x-2y+4z+5=0$. (D) $(Q): 3x+2y+4z+8=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 37. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M\,(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua M và song song với mặt phẳng (α).

(A) $(\beta): x+2y+2z-13=0$. (B) $(\beta): x+2y+2z-15=0$.

Ⓒ $(\beta): x+2y+2z+15=0$. Ⓓ $(\beta): x+2y+2z+13=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 38. (Mã 101-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

Ⓐ $\frac{x}{3}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$. Ⓑ $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Ⓒ $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. Ⓓ $\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 39 (Mã 102-2020 Lần 1). Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng ABC có phương trình là

Ⓐ $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. Ⓑ $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

Ⓒ $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1$. Ⓓ $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-4}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 40. (Mã 103-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

Ⓐ $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. Ⓑ $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

Ⓒ $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. Ⓓ $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 41. (Mã 104-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$.
(B) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-3}=1$.
(C) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$.
(D) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 42. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

(A) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$.
(B) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$.
(C) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.
(D) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 43. (Đề thử nghiệm THPT QG 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;0)$; $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới dây là phương trình mặt phẳng (ABC)?

(A) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{1}=1$.
(B) $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$.
(C) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$.
(D) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 44. (SGD Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điêm $A(0;-1;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;3)$ là

Ⓐ $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. Ⓑ $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=0$. Ⓒ $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. Ⓓ $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 45. (Lômônôxốp-Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;2;0)$, $P(0;0;3)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

Ⓐ $6x+3y+2z-6=0$. Ⓑ $6x+3y+2z+1=0$.

Ⓒ $6x+3y+2z-1=0$. Ⓓ $x+y+z-6=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 46. (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;-1;0), C(0;0;-3)$ Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

Ⓐ $-3x+6y-2z+6=0$. Ⓑ $-3x-6y+2z+6=0$.

Ⓒ $-3x+6y+2z+6=0$. Ⓓ $-3x-6y+2z-6=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 47. (Chuyên-KHTN-Hà Nội-2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ là

Ⓐ $4x-3y+6z+12=0$. Ⓑ $4x+3y+6z+12=0$.

Ⓒ $4x+3y-6z+12=0$. Ⓓ $4x-3y+6z-12=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 48. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;0;7)$ và $C(0;3;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

(A) $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{7}+\dfrac{z}{3}=1$.
(B) $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{7}=0$.
(C) $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{7}=1$.
(D) $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{7}+1=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 49. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A\,(-1;0;0)$, $B\,(0;2;0)$, $C\,(0;0;-3)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=-1$.
(B) $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.
(C) $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$.
(D) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 50. (Chuyên Thái Bình -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\,(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

(A) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.
(B) $\dfrac{x}{1}-\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.
(C) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$.
(D) $-\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 51. (Đề Thi Công Bằng KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A\,(-3;0;0)$; $B\,(0;4;0)$ và $C\,(0;0;-2)$ là.

(A) $4x-3y+6z+12=0$.
(B) $4x+3y+6z+12=0$.

(C) $4x+3y-6z+12=0$. (D) $4x-3y+6z-12=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 52. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;5)$ có phương trình là

(A) $15x+5y+3z+15=0$. (B) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{5}+1=0$.

(C) $x+3y+5z=1$. (D) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{5}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 53. (Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là

(A) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$. (B) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=-1$.

(C) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=0$. (D) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 54. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

(A) $-3x+6y-2z+6=0$. (B) $-3x-6y+2z+6=0$.

(C) $-3x+6y+2z+6=0$. (D) $-3x-6y+2z-6=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 55. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

(A) $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.
(B) $\frac{x}{1}-\frac{y}{3}-\frac{z}{4}=1$.
(C) $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-1}=1$.
(D) $\frac{x}{1}-\frac{y}{3}-\frac{z}{4}=-1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. (Mã 104-2019) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$ Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $3x-y-z=0$.
(B) $3x+y+z-6=0$.
(C) $x+y+2z-6=0$.
(D) $6x-2y-2z-1=0$.

Câu 2. (Mã 102-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $x+y+z-3=0$.
(B) $2x-y+z+2=0$.
(C) $2x+y+z-4=0$.
(D) $2x-y+z-2=0$.

Câu 3. (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

(A) $3x+y+z-6=0$.
(B) $3x-y-z=0$.
(C) $6x-2y-2z-1=0$.
(D) $3x-y-z+1=0$.

Câu 4. (Mã 101 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

(A) $x+y+2z-3=0$.
(B) $3x+2y-z-14=0$.
(C) $2x-y-z+5=0$.
(D) $2x-y-z-5=0$.

Câu 5. (Mã 103-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $2x+2y-3z-17=0$.
(B) $4x+3y-z-26=0$.
(C) $2x+2y-3z+17=0$.
(D) $2x+2y+3z-11=0$.

Câu 6. (Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(1;3;-4)$ và $B\,(-1;2;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB.

(A) $(\alpha): 4x+2y+12z+7=0$. (B) $(\alpha): 4x-2y+12z+17=0$.

(C) $(\alpha): 4x+2y-12z-17=0$. (D) $(\alpha): 4x-2y-12z-7=0$.

Câu 7. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A\,(1;2;-1)$; $B\,(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)

(A) $(Q): 2x-y+3=0$. (B) $(Q): x+z=0$.

(C) $(Q): -x+y+z=0$. (D) $(Q): 3x-y+z=0$.

Câu 8. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(2;4;1)$, $B\,(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

(A) $2y+3z-11=0$. (B) $2x-3y-11=0$.

(C) $x-3y+2z-5=0$. (D) $3y+2z-11=0$.

Câu 9. (Chuyên KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(1;-1;2)$ và $B\,(3;3;0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $x+y-z-2=0$. (B) $x+y-z+2=0$.

(C) $x+2y-z-3=0$. (D) $x+2y-z+3=0$.

Câu 10. (Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A\,(0;1;0)$, $B\,(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+2y-z=0$ có phương trình là

(A) $4x-3y+2z+3=0$. (B) $4x-3y-2z+3=0$.

(C) $2x+y-3z-1=0$. (D) $4x+y-2z-1=0$.

Câu 11. (KTNL GV Lý Thái Tổ 2019) Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0, (\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

(A) $2x-y-2z=0$. (B) $2x-y+2z=0$.

(C) $2x+y-2z=0$. (D) $2x+y-2z+1=0$.

Câu 12. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\,(2;4;1)\,; B\,(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $a+b+c=5$. (B) $a+b+c=15$. (C) $a+b+c=-5$. (D) $a+b+c=-15$.

Câu 13. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$; $B(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) có phương trình là:

(A) $3x-2y-z-3=0$. (B) $x+y+z-2=0$.

(C) $-x+y=0$. (D) $3x-2y-z+3=0$.

Câu 14. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0, (Q): x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 Phương trình của mp (α) là

(A) $x+y+z-3=0$. (B) $x+y+z+3=0$. (C) $-2x+z+6=0$. (D) $-2x+z-6=0$.

Câu 15. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

(A) $2x+y-2z+1=0$. (B) $2x+y-2z=0$.

(C) $2x-y-2z=0$. (D) $2x-y+2z=0$.

Câu 16. (HSG Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$ và hai điểm $A(1;-1;2)$; $B(2;1;1)$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P), mặt phẳng (Q) có phương trình là:

(A) $3x-2y-z+3=0$. (B) $x+y+z-2=0$.

(C) $3x-2y-z-3=0$. (D) $-x+y=0$.

Câu 17. (Đề Thi Công Bằng KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-y-1=0$ là:

(A) $x+y-3z-1=0$. (B) $2x+2y-5z-2=0$.

(C) $x-2y-6z+2=0$. (D) $x+y-z-1=0$.

Câu 18. (Chuyên Lam Sơn 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$ Phương trình mặt phẳng qua O, đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

(A) $2x-y+2z=0$. (B) $2x-y+2z+1=0$.

(C) $2x+y-2z=0$. (D) $2x-y-2z=0$.

Câu 19. (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$; $B(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) có phương trình là

(A) $3x-2y-z-3=0$. (B) $-x+y=0$.

(C) $x+y+z-2=0$. (D) $3x-2y-z+3=0$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax+by+cz-9=0$ chứa hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

(A) $S=-12$. (B) $S=2$. (C) $S=-4$. (D) $S=-2$.

Câu 21. (Thi thử hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$, $(Q): 2y+z-5=0$ và $(R): x-y+z-2=0$ Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q), đồng thời vuông góc với (R) Phương trình của (α) là

(A) $2x+3y-5z+5=0$. (B) $x+3y+2z-6=0$.

(C) $x+3y+2z+6=0$. (D) $2x+3y-5z-5=0$.

Câu 22. (THPT Lương Thế Vinh-HN-2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

(A) $4x+5y-3z+22=0$. (B) $4x-5y-3z-12=0$.

(C) $2x+y-3z-14=0$. (D) $4x+5y-3z-22=0$.

Câu 23. (Chuyên Nguyễn Quang Diêu-Đồng Tháp-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng (P): $x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng là $ax+by+cz-11=0$. Tính $a+b+c$.

(A) $a+b+c=10$. (B) $a+b+c=3$. (C) $a+b+c=5$. (D) $a+b+c=-7$.

Câu 24. (Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-1=0$, $(Q): y=0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A, vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

(A) $3x-y+2z-4=0$. (B) $3x+y-2z-2=0$.

(C) $3x-2z=0$. (D) $3x-2z-1=0$.

Câu 25. (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-2018) Cho hai mặt phẳng (α): $3x-2y+2z+7=0$ và (β): $5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc (α) và (β) là:

(A) $x-y-2z=0$. (B) $2x-y+2z=0$.

(C) $2x+y-2z+1=0$. (D) $2x+y-2z=0$.

Câu 26. (Toán Học Tuổi Trẻ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng: $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $a+b=c$. (B) $a+b+c=5$. (C) $a\in(b;c)$. (D) $b<2019$.

Câu 27. (Chuyên ĐHSPHN-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\,(0;1;2)$, $B\,(2;-2;0)$, $C\,(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $4x-2y-z+4=0$. (B) $4x-2y+z+4=0$.

(C) $4x+2y+z-4=0$. (D) $4x+2y-z+4=0$.

Câu 28. (Thpt Vĩnh Lộc-Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M\,(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC.

(A) $(P): 6x+3y+2z+18=0$. (B) $(P): 6x+3y+2z+6=0$.

(C) $(P): 6x+3y+2z-18=0$. (D) $(P): 6x+3y+2z-6=0$.

Câu 29. (Chuyên Thái Bình-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\,(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

(A) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. (B) $\dfrac{x}{1}-\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. (C) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$. (D) $-\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Câu 30. (Chu Văn An-Hà Nội-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G\,(1;4;3)$ Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

(A) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{12}+\dfrac{z}{9}=1$. (B) $12x+3y+4z-48=0$.

(C) $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{16}+\dfrac{z}{12}=0$. (D) $12x+3y+4z=0$.

Câu 31. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A\,(1;1;1)$ và $B\,(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM=2ON$

(A) $(P): 3x+y+2z-6=0$. (B) $(P): 2x+3y-z-4=0$.

(C) $(P): 2x+y+z-4=0$. (D) $(P): x+2y-z-2=0$.

Câu 32. (THCS-THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, nếu ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M\,(1;2;3)$ lên các trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (ABC) là

(A) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{3}{z}=1$. (B) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. (C) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{3}{z}=0$. (D) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$.

Câu 33. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8;-2;4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

(A) $x-4y+2z-8=0$. (B) $x-4y+2z-18=0$.

(C) $x+4y+2z-8=0$. (D) $x+4y-2z-8=0$.

Câu 34. (Chuyên Hạ Long 2019) Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm

(A) $2x+5y+z-6=0$.
(B) $2x+y-6z-23=0$.
(C) $2x+y-3z-14=0$.
(D) $3x+4y+3z-1=0$.

Câu 35. (THCS-THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

(A) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=1$.
(B) $3x-2y+6z=6$.
(C) $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=0$.
(D) $3x-2y+6z-12=0$.

Câu 36. (Chuyên KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;4)$ và $C(1;1;4)$. Đường thẳng nào dưới đây vuông góc với mặt phẳng (ABC)?

(A) $\frac{x}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$.
(B) $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$.
(C) $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$.
(D) $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 37. (THPT Nghĩa Hưng NĐ-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+y-z+d=0$. Hãy xác định a và d.

(A) $a=1, d=1$.
(B) $a=6, d=-6$.
(C) $a=-1, d=-6$.
(D) $a=-6, d=6$.

Câu 38. (Lý Nhân Tông-Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ?

(A) $3x+5y+2z-60=0$.
(B) $10x+6y+15z-60=0$.
(C) $10x+6y+15z-90=0$.
(D) $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 39. (Thi thử cụm Vũng Tàu-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

(A) $2x-3y+6z+12=0$.
(B) $2x+3y-6z-12=0$.
(C) $2x-3y+6z=0$.
(D) $2x+3y+6z+12=0$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;2;3)$, $B(4;5;6)$, $C(1;0;2)$ có phương trình là

(A) $x-y+2z-5=0$.
(B) $x+2y-3z+4=0$.
(C) $3x-3y+z=0$.
(D) $x+y-2z+3=0$.

Câu 41. (SGD-Bình Dương-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;3;5)$, $B(3;2;4)$ và $C(4;1;2)$ có phương trình là

(A) $x+y+5=0$.
(B) $x+y-5=0$.
(C) $y-z+2=0$.
(D) $2x+y-7=0$.

Câu 42. (Lê Quý Đôn-Hải Phòng-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$.

(A) $2x+y+z+1=0$. (B) $x-y+z-4=0$.

(C) $7x-2y+z-9=0$. (D) $2x+y-z-2=0$.

Câu 43. (SGD-Bình Dương-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1;6;2)$, $A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S, B, H là

(A) $x+y-z-3=0$. (B) $x+y-z-3=0$.

(C) $x+5y-7z-15=0$. (D) $7x+5y-4z-15=0$.

Dạng 2.10. Điểm thuộc mặt phẳng

Một mặt phẳng bất kỳ đều có phương trình dạng $(P): ax+by+cz+d=0$, và điểm $M(x_M;y_M;z_M)$.

Nếu $ax_M+by_M+cz_M+d=0 \Rightarrow M\in(P)$

Nếu $ax_M+by_M+cz_M+d\neq 0 \Rightarrow M\notin(P)$

Ví dụ 1. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α)?

(A) $Q(3;3;0)$. (B) $N(2;2;2)$. (C) $P(1;2;3)$. (D) $M(1;-1;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2. (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

(A) $P(0;0;-5)$. (B) $M(1;1;6)$. (C) $Q(2;-1;5)$. (D) $N(-5;0;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M(-1;-1;-1)$. (B) $N(1;1;1)$. (C) $P(-3;0;0)$. (D) $Q(0;0;-3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-3=0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P)

(A) $M(2;1;0)$. (B) $M(2;-1;0)$. (C) $M(-1;-1;6)$. (D) $M(-1;-1;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (Chuyên Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$.

(A) $Q(1;-2;2)$. (B) $P(2;-1;-1)$. (C) $M(1;1;-1)$. (D) $N(1;-1;-1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (Hậu Lộc 2-Thanh Hóa- 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $P(0;2;0)$. (B) $N(1;2;3)$. (C) $M(1;0;0)$. (D) $Q(0;0;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua gốc tọa độ?

(A) $x + 20 = 0$. (B) $x - 2019 = 0$.

(C) $y + 5 = 0$. (D) $2x + 5y - 8z = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. (Chuyên Lê Quý Đôn-Điện Biên 2019) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (α): $x - 2y + 2z - 3 = 0$ Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α)?

(A) $M(2; 0; 1)$. (B) $Q(2; 1; 1)$. (C) $P(2; -1; 1)$. (D) $N(1; 0; 1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. (SGD Bình Phước-2019) Trong không gian $Oxyz$,mặt phẳng $(\alpha) : x - y + 2z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M\left(1; 1; \dfrac{3}{2}\right)$. (B) $N\left(1; -1; -\dfrac{3}{2}\right)$. (C) $P\,(1; 6; 1)$. (D) $Q\,(0; 3; 0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (Sở Kon Tum-2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha) : x-2y+z-4 = 0$ đi qua điểm nào sau đây

(A) $Q\,(1; -1; 1)$. (B) $N\,(0; 2; 0)$. (C) $P\,(0; 0; -4)$. (D) $M\,(1; 0; 0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-1=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

(A) $N(0;1;-2)$. (B) $M(2;-1;1)$. (C) $P(1;-2;0)$. (D) $Q(1;-3;-4)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 2.11. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức

$$\mathrm{d}(M,(P)) = \frac{|a\cdot x_M + b\cdot y_M + c\cdot z_M + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Ví dụ 1. (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)

(A) $d=\dfrac{5}{29}$. (B) $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. (C) $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. (D) $d=\dfrac{5}{9}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2. (THPT Ba Đình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

(A) $d=\dfrac{5}{9}$. (B) $d=\dfrac{5}{29}$. (C) $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. (D) $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$.

(A) $\frac{11}{3}$. (B) 3. (C) $\frac{7}{3}$. (D) $\frac{4}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

(A) 5. (B) 2. (C) $\frac{5}{3}$. (D) $\frac{4}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+4=0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1;2;1)$ đến mặt phẳng (P).

(A) $d=3$. (B) $d=4$. (C) $d=1$. (D) $d=\frac{1}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (Sở Bắc Giang 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y-2z+1=0$ và điểm $M(1;-2;1)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng

(A) $\frac{4}{3}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Kiểm tra năng lực-ĐH-Quốc Tế-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+5=0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

(A) 3. (B) 7. (C) 4. (D) 1.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. (SGD Cần Thơ 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+5=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

(A) $\frac{4}{3}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{4}{9}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. (Cần Thơ-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-2z+5=0$ và điểm $A(-1;3;-2)$. Khoảng cách từ A đến mặt (P) là

(A) $\frac{\sqrt{14}}{7}$. (B) $\frac{3\sqrt{14}}{14}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) 1.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (Sở Kon Tum-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-4=0$. Khoảng cách từ điểm $M(3;1;-2)$ đến mặt phẳng (P) bằng

(A) 2. (B) $\frac{1}{3}$. (C) 1. (D) 3.

. . . . . .

. . . . . .

.....

Dạng 2.12. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu

Ví dụ 1 (Mã 104-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x-2y+2z+3=0$ là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.
(B) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$.
(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$.
(D) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

.....

.....

.....

Ví dụ 2 (Đề Tham Khảo 2017). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

(A) $x+y+3z-9=0$.
(B) $x+y-3z+3=0$.
(C) $x+y-3z-8=0$.
(D) $x-y-3z+3=0$.

.....

.....

.....

Ví dụ 3 (Chuyên Quốc Học Huế -2019). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x+y-z-1=0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$. Xác định bán kính r của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).

(A) $r=\dfrac{2\sqrt{42}}{3}$.
(B) $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.
(C) $r=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.
(D) $r=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$.

.....

.....

.....

Ví dụ 4 (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019). Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+2z-7=0$.

(A) $x^2+y^2+z^2+4x+2y-8z-4=0$. (B) $x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-4=0$.

(C) $x^2+y^2+z^2-4x-2y+8z-4=0$. (D) $x^2+y^2+z^2-4x-2y-8z-4=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5 (SGD Bình Phước - 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+3=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích 2π. Mặt cầu (S) có phương trình là

(A) $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$. (B) $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

(C) $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=3$. (D) $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6 (Bình Giang-Hải Dương 2019). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

(A) $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.

(B) $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.

(C) $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$.

(D) $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$ có tọa độ là

(A) $M(0;-3;0)$. (B) $M(0;3;0)$. (C) $M(0;-2;0)$. (D) $M(0;1;0)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1\ 2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

(A) $m=2$. (B) $m=-2$. (C) $m=-3$. (D) $m=\pm 2$.

Câu 3. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, C Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

(A) $\left[\begin{array}{l} 2x+3y+z-1=0 \\ 3x+y+7z+6=0 \end{array}\right.$. (B) $\left[\begin{array}{l} x+2y+z-1=0 \\ -2x+3y+6z+13=0 \end{array}\right.$.

(C) $\left[\begin{array}{l} x+y+2z-1=0 \\ -2x+3y+7z+23=0 \end{array}\right.$. (D) $\left[\begin{array}{l} x+y+z-1=0 \\ -23x+37y+17z+23=0 \end{array}\right.$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

(A) $6x+3y+2z-24=0$. (B) $6x+3y+2z-12=0$.

(C) $6x+3y+2z=0$. (D) $6x+3y+2z-36=0$.

Câu 5. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B;(P))=2d(A;(P))$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$.

(A) 12. (B) 6. (C) 4. (D) 8.

Câu 6. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) : $x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng:

(A) $\frac{4}{3}$. (B) $\frac{8}{3}$. (C) $\frac{7}{3}$. (D) 3.

Câu 7. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x-y+z=0$ và $2x-y+z-7=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

(A) 7. (B) $7\sqrt{6}$. (C) $6\sqrt{7}$. (D) $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-8=0$ và $(Q): x+2y+2z-4=0$ bằng

(A) 1. (B) $\frac{4}{3}$. (C) 2. (D) $\frac{7}{3}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-16=0$ và $(Q): x+2y-2z-1=0$ bằng

(A) 5. (B) $\frac{17}{3}$. (C) 6. (D) $\frac{5}{3}$.

Câu 10. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ và $(Q): x+2y+3z+6=0$ là

(A) $\frac{7}{\sqrt{14}}$. (B) $\frac{8}{\sqrt{14}}$. (C) 14. (D) $\frac{5}{\sqrt{14}}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 6x+3y+2z-1=0$ và $(Q): x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+8=0$ bằng

(A) 7. (B) 8. (C) 9. (D) 6.

Câu 12. (Chuyên Lam Sơn-2019) Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P): $x+2y+3z-1=0$ và $(Q): x+2y+3z+6=0$ là:

(A) $\frac{7}{\sqrt{14}}$. (B) $\frac{8}{\sqrt{14}}$. (C) 14. (D) $\frac{5}{\sqrt{14}}$.

Câu 13. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (α) $x-2y-2z+4=0$ và (β) $-x+2y+2z-7=0$.

(A) 0. (B) 3. (C) -1. (D) 1.

Câu 14. (THPT Đông Sơn 1-Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-22=0$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+6z+14=0$ Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Câu 15. (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-9=0$ và $(Q): 4x-2y-4z-6=0$ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

(A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 16. (SP Đồng Nai-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-6=0$ và $(Q): x+2y-2z+3=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

(A) 3. (B) 1. (C) 9. (D) 6.

Câu 17. (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y-12z+5=0$ và điểm $A(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M. Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB}=3.\overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P).

(A) $d=6$. (B) $d=\frac{30}{13}$. (C) $d=\frac{66}{13}$. (D) $d=9$.

Câu 18. (Chu Văn An-Hà Nội-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-1=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

(A) $(Q): 2x+2y-z+10=0$. (B) $(Q): 2x+2y-z+4=0$.

(C) $(Q): 2x+2y-z+8=0$. (D) $(Q): 2x+2y-z-8=0$.

Câu 19. (SGD Bến Tre 2019) Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-17=0$.

(A) $M(0;0;-3)$. (B) $M(0;0;3)$. (C) $M(0;0;-4)$. (D) $M(0;0;4)$.

Câu 20. (SGD Bắc Ninh 2019) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(3;4;0)$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz+46=0$. Biết rằng khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ bằng

(A) -3. (B) -6. (C) 3. (D) 6.

Câu 21. (Chuyên Quang Trung- Bình Phước 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là.

(A) $x+2y+2z+3=0; x+2y+2z-17=0$. (B) $x+2y+2z-3=0; x+2y+2z+17=0$.

(C) $x+2y+2z+3=0; x+2y+2z+17=0$. (D) $x+2y+2z-3=0; x+2y+2z-17=0$.

Câu 22. (SGD Hưng Yên 2019) Trong không gian hệ toạ độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x+y-z+3=0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

(A) $x+y-z+6=0$; $x+y-z=0$. (B) $x+y-z+6=0$.

(C) $x-y-z+6=0$; $x-y-z=0$. (D) $x+y+z+6=0$; $x+y+z=0$.

Câu 23. (THPT Hàm Rồng-Thanh Hóa-2018) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(4;2;1)$, $B(0;0;3)$, $C(2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OC và cách đều 2 điểm A, B.

(A) $x-2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$. (B) $x+2y+2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.

(C) $x+2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$. (D) $x+2y-2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.

Câu 24. (THPT Nguyễn Tất Thành-Yên Bái-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$ Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ là

(A) $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$.

(B) $x+y+2z-1=0$ hoặc $-23x+3y+7z+23=0$.

(C) $x+2y+z-1=0$ hoặc $-13x+3y+6z+13=0$.

(D) $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z-3=0$.

Câu 25. (THPT Quang Trung Đống Đa Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

(A) $(Q): 2x-2y+z+4=0$. (B) $(Q): 2x-2y+z-14=0$.

(C) $(Q): 2x-2y+z-19=0$. (D) $(Q): 2x-2y+z-8=0$.

Câu 26. (Chuyên Phan Bội Châu -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q): $x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng (P) không qua O, song song với mặt phẳng (Q) và $d((P),(Q))=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

(A) $x+2y+2z+1=0$. (B) $x+2y+2z=0$.

(C) $x+2y+2z-6=0$. (D) $x+2y+2z+3=0$.

Câu 27. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

(A) $6x+3y+2z-24=0$. (B) $6x+3y+2z-12=0$.

(C) $6x+3y+2z=0$. (D) $6x+3y+2z-36=0$.

Câu 28. (Ngô Quyền-Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

(A) $2x+3y-6z+1=0$. (B) $3x+2y-6z+1=0$.

(C) $3x+2y-5z=0$. (D) $6x+2y-3z-5=0$.

Câu 29. (Chuyên Nguyễn Đình Triểu-Đồng Tháp-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, (α) song song với đường thẳng CD. Phương trình mặt phẳng (α) là

(A) $x+y+2-3=0$. (B) $2x-y+z-2=0$.

(C) $2x+y+z-3=0$. (D) $x+y-2=0$.

Câu 30. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P), số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x+y-11=0$

(A) 60^0. (B) 30^0. (C) 45^0. (D) 90^0.

Câu 31. (THPT Quang Trung Đống Đa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+2z-5=0$. Xét mặt phẳng $(Q): x+(2m-1)z+7=0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$.

(A) $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=4 \end{array}\right.$. (B) $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2\sqrt{2} \end{array}\right.$. (C) $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=4 \end{array}\right.$. (D) $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Câu 32. (THPT Ba Đình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $ax+by+cz-1=0$ với $c<0$ đi qua 2 điểm $A\,(0;1;0)$, $B\,(1;0;0)$ và tạo với (Oyz) một góc 60°. Khi đó $a+b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(5;8)$. (B) $(8;11)$. (C) $(0;3)$. (D) $(3;5)$.

Câu 33. (Chuyên Bắc Giang -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$, $(Q): x+my+(m-1)z+2019=0$. Khi hai mặt phẳng (P), (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì mặt phẳng (Q) đi qua điểm M nào sau đây?

(A) $M(2019;-1;1)$. (B) $M(0;-2019;0)$. (C) $M(-2019;1;1)$. (D) $M(0;0;-2019)$.

Câu 34. (THPT Thăng Long-Hà Nội- 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) : $2x-y+2z+5=0$ và $(Q): x-y+2=0$. Trên (P) có tam giác ABC; Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của A, B, C trên (Q). Biết tam giác ABC có diện tích bằng 4, tính diện tích tam giác $A'B'C'$.

(A) $\sqrt{2}$. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 2. (D) $4\sqrt{2}$.

Câu 35. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Trong không gian $Oxyz$, biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H\,(2;-1;-2)$. Số đo góc giữa mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(Q): x-y-5=0$ là

(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 90°.

Câu 36. Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $H\,(2;1;2)$. Điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc toạ độ O xuống mặt phẳng (P), số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x+y-11=0$ là

(A) 90°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 45°.

Câu 37. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(3;0;1)$, $B\,(6;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\dfrac{2}{7}$ là

(A) $\left[\begin{array}{l} 2x+3y+6z-12=0 \\ 2x+3y-6z=0 \end{array}\right.$. (B) $\left[\begin{array}{l} 2x-3y+6z-12=0 \\ 2x-3y-6z=0 \end{array}\right.$.

(C) $\left[\begin{array}{l} 2x-3y+6z-12=0 \\ 2x-3y-6z+1=0 \end{array}\right.$. (D) $\left[\begin{array}{l} 2x+3y+6z+12=0 \\ 2x+3y-6z-1=0 \end{array}\right.$.

Câu 38. (Toán Học Tuổi Trẻ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ với $c<0$ đi qua hai điểm $A\,(0;1;0)$, $B\,(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng

(yOz) một góc $60°$. Khi đó giá trị $a+b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;3)$. (B) $(3;5)$. (C) $(5;8)$. (D) $(8;11)$.

Câu 39. (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

(A) $x+y+3z-9=0$. (B) $x+y-3z+3=0$.

(C) $x+y-3z-8=0$. (D) $x-y-3z+3=0$.

Câu 40. (Chuyên Quốc Học Huế -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x+y-z-1=0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$. Xác định bán kính r của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).

(A) $r=\dfrac{2\sqrt{42}}{3}$. (B) $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (C) $r=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$. (D) $r=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$.

Câu 41. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z-7=0$.

(A) $x^2+y^2+z^2+4x+2y-8z-4=0$. (B) $x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-4=0$.

(C) $x^2+y^2+z^2-4x-2y+8z-4=0$. (D) $x^2+y^2+z^2-4x-2y-8z-4=0$.

Câu 42. (SGD Bình Phước-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích 2π. Mặt cầu (S) có phương trình là

(A) $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$. (B) $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

(C) $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=3$. (D) $x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$.

Câu 43. (Bình Giang-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

(A) $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. (B) $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.

(C) $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$. (D) $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y-2z-2=0$ có phương trình là

(A) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$. (B) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$.

(C) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. (D) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

Câu 45. (Chuyên Nguyễn Huệ- 2019) Phương trình mặt cầu tâm $I(3;-2;4)$ và tiếp xúc với $(P): 2x-y+2z+4=0$ là:

(A) $(x+3)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=\dfrac{20}{3}$. (B) $(x+3)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=\dfrac{400}{9}$.

(C) $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=\dfrac{20}{3}$. (D) $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=\dfrac{400}{9}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+3=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

(A) $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$. (B) $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$.

(C) $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$. (D) $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=16$.

Câu 47. (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+7=0$ theo một đường tròn có đường kính bằng 8. Phương trình mặt cầu (S) là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=81$. (B) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5$.

(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. (D) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$.

Câu 48. (Thpt Vĩnh Lộc-Thanh Hóa 2019) Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x-2y-z+9=0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).

(A) 8. (B) $4\sqrt{6}$. (C) 10. (D) 6.

Câu 49. (chuyên Hùng Vương Gia Lai -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$, mặt phẳng $(P): x+2y-2z+10=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) (P) tiếp xúc với (S).

(B) (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.

(C) (P) và (S) không có điểm chung.

(D) (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Câu 50. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$. Tìm bán kính r đường tròn giao tuyến của (S) và (P).

(A) $r=\dfrac{1}{3}$. (B) $r=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. (C) $r=\dfrac{1}{2}$. (D) $r=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 51. (Kinh Môn-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+1=0$?

(A) $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=3$. (B) $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=9$.

(C) $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=3$. (D) $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=9$.

Câu 52. (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

(A) $r=3$. (B) $r=\sqrt{5}$. (C) $r=\sqrt{6}$. (D) $r=\sqrt{14}$.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I\,(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S)

(A) $(S): (x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$. (B) $(S): (x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.

(C) $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$. (D) $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Câu 54. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M\,(2;3;3)$, $N\,(2;-1;-1)$, $P\,(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z+2=0$.

(A) $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$. (B) $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$.

(C) $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$. (D) $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A\,(0;0;1)$, $B\,(m;0;0)$, $C\,(0;n;0)$, $D\,(1;1;1)$ với $m>0; n>0$ và $m+n=1$ Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

(A) $R=1$. (B) $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $R=\dfrac{3}{2}$. (D) $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ và mặt phẳng (P): $x+my+z-3m-1=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2.

(A) $m=1$. (B) $m=-1$ hoặc $m=-2$.

(C) $m=1$ hoặc $m=2$. (D) $m=-1$.

Câu 57. (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng (Oxz) Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

(A) $|a|=1$. (B) $a+b+c=1$. (C) $|b|=1$. (D) $|c|=1$.

Câu 58. (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+5=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-11=0$ có phương trình là:

(A) $2x-y+2z-7=0$. (B) $2x-y+2z+9=0$.

(C) $2x-y+2z+7=0$. (D) $2x-y+2z-9=0$.

Câu 59. (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$ và $(Q): 2x-y+z+1=0$. Số mặt cầu đi qua $A\,(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P)\,,(Q)$ là

(A) 0. (B) 1. (C) Vô số. (D) 2.

Câu 60. Trong không gian tọa độ 0, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A\,(6;2;-5)$, $B\,(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A.

(A) $(P): 5x+y-6z+62=0$. (B) $(P): 5x+y-6z-62=0$.
(C) $(P): 5x-y-6z-62=0$. (D) $(P): 5x+y+6z+62=0$.

Câu 61. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-m^2-3m=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S).

(A) $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=5 \end{array}\right.$. (B) $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-5 \end{array}\right.$. (C) $m=2$. (D) $m=-5$.

Câu 62. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $0xyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$ có tâm I và mặt phẳng $(P): x+2y+2z+7=0$. Thể tích của khối nón đỉnh I và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) bằng

(A) 12π. (B) 48π. (C) 36π. (D) 24π.

Câu 63. (Chuyên Ngữ Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ lần lượt có phương trình là $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-22=0$, $x^2+y^2+z^2-6x+4y+2z+5=0$. Xét các mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn tiếp xúc cả hai mặt cầu đã cho. Gọi $A(a;b;c)$ là điểm mà tất cả các mặt phẳng (P) đi qua. Tính tổng $S=a+b+c$.

(A) $S=\dfrac{5}{2}$. (B) $S=-\dfrac{5}{2}$. (C) $S=\dfrac{9}{2}$. (D) $S=-\dfrac{9}{2}$.

Câu 64. (Sở Kon Tum-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=45$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-13=0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a;b;c)$ thì giá trị của $a+b+c$ bằng

(A) -11. (B) 5. (C) 2. (D) 1.

Câu 65. (Sở Hà Nam-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z+7=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z-10=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π. Hỏi (Q) đi qua điểm nào trong số các điểm sau?

(A) $(6;0;1)$. (B) $(-3;1;4)$. (C) $(-2;-1;5)$. (D) $(4;-1;-2)$.

Câu 66. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với (S); song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.

(A) $4x+3y-12z-78=0$. (B) $4x+3y-12z-26=0$.
(C) $4x+3y-12z+78=0$. (D) $4x+3y-12z+26=0$.

Câu 67. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2\mathrm{x}-y-2\mathrm{z}-1=0$ và điểm $M\,(1;-2;0)$. Mặt cầu tâm M, bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

(A) 2. (B) $\sqrt{2}$. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{3}-1$.

Câu 68. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (Q) : $x-2y+z-5=0$ và mặt cầu (S) : $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=15$. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π đi qua điểm nào sau đây?

(A) $(2;-2;1)$. (B) $(1;-2;0)$. (C) $(0;-1;-5)$. (D) $(-2;2;-1)$.

Câu 69. (Việt Đức Hà Nội 2019) Cho mặt cầu (S) : $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=9$. Phương trình mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0;4;-2)$ là

(A) $x+6y-6z+37=0$. (B) $x-2y-2z-4=0$.
(C) $x-2y-2z+4=0$. (D) $x+6y-6z-37=0$.

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng (P): $4x-3y-m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

(A) $m=1$. (B) $m=-1$ hoặc $m=-21$.
(C) $m=1$ hoặc $m=21$. (D) $m=-9$ hoặc $m=31$.

Câu 71. (THPT Ba Đình -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) : $mx+2y-z+1=0$ (m là tham số). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) : $(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=9$ theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m?

(A) $m=\pm 1$. (B) $m=\pm 2+\sqrt{5}$. (C) $m=\pm 4$. (D) $m=6\pm 2\sqrt{5}$.

Câu 72. (Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn bán kính bằng 3.

(A) (Q) : $y+3z=0$. (B) (Q) : $x+y-2z=0$.
(C) (Q) : $y-z=0$. (D) (Q) : $y-2z=0$.

Câu 73. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $I(-1;2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+2y-2z+8=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P):

(A) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. (B) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.
(C) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. (D) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I\,(0;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-2=0$?

(A) $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$. (B) $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=9$.

(C) $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=3$. (D) $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=3$.

Câu 75. (Sở Bắc Giang 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I\,(-1;2;5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+4=0$ là

(A) $(S): x^2+y^2+z^2+2\mathrm{x}-4y-10\mathrm{z}+21=0$.

(B) $(S): x^2+y^2+z^2-2\mathrm{x}+4y+10\mathrm{z}+21=0$.

(C) $(S): x^2+y^2+z^2+2\mathrm{x}-4y-10\mathrm{z}-21=0$.

(D) $(S): x^2+y^2+z^2+\mathrm{x}-2y-5\mathrm{z}-21=0$.

Câu 76. (THPT Yên Khánh-Ninh Bình-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I\,(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là:

(A) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. (B) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.

(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$. (D) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 77. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3;0;1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P): x-2y-2z-1=0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π. Phương trình mặt cầu (S) là

(A) $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=4$. (B) $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=25$.

(C) $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5$. (D) $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

Câu 78. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ và điểm $I\,(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5

(A) $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. (B) $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.

(C) $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$. (D) $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

Câu 79. (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2z-2=0$ và điểm $K\,(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa tất cả các tiếp điểm của các tiếp tuyến vẽ từ K đến mặt cầu (S).

(A) $2x+2y+z-4=0$. (B) $6x+6y+3z-8=0$.

(C) $2x+2y+z+2=0$. (D) $6x+6y+3z-3=0$.

Câu 80. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0$. Tìm số thực của tham số m để mặt phẳng $(\beta): 2x-y+2z-8=0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π.

(A) $m=-3$. (B) $m=-1$. (C) $m=-2$. (D) $m=-4$.

Câu 81. (THPT Kinh Môn-HD-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): x+4y+z-11=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P), biết (P) song song với giá của vectơ $\vec{v}=(1;6;2)$, vuông góc với (α) và tiếp xúc với (S).

(A) $\left[\begin{array}{l} x-2y+z+3=0 \\ x-2y+z-21=0 \end{array}\right.$.

(B) $\left[\begin{array}{l} 3x+y+4z+1=0 \\ 3x+y+4z-2=0 \end{array}\right.$.

(C) $\left[\begin{array}{l} 4x-3y-z+5=0 \\ 4x-3y-z-27=0 \end{array}\right.$.

(D) $\left[\begin{array}{l} 2x-y+2z+3=0 \\ 2x-y+2z-21=0 \end{array}\right.$.

Câu 82. (SGD-Đà Nẵng-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y-2z-5=0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

(A) $x-2y-2z+1=0$.

(B) $-x+2y+2z+5=0$.

(C) $x-2y-2z-23=0$.

(D) $-x+2y+2z+17=0$.

Câu 83. (Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$, mặt phẳng $(\alpha): x+4y+z-11=0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α), (P) song song với giá của vecto $\vec{v}=(1;6;2)$ và (P) tiếp xúc với (S). Lập phương trình mặt phẳng (P).

(A) $2x-y+2z-2=0$ và $x-2y+z-21=0$.

(B) $x-2y+2z+3=0$ và $x-2y+z-21=0$.

(C) $2x-y+2z+3=0$ và $2x-y+2z-21=0$.

(D) $2x-y+2z+5=0$ và $2x-y+2z-2=0$.

Câu 84. (Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

(A) 1 mặt phẳng. (B) 2 mặt phẳng. (C) 0 mặt phẳng. (D) Vô số mặt phẳng.

Câu 85. (THPT Nam Trực-Nam Định-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-7=0$. Biết $mp(Q)$ cắt mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ theo một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

(A) $x-y+2z-7=0$.

(B) $2x-2y+z-7=0$.

(C) $2x-2y+z-17=0$.

(D) $2x-2y+z+17=0$.

Câu 86. (THPT-Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và $(Q): nx-8y-6z+2=0$, với $m,n\in\mathbb{R}$. Xác định m, n để (P) song song với (Q).

(A) $m=n=-4$. (B) $m=4; n=-4$. (C) $m=-4; n=4$. (D) $m=n=4$.

Câu 87. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) : $x2y+2z3=0$ và $(Q): mx+y2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

(A) $m=1$. (B) $m=-1$. (C) $m=-6$. (D) $m=6$.

Câu 88. (THPT Hai Bà Trưng-Huế-2018) Trong không gian $Oxyz$, tìm tập hợp các điểm cách đều cặp mặt phẳng sau đây: $4x-y-2z-3=0$, $4x-y-2z-5=0$.

(A) $4x-y-2z-6=0$. (B) $4x-y-2z-4=0$.
(C) $4x-y-2z-1=0$. (D) $4x-y-2z-2=0$.

Câu 89. (THPT Yên Khánh-Ninh Bình-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$; $(Q):2x+y+z-1=0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1;1;1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q); phương trình của $(R):m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$. Khi đó giá trị của m là

(A) 3. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $-\frac{1}{3}$. (D) -3.

Câu 90. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y+z-2=0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

(A) $2x-y-z-2=0$. (B) $x-y-z-2=0$.
(C) $x+y+z-2=0$. (D) $2x+y+z-2=0$.

Câu 91. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Trong không gian Oxyz, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C($
trong đó $b.c\neq 0$ và mặt phẳng $(P): y-z+1=0$. Mối liên hệ giữa b,c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) là

(A) $2b=c$. (B) $b=2c$. (C) $b=c$. (D) $b=3c$.

Câu 92. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x+y-2z+5=0$ và $(Q): 4x+(2-m)y+mz-3=0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P).

(A) $m=-3$. (B) $m=-2$. (C) $m=3$. (D) $m=2$.

Câu 93. (Chuyên Lê Quý Đôn-Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x-y-z+1=0$ và $(Q): x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$.

(A) -16. (B) -8. (C) 0. (D) 8.

Câu 94. (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$ Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

(A) $m=1$. (B) Không tồn tại m. (C) $m=-2$. (D) $m=2$.

Câu 95. (Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-2019) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-1=0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

(A) $(Q): x+2y-2z+8=0$. (B) $(Q): x+2y-2z+5=0$.

(C) $(Q): x+2y-2z+1=0$. (D) $(Q): x+2y-2z+2=0$.

Câu 96. (Cụm 5 Trường Chuyên-ĐBSH-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x+y+z+3=0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a+b+c<-2$?

(A) 1. (B) Vô số. (C) 2. (D) 0.

Câu 97. (Chuyên Thái Bình-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x-y+4z+2=0$ và $(Q_2): 3x-y+4z+8=0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

(A) $(P): 3x-y+4z+10=0$. (B) $(P): 3x-y+4z+5=0$.

(C) $(P): 3x-y+4z-10=0$. (D) $(P): 3x-y+4z-5=0$.

Câu 98. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m): x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x-y-6z+3=0$. Tính $m+n$.

(A) $m+n=0$. (B) $m+n=2$. (C) $m+n=1$. (D) $m+n=3$.

Câu 99. (Chuyên KHTN 2019) Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử (P) có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và (Q) có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$.

(A) 7. (B) -9. (C) -7. (D) 9.

Câu 100. (Toán Học Và Tuổi Trẻ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P).

(A) $3x+2y+z+14=0$. (B) $2x+y+3z+9=0$.

(C) $3x+2y+z-14=0$. (D) $2x+y+z-9=0$.

§3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

1 Phương trình đường thẳng

- Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$ có phương trình tham số $\begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \\ z=z_0+a_3t \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$.
- Điểm M thuộc đường thẳng $d \Leftrightarrow M(x_0+at_1;y_0+at_2;z_0+at_3)$.
- Nếu $a_1\cdot a_2\cdot a_3\neq 0$ thì $\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}$ được gọi là phương trình chính tắc của d.

Đặc biệt:

- Trục Ox: $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$ có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy: $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ có VTCP $\vec{i}=(0;1;0)$.
- Trục Oz: $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$ có VTCP $\vec{i}=(0;0;1)$.

2 Vị trí tương đối

a. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d: $\begin{cases} x_0+a_1t=0 \\ y_0+a_2t=0 \\ z_0+a_3t=0 \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x_0'+a_1't'=0 \\ y_0'+a_2't'=0 \\ z_0'+a_3't'=0. \end{cases}$

PP 1 : Xét hệ phương trình với hai ẩn là t và t' tức xét $\begin{cases} x_0+a_1t=x_0'+a_1't' \\ y_0+a_2t=y_0'+a_2't' \\ z_0+a_3t=z_0'+a_3't'. \end{cases}$

∗ Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.

∗ Nếu hệ có vô số nghiệm thì $d \equiv d'$.

∗ Nếu hệ vô nghiệm thì $d \parallel d'$ hoặc d, d' chéo nhau.

· $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ cùng phương thì $d \parallel d'$.

· $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ không cùng phương thì d, d' chéo nhau.

PP 2 : Xét điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d$, $M'(x'_0; y'_0; z'_0) \in d'$ và $\vec{u}_d$, $\vec{u}_{d'}$.

$$\ast\ d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d = \mathrm{k}\vec{u}_{d'} \\ M \notin d'. \end{cases}$$

$$\ast\ d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d = \mathrm{k}\vec{u}_{d'} \\ M \in d'. \end{cases}$$

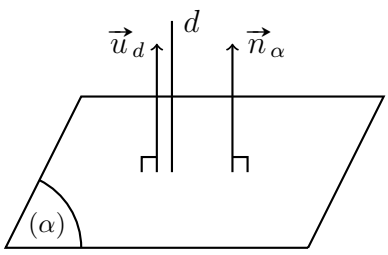
$$\ast\ d \text{ cắt } d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \text{ không cùng phương với } \vec{u}_{d'} \\ [\vec{u}_d,\ \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0 \end{cases}.$$

$$\ast\ d \text{ chéo } d' \Leftrightarrow [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MM'} \neq 0.$$

b. **Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng**

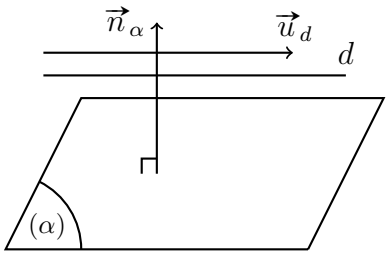
Cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ và mặt phẳng (α): $Ax + By + Cz + D = 0$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t & (1) \\ y = y_0 + a_2 t & (2) \\ z = z_0 + a_3 t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases}$ $(*)$



Lấy (1), (2), (3) thế vào (4)

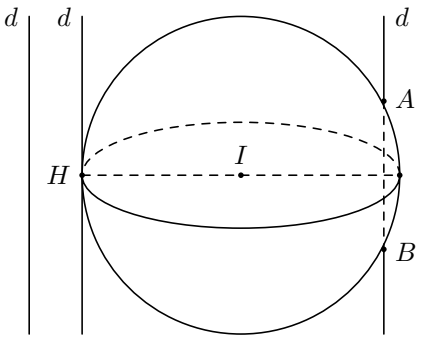
- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).
- Nếu $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$.
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$.



c. **Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)**

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ. Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $\mathrm{d}(I, \Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.

- Nếu $\mathrm{d}(I,\,\Delta) > R$ thì Δ không cắt (S).
- Nếu $\mathrm{d}(I,\,\Delta) = R$ thì Δ tiếp xúc với (S) tại điểm H.
- Nếu $\mathrm{d}(I,\,\Delta) < R$ thì Δ cắt (S) tại hai điểm A, B.



3 Khoảng cách

a. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d: $\mathrm{d}(M,\,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\,\vec{u}_d\right]\right|}{|\vec{u}_d|}$ với $A \in d$ và $\vec{u}_d$ là véc-tơ pháp tuyến của d.

b. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: $\mathrm{d}(d,\,d') = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\,\vec{u'}\right]\cdot\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{u},\,\vec{u'}\right]\right|}$ với $A \in d$ và $B \in d'$.

4 Góc

a. Góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 có VTCP lần lượt là $\vec{u}_1(a_1;b_1;c_1)$ và $\vec{u}_2(a_2;b_2;c_2)$.
$\cos(d_1,d_2) = \cos\alpha = \dfrac{|\vec{u}_1.\vec{u_2}|}{|\vec{u}_1|\cdot|\vec{u}_2|} = \dfrac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

b. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng
Cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (a;b;c)$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_{(P)} = (A;B;C)$ thì
$\sin\alpha = |\cos\left(\vec{n}_{(P)};\,\vec{u}_d\right)| = \dfrac{\left|\vec{u}_d\cdot\vec{n}_{(p)}\right|}{|\vec{u}_d|\left|\vec{n}_{(P)}\right|} = \dfrac{|Aa+Bb+Cc|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Dạng 3.13. Xác định các yếu tố cơ bản của đường thẳng

Ví dụ 1 (Mã 101-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ x = -1+3t \end{cases}$.

Vec-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u_1} = (2;1;-1)$. (B) $\vec{u_2} = (1;2;3)$. (C) $\vec{u_3} = (1;-2;3)$. (D) $\vec{u_4} = (2;1;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}=(-1;2;1)$. (B) $\vec{u}=(2;1;0)$. (C) $\vec{u}=(2;1;1)$. (D) $\vec{u}=(-1;2;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=y=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của d

(A) $\vec{u}=(1;6;0)$. (B) $\vec{u}=(2;6;2)$. (C) $\vec{u}=(2;2;0)$. (D) $\vec{u}=(2;1;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=t \\ y=2 \\ z=1-2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}=(1;2;0)$. (B) $\vec{u}=(1;0;-2)$. (C) $\vec{u}=(1;2;-2)$. (D) $\vec{u}=(-1;2;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1 \\ y=2+3t \\ z=5-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}=(0;3;-1)$. (B) $\vec{u}=(1;3;-1)$. (C) $\vec{u}=(1;-3;-1)$. (D) $\vec{u}=(1;2;5)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(3;0;1)$, $B(-1;2;3)$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}=(-1;2;1)$. (B) $\vec{u}=(2;1;0)$. (C) $\vec{u}=(2;-1;-1)$. (D) $\vec{u}=(-1;2;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. Trong hệ tọa độ Oxy hai điểm $A(5;-3;6)$, $B(5;-1;-5)$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

(A) $\vec{u}=(5;-2;-1)$. (B) $\vec{u}=(10;-4;1)$. (C) $\vec{u}=(0;2;-11)$. (D) $\vec{u}=(0;2;11)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. Trong hệ tọa độ Oxy cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox, Oy. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2.

(A) $\vec{u}=(1;2;0)$. (B) $\vec{u}=(1;0;0)$. (C) $\vec{u}=(-1;2;0)$. (D) $\vec{u}=(0;2;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. Trong hệ tọa độ Oxy cho điểm $M(-2;3;4)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy), (Oyz). Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2.

Ⓐ $\vec{u} = (2;3;0)$. Ⓑ $\vec{u} = (1;0;2)$. Ⓒ $\vec{u} = (0;-3;4)$. Ⓓ $\vec{u} = (-2;0;4)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. Trong hệ tọa độ Oxy cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-3=0$ và $(Q)\colon x+y-1=0$. Giao tuyến d của (P) và (Q) có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u} = (1;-1;-3)$. Ⓑ $\vec{u} = (1;1;0)$. Ⓒ $\vec{u} = (1;-2;1)$. Ⓓ $\vec{u} = (1;1;-3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. Trong hệ tọa độ Oxy cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-z-1=0$ và $(Q)\colon x-2y+z-5=0$. Giao tuyến của (P) và (Q) có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u} = (1;3;5)$. Ⓑ $\vec{u} = (1;-2;1)$. Ⓒ $\vec{u} = (2;1;-1)$. Ⓓ $\vec{u} = (-1;3;-5)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. Trong hệ tọa độ Oxy đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon 4x-z+3=0$. Tìm một véctơ chỉ phương của đường thẳng d.

Ⓐ $\vec{u} = (4;1;3)$. Ⓑ $\vec{u} = (4;0;-1)$. Ⓒ $\vec{u} = (4;1;-1)$. Ⓓ $\vec{u} = (4;-1;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon -2x+y-z+1=0$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

(A) $\vec{u}=(-2;-1;-1)$. (B) $\vec{u}=(2;-1;1)$.

(C) $\vec{u}=(-2;1;1)$. (D) $\vec{u}=(-2;-1;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc d?

(A) $N(4;0;-1)$. (B) $M(1;-2;3)$. (C) $P(7;2;1)$. (D) $N(-2;-4;7)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d?

(A) $Q(1;0;2)$. (B) $N(1;-2;0)$. (C) $P(1;-1;3)$. (D) $M(-1;2;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. Cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1 \\ y=-2-2t \\ z=2-11t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d

(A) $M(1;-4;2)$. (B) $N(1;-4;-9)$. (C) $P(1;2;7)$. (D) $Q(2;-2;7)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. Cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}$. Biết điểm $A(m;m+2;1) \in d$, m thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $m \in (-\infty;-4)$. (B) $m \in [-4;2)$. (C) $m \in (6;+\infty)$. (D) $m \in [-2;6]$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-3t \\ y=4t \\ z=0 \end{cases}$. Gọi $\vec{u}$ là một VTCP của d thỏa mãn $|\vec{u}|=10$. Tọa độ $\vec{u}$ bằng

(A) $\vec{u}=(-3;4;0)$. (B) $\vec{u}=(-6;8;0)$. (C) $\vec{u}=(6;8;0)$. (D) $\vec{u}=(6;-8;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. (Mã 101-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

(A) $\vec{u_2}(2;4;-1)$. (B) $\vec{u_1}(2;-5;3)$. (C) $\vec{u_3}(2;5;3)$. (D) $\vec{u_4}(3;4;1)$.

Câu 2. (Mã 102-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{x+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2 = (3;4;-1)$. (B) $\vec{u}_1 = (2;-5;2)$. (C) $\vec{u}_3 = (2;5;-2)$. (D) $\vec{u}_4 = (3;4;1)$.

Câu 3. (Mã 103-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z+2}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d

(A) $\vec{u_3} = (3;-1;-2)$. (B) $\vec{u_4} = (4;2;3)$. (C) $\vec{u_2} = (4;-2;3)$. (D) $\vec{u_1} = (3;1;2)$.

Câu 4. (Mã 104-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{-2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u_2} = (4;-2;3)$. (B) $\vec{u_4} = (4;2;-3)$. (C) $\vec{u_3} = (3;-1;-2)$. (D) $\vec{u_1} = (3;1;2)$.

Câu 5. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

(A) $\vec{u_1} = (-1;2;3)$. (B) $\vec{u_3} = (2;1;3)$. (C) $\vec{u_4} = (-1;2;1)$. (D) $\vec{u_2} = (2;1;1)$.

Câu 6. (Mã 102-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-5} = \dfrac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d

(A) $\vec{u} = (1;3;-2)$. (B) $\vec{u} = (2;5;3)$. (C) $\vec{u} = (2;-5;3)$. (D) $\vec{u} = (1;3;2)$.

Câu 7. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

(A) $\vec{d} = (-1;1;2)$. (B) $\vec{a} = (-1;0;-2)$. (C) $\vec{b} = (-1;0;2)$. (D) $\vec{c} = (1;2;2)$.

Câu 8. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

(A) $\vec{u_1} = (3;-1;5)$. (B) $\vec{u_4} = (1;-1;2)$. (C) $\vec{u_2} = (-3;1;5)$. (D) $\vec{u_3} = (1;-1;-2)$.

Câu 9. (Mã 103-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{2}$ Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u_4} = (1;3;2)$. (B) $\vec{u_3} = (-2;1;3)$. (C) $\vec{u_1} = (-2;1;2)$. (D) $\vec{u_2} = (1;-3;2)$.

Câu 10. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}$ Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}_4 = (-1;2;0)$. (B) $\vec{u_2} = (2;1;0)$. (C) $\vec{u}_3 = (2;1;1)$. (D) $\vec{u}_1 = (-1;2;1)$.

Câu 11. (Mã 104-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-5}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

(A) $\vec{u_2} = (1;-2;3)$. (B) $\vec{u_3} = (2;6;-4)$. (C) $\vec{u_4} = (-2;-4;6)$. (D) $\vec{u_1} = (3;-1;5)$.

Câu 12. (Mã 101-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_4=(1;2;-3)$. (B) $\vec{u}_3=(-1;2;1)$. (C) $\vec{u}_1=(2;1;-3)$. (D) $\vec{u}_2=(2;1;1)$.

Câu 13. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $Q(2;-1;2)$. (B) $M(-1;-2;-3)$. (C) $P(1;2;3)$. (D) $N(-2;1;-2)$.

Câu 14. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

(A) $\vec{u_4}=(-1;2;0)$. (B) $\vec{u_1}=(0;2;0)$. (C) $\vec{u_2}=(1;2;0)$. (D) $\vec{u_3}=(1;0;0)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu không phải là vectơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u_1}=(-1;2;3)$. (B) $\vec{u_2}=(3;-6;-9)$. (C) $\vec{u_3}=(1;-2;-3)$. (D) $\vec{u_4}=(-2;4;3)$.

Câu 16. (Sở Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một vectơ chỉ phương?

(A) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. (B) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$. (D) $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 17. (Chuyen Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ nhận véc tơ $\vec{u}(a;2;b)$ làm véc tơ chỉ phương. Tính $a+b$.

(A) -8. (B) 8. (C) 4. (D) -4.

Câu 18. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ nào sau đây là tọa độ của một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2+4t \\ y=1-6t \\ z=9t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$?

(A) $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{-1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. (B) $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. (C) $(2;1;0)$. (D) $(4;-6;0)$.

Câu 19. (Chuyên KHTN 2019) Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{-1}$

(A) $(-2;1;-3)$. (B) $(-3;2;1)$. (C) $(3;-2;1)$. (D) $(2;1;3)$.

Câu 20. (Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng (d): $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-7}{1}$ nhận vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

(A) $(-2;-4;1)$. (B) $(2;4;1)$. (C) $(1;-4;2)$. (D) $(2;-4;1)$.

Câu 21. (Đề Thi Công Bằng KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$ véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$,

(A) $\vec{u} = (1; 4; 3)$. (B) $\vec{u} = (1; 4; -2)$. (C) $\vec{u} = (1; 0; -2)$. (D) $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

Dạng 3.14. Góc

1. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có VTCP $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là

$$\cos(d_1, d_2) = \cos\alpha = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} \text{ với } 0 < \alpha < 90^\circ.$$

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (A; B; C)$ được xác định bởi công thức

$$\sin\alpha = \left|\cos\left(\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d\right)\right| = \frac{\left|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)}\right|}{|\vec{u}_d| \cdot \left|\vec{n}_{(P)}\right|} \text{ với } 0 < \alpha < 90^\circ.$$

Ví dụ 1. Tính góc α giữa hai đường thẳng d: $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và d': $\frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-3}$.

(A) $\alpha = 45^\circ$. (B) $\alpha = 30^\circ$. (C) $\alpha = 60^\circ$. (D) $\alpha = 90^\circ$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2. Tính góc α giữa hai đường thẳng d: $\begin{cases} x = -3t \\ y = -\sqrt{2}t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và d': $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{\sqrt{2}} = \frac{z-3}{-1}$.

(A) $\alpha = 45^\circ$. (B) $\alpha = 30^\circ$. (C) $\alpha = 60^\circ$. (D) $\alpha = 90^\circ$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. Tính góc α tạo bởi hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=3 \end{cases}$ và $d'\colon \begin{cases} x=1-t' \\ y=2 \\ z=-2+t'. \end{cases}$

(A) $\alpha = 45°$. (B) $\alpha = 30°$. (C) $\alpha = 60°$. (D) $\alpha = 90°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. Gọi d là đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+1=0$ và $(Q)\colon x+y-z-1=0$. Tính góc α giữa đường thẳng d và trục Ox.

(A) $\alpha = 45°$. (B) $\alpha = 30°$. (C) $\alpha = 60°$. (D) $\alpha = 90°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. Hãy tìm tham số thực m để góc giữa hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=-\sqrt{2}t \\ z=1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và $d'\colon \begin{cases} x=1+t' \\ y=1+\sqrt{2}t' \\ z=1+mt' \end{cases}, t'\in\mathbb{R}$ bằng $60°$.

(A) 1. (B) -1. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $-\dfrac{1}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $(\Delta)\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z=1$.

(A) $\alpha=30^\circ$. (B) $\alpha=120^\circ$. (C) $\alpha=45^\circ$. (D) $\alpha=60^\circ$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=-2-3t \\ y=-1-4t \\ z=5-5t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+4y+5z-8=0$.

(A) $\alpha=30^\circ$. (B) $\alpha=45^\circ$. (C) $\alpha=60^\circ$. (D) $\alpha=90^\circ$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 5x+11y+2z-4=0$.

(A) $\alpha=-30^\circ$. (B) $\alpha=30^\circ$. (C) $\alpha=60^\circ$. (D) $\alpha=45^\circ$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+4y+5z-4=0$.

(A) $\alpha=90^\circ$. (B) $\alpha=30^\circ$. (C) $\alpha=60^\circ$. (D) $\alpha=45^\circ$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. Trong hệ tọa độ Oxy cho mặt phẳng $(P)\colon 3x+4y+5z+2=0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+1=0$ và $(\beta)\colon x-2y-3z=0$. Hãy tính số đo góc α giữa d và (P).

(A) $\alpha=30^\circ$. (B) $\alpha=45^\circ$. (C) $\alpha=60^\circ$. (D) $\alpha=90^\circ$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. Trong hệ tọa độ Oxy gọi d_1, d_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ trên các mặt phẳng (Oyz) và (Oxz). Hãy tính số đo góc α giữa d_1 và d_2.

(A) $\alpha=30^\circ$. (B) $\alpha=45^\circ$. (C) $\alpha=60^\circ$. (D) $\alpha=90^\circ$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+1=0$ và $(Q)\colon x-y+2z+1=0$.

(A) $\alpha=30^\circ$. (B) $\alpha=45^\circ$. (C) $\alpha=60^\circ$. (D) $\alpha=90^\circ$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 3.15. Khoảng cách

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d đi qua điểm A có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức

$$\mathrm{d}\,(M,\,d) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\,\vec{u}_d\right]\right|}{|\vec{u}_d|}.$$

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

- **Khoảng cách giữa đường thẳng d song song với mặt phẳng** (P) là khoảng cách từ một điểm M thuộc đường thẳng d đến mặt phẳng (P). Cụ thể
  Vì $d \parallel (P) \Rightarrow \mathrm{d}\,(M;\,(P)) = \dfrac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.
  với $\begin{cases} M \in d \\ (P)\colon ax + by + cz + d = 0. \end{cases}$

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Đường thẳng d đi qua điểm A và có véc-tơ $\vec{u}_d$ và d' và đi qua điểm B và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}$ là $\mathrm{d}(d,d') = \dfrac{\left|[\vec{u}_d,\,\vec{u}_{d'}]\cdot\overrightarrow{AB}\right|}{|[\vec{u}_d,\,\vec{u}_{d'}]|}$.

Ví dụ 1. Khoảng cách từ điểm $M(2;0;1)$ đến đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ bằng

(A) $2\sqrt{3}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{5}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2. Khoảng cách từ điểm $M(-2;1;-1)$ đến đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+2}{-2}$ bằng

(A) $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$. (B) $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. (C) 2. (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. Khoảng cách từ điểm $M(0;-1;3)$ đến đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$ bằng

(A) $\sqrt{3}$. (B) $\sqrt{14}$. (C) $\sqrt{6}$. (D) $2\sqrt{8}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4. Khoảng cách từ điểm M với $\overrightarrow{OM}=\vec{k}$ đến đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=0 \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$ bằng

(A) $\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{6}$. (D) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. Khoảng cách từ điểm $A(1;-1;0)$ đến đường thẳng BC với $B(1;0;-2)$, $C(3;-1;-1)$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{21}}{6}$. (B) $\sqrt{7}$. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. Cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$ và điểm $A(3;-2;4)$. Biết điểm $M(a;b;c)\in d$ thỏa mãn $b>0$ và độ dài đoạn $MA=\sqrt{17}$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

(A) 12. (B) 8. (C) 2. (D) 20.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

(A) $d=2$. (B) $d=\dfrac{5}{3}$. (C) $d=\dfrac{2}{3}$. (D) $d=\dfrac{1}{3}$.

Câu 2. (Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng:

(A) $2\sqrt{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 3. (THPT Lê Quý Đôn Dà Nẵng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\ y=5+4t\\ z=2+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z=0$ bằng

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 4. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\ y=2+2t\\ z=3+t\end{cases}$ và mặt phẳng (P): $x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

(A) 60^0. (B) 30^0. (C) 120^o. (D) 45^0.

Câu 5. (Chuyên Trần Đại Nghĩa-TPHCM-2018) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và d_2: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. (B) $\dfrac{12}{5}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. (D) 3.

Câu 6. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y-z+1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-6}{3}=\dfrac{z+4}{1}$, sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

(A) $\dfrac{5}{13}$. (B) $\dfrac{8}{13}$. (C) $\dfrac{1}{13}$. (D) $\dfrac{12}{13}$.

Câu 7. (Chuyên ĐH Vinh -2019) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

(A) $30°$. (B) $60°$. (C) $150°$. (D) $120°$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox?

(A) 60^0. (B) 30^0. (C) 120^0. (D) 150^0.

Câu 9. (Bình Phước-2019) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$ bằng

(A) $\sqrt{14}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) $2\sqrt{14}$. (D) $2\sqrt{6}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng

(A) $\sqrt{7}$. (B) $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

Câu 11. (Chuyên Bắc Giang -2019) Cho $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=2+2t \end{cases}, d': \dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' là

(A) $\dfrac{13\sqrt{30}}{30}$. (B) $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. (C) $\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$. (D) 0.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$ bằng

(A) $2\sqrt{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+4=0$

(A) 1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

Dạng 3.16. Viết phương trình đường thẳng

Loại 1. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d , biết d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$.

Ta có: d: $\begin{cases}\text{Qua } M\left(x_0;y_0;z_0\right)\\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$.

- Tham số d: $\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.
- Chính tắc d: $\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}$ với $(a_1a_2a_3\neq 0)$.

Loại 2. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua A và B.

Phương pháp. Đường thẳng $d:\begin{cases}.\text{ Qua } A \text{ (hay } B)\\ .\ VTCP: \vec{u}_d=\overrightarrow{AB}\end{cases}$ (dạng 1)

Loại 3. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ.

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}.\text{ Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ .\ VTCP: \vec{u_d}=\vec{u_\Delta}\end{cases}$ (dạng 1).

Loại 4. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$.

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}.\text{ Qua } M\\ .\ VTCP: \vec{u}_d=\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)\end{cases}$ (dạng 1).

Loại 5. Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng $(P),(Q)$.

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}.\text{ Qua } M\\ .\ VTCP: \vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$ (dạng 1).

1 Loại 1. Xác định phương trình đường thẳng cơ bản

Ví dụ 1 (Mã 101-2021-Lần 2). Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-3;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là:

(A) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-5}{3}$.

(B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+3}{5}$.

Ⓒ $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{5}$. Ⓓ $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{5}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 102). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là

Ⓐ $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 101). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là

Ⓐ $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases}x=3-2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 102). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z+1=0$ Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. Ⓑ $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.

Ⓒ $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$. Ⓓ $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 102). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$.
(D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}$?

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$.
(C) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$.
(D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

(A) $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$.
(B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.
(C) $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.
(D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a}=(2;-3;1)$ là

(A) $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6 \\ z=2-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \\ z=1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-6t \\ z=1+2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

(A) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-7}$.
(B) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-7}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$.
(D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$.Phương trình tham số của Δ là

(A) $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=6t \\ z=1+2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6 \\ z=2+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=3t \\ z=1+t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1;1;-1)$ và $Q(2;3;2)$

(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+1}{2}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{3}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. (D) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;4;-1)$ là

(A) $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. (B) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$.

(C) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{4}$. (D) $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

(A) $\begin{cases} x=t \\ y=t\ (t\in\mathbb{R}). \\ z=t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t\ (t\in\mathbb{R}). \\ z=0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x=0 \\ y=0\ (t\in\mathbb{R}). \\ z=t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x=t \\ y=0\ (t\in\mathbb{R}). \\ z=0 \end{cases}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian Oxyz có đường thẳng có phương trình tham số là $(d):\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+t \end{cases}$. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng d là

(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$.

(B) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{1}$.

(D) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (Chuyên Đại học Vinh-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

(A) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-7}$.

(B) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-7}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$.

(D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. (THPT Phan Bội Châu-Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

(A) $z=0$. (B) $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. (THPT Cẩm Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số

(A) $x=0$. (B) $y+z=0$. (C) $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 19. (Ngô Quyền-Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a}(1;-4;-5)$ là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=-4+2t \\ z=-5+3t \end{cases}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+5}{3}$. (D) $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+4t \\ z=3+5t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 20. (Chuyên Nguyễn Huệ 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;3;2)$ là

(A) $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}$. (B) $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$. (C) $d: \begin{cases} x = t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}$. (D) $d: \begin{cases} x = -t \\ y = -2t \\ z = -3t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 21. (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;-2)$.

(A) $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+2}{3}$. (B) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+3}{-2}$.

(C) $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{3}$. (D) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{-2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 22. (Sở Bình Thuận 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;4)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (3;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương. Hệ phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d?

(A) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = -4 + 5t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 23. (Sở GD Nam Định-2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;-3)$ nhận vectơ $\vec{u}=(-1;2;1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.
(D) $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

2 Loại 2. Xác định phương trình đường thẳng khi biết yếu tố vuông góc

Ví dụ 24 (Mã 101 2020 Lần 2). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=3+3t \end{cases}$.
(B) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+3t \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=3+3t \end{cases}$.
(D) $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2-t \\ z=3-3t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 25. (Mã 102-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) là

(A) $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=3-3t \end{cases}$.
(B) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-t \\ z=3+3t \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+3t \end{cases}$.
(D) $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-t \\ z=-3-3t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 26. (Mã 103-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=2+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-3+2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 27. (Mã 104-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là:

(A) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 28. (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$?

(A) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \\ z=1-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+3t \\ z=1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+3t \\ z=1+t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 29. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z=1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α).

(A) $d_1: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$.

(B) $d_2: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$.

(C) $d_3: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$.

(D) $d_4: \begin{cases} x=2t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$.

.....

.....

.....

Ví dụ 30. (THCS-THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

(A) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$.

.....

.....

.....

Ví dụ 31. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$. Tìm phương trình đường thẳng d qua M và vuông góc với (P).

(A) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z+2}{2}$.

(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z-2}{2}$.

(C) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{2}$.

(D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z-2}{2}$.

.....

.....

.....

Ví dụ 32. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

(A) $\Delta: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(B) $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.
(C) $\Delta: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
(D) $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 33. (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+3z+5=0$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$.
(B) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$.
(C) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$.
(D) $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+z-2=0$ Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$.
(B) $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=-1 \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$.
(D) $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 35. (SGD Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có dạng

Ⓐ $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.
Ⓑ $d: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.
Ⓒ $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
Ⓓ $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 36. (Nguyễn Huệ- Ninh Bình- 2019)Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 2x-5y+z-1=0$ và $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x=2+t \\ y=-5+2t \\ z=1-t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-3-5t \\ z=1+t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-5t \\ z=1+t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-3+5t \\ z=-t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$ Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) là

Ⓐ $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+t \end{cases}$.
Ⓑ $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-4t \\ z=1+3t \end{cases}$.
Ⓒ $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=1+t \end{cases}$.
Ⓓ $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y-z-1=0$ có dạng

(A) $d: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{-1}$.
(B) $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
(C) $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
(D) $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z}{-2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 39. (Chu Văn An-Hà Nội-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+6z+19=0$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z-6}{3}$.
(B) $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-3}=\dfrac{z-3}{6}$.
(C) $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+6}{3}$.
(D) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+3}{6}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

3 Loại 3. Xác định phương trình đường thẳng khi biết yếu tố song song

Ví dụ 40 (Mã 101-2020 Lần 1). Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(B) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(D) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 41. (Mã 102-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;1;1)$, $C(3;4;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z+3}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z-3}{1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.
(D) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 42. (Mã 103-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{3}$.
(C) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$.
(D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 43. (Mã 104-2020 Lần 1) Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A\,(1;1;0)\,, B\,(1;0;1)\,, C\,(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$.
(B) $\dfrac{32}{3}$.
(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.
(D) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 44. (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\,(0;-1;3)$, $B\,(1;0;1)$, $C\,(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

Ⓐ $x-2y+z=0$.

Ⓑ $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Ⓒ $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Ⓓ $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 45. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d?

Ⓐ $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Ⓑ $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Ⓓ $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 46. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$, $(Q):x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

Ⓐ $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$.

Ⓑ $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$.

Ⓒ $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$.

Ⓓ $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

(A) $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

(B) $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

(D) $x-2y+z=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 48. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;3;-1)$, $N(-1;2;3)$ và $P(2;-1;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua M và song song với NP là

(A) $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2-3t \\ z=3-2t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1-3t \\ z=1-2t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-3t \\ z=-1-2t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-3+3t \\ z=-2-t \end{cases}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 50. (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$.
(B) $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$.
(C) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$.
(D) $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 51. (Nho Quan A-Ninh Bình-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1), B(-1;-2;0), C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua C và song song với AB có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+2t, (t \in R). \\ z = -1+t \end{cases}$
(B) $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t, (t \in R). \\ z = -1+t \end{cases}$
(C) $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+2t, (t \in R). \\ z = -1-t \end{cases}$
(D) $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+2t, (t \in R). \\ z = -1+t \end{cases}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 52. (Chu Văn An-Hà Nội-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z+1}{-2}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{5}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$.
(D) $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-3}{1}$.

. . . . . .

. . . . . .

.....

Dạng 3 Bài toán liên quan điểm (hình chiếu) thuộc đường, giao điểm đường với mặt phẳng

Ví dụ 53. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-1}{3}$?

(A) $P(-1;2;1)$. (B) $Q(1;-2;-1)$. (C) $N(-1;3;2)$. (D) $P(1;2;1)$.

.....

.....

.....

Ví dụ 54. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$ Điểm nào sau đây thuộc d?

(A) $P(1;2;-1)$. (B) $M(-1;-2;1)$. (C) $N(2;3;-1)$. (D) $Q(-2;-3;1)$.

.....

.....

.....

Ví dụ 55. (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $Q(4;-2;1)$. (B) $N(4;2;1)$. (C) $P(2;1;-3)$. (D) $M(2;1;3)$.

.....

.....

.....

Ví dụ 56. (Mã 102-2020 Lần 2) Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{z-2}{-5} = \dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

(A) $N(4;2;-1)$. (B) $Q(2;5;1)$. (C) $M(4;2;1)$. (D) $P(2;-5;1)$.

.....

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 57. (Mã 103-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $N(3;-1;-2)$. (B) $Q(2;4;1)$. (C) $P(2;4;-1)$. (D) $M(3;1;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 58. (Mã 104-2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $M(3;1;5)$. (B) $N(3;1;-5)$. (C) $P(2;2;-1)$. (D) $Q(2;2;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 59. (Mã đề 104 BGD & ĐT NĂM 2018) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 5+t \\ z = 2+3t \end{cases}$?

(A) $N(1;5;2)$. (B) $Q(-1;1;3)$. (C) $M(1;1;3)$. (D) $P(1;2;5)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 60. (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{2}$.

(A) $N(2;-1;2)$. (B) $Q(-2;1;-2)$. (C) $M(-2;-2;1)$. (D) $P(1;1;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 61. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3-t \\ z = 1-t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M(1;3;-1)$. (B) $M(-3;5;3)$. (C) $M(3;5;3)$. (D) $M(1;2;-3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 62. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Đường thẳng $d \begin{cases} x = t \\ y = 1-t \\ z = 2+t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau sau đây?

(A) $K(1;-1;1)$. (B) $E(1;1;2)$. (C) $H(1;2;0)$. (D) $F(0;1;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 63. (Chuyên KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{3}$?

(A) $Q(-2;1;-3)$. (B) $P(2;-1;3)$. (C) $M(-1;1;-2)$. (D) $N(1;-1;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 64. (Chuyên KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $P(2;-1;1)$. (B) $Q(0;-1;1)$. (C) $N(0;-1;2)$. (D) $M(-1;-1;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 65. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 5+t \\ z = 2+3t \end{cases}$?

(A) $Q(-1;1;3)$. (B) $P(1;2;5)$. (C) $N(1;5;2)$. (D) $M(1;1;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 66. Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+3}{-2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $Q(2;-1;-2)$. (B) $M(1;-2;-3)$. (C) $P(-1;2;-3)$. (D) $N(2;-1;-2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 67. (KTNL GV THPT Lý Thái Tổ 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$. Hỏi d đi qua điểm nào trong các điểm sau:

(A) $C(-3;4;5)$. (B) $D(3;-4;-5)$. (C) $B(-1;2;-3)$. (D) $A(1;-2;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 68. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A?

(A) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. (B) $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

(C) $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. (D) $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 69. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d : $\begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2+3t \end{cases}$?

(A) $Q(-1;1;3)$. (B) $P(1;2;5)$. (C) $N(1;5;2)$. (D) $M(1;1;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 70. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d?

Ⓐ $P\,(7;2;1)$. Ⓑ $Q\,(-2;-4;7)$. Ⓒ $N\,(4;0;-1)$. Ⓓ $M\,(1;-2;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 71. (THPT Cẩm Bình 2019) Giao điểm của mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=3+3t \end{cases}$

Ⓐ $(1;1;0)$. Ⓑ $(0;2;4)$. Ⓒ $(0;4;2)$. Ⓓ $(2;0;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 72. (Thpt Vĩnh Lộc-Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Ⓐ $A\,(3;5;3)$. Ⓑ $A\,(1;3;1)$. Ⓒ $A\,(-3;5;3)$. Ⓓ $A\,(1;2;-3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 73. (Hùng Vương Gia Lai2019) Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M\,(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 5. Ⓓ -2.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 74. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P): y+1=0$ là điểm có tọa độ

(A) $(-4;-1;2)$. (B) $(-4;1;2)$. (C) $(0;-1;0)$. (D) $(0;1;0)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 75. (Chuyên Bắc Giang 19) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

(A) $(1;0;1)$. (B) $(0;0;-2)$. (C) $(1;1;6)$. (D) $(12;9;1)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 76. (Kon Tum-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x=4-2t \\ y=-3+t \\ z=1-t \end{cases}$ giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

(A) $(4;-3;0)$. (B) $(2;-2;0)$. (C) $(0;-1;-1)$. (D) $(-2;0;-2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 77. (Kinh Môn-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC). Tính tổng $S=a+b-c$.

(A) 6. (B) 5. (C) -7. (D) 11.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 78. (Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z+5=0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

(A) $M(-1;0;4)$. (B) $M(-5;-2;2)$. (C) $M(0;0;5)$. (D) $M(-3;-1;3)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 79. (Đà Nẵng 2019) Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;3;5)$. Tìm tọa độ điểm A' là hình chiếu vuông góc của A lên trục Oy

(A) $A'(2;0;0)$. (B) $A'(0;3;0)$. (C) $A'(2;0;5)$. (D) $A'(0;3;5)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 3.17. Xác định phương trình mặt phẳng có yếu tố đường thẳng

Loại 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d \equiv AB$.

Phương pháp. $(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ VTPT:\ \vec{n}_{(P)}=\vec{u}_d=\overrightarrow{AB}\end{cases}$.

Loại 2. Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M\notin d$.

- Bước 1: Chọn điểm $A\in d$ và một VTCP $\vec{u_d}$ Tính $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u_d}\right]$.
- Bước 2: Phương trình $mp(P)$ $\begin{cases}\text{qua } M\\ \text{VTPT } \vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\vec{u_d}\right]\end{cases}$

Ví dụ 1 (Mã 101-2020 Lần 1). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\,(2;-2;3)$ và đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

(A) $3x+2y-z+1=0$.
(B) $2x-2y+3z-17=0$.
(C) $3x+2y-z-1=0$.
(D) $2x-2y+3z+17=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Đề Minh Họa 2020 Lần 1). Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M\,(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

(A) $2x+2y+z+3=0$.
(B) $x-2y-z=0$.
(C) $2x+2y+z-3=0$.
(D) $x-2y-z-2=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2). Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$ Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

(A) $3x+y-z-7=0$. (B) $x+4y-2z+6=0$.
(C) $x+4y-2z-6=0$. (D) $3x+y-z+7=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4 (Mã 102-2020 Lần 1). Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $x+2y-3z-9=0$. (B) $x+y-2z-6=0$.
(C) $x+2y-3z+9=0$. (D) $x+y-2z+6=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5. (Mã 103-2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng
$d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua điểm qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $2x+3y+z-3=0$. (B) $2x-y+2z-9=0$.
(C) $2x+3y+z+3=0$. (D) $2x-y+2z+9=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. (Mã 104-2020 Lần 1) Trong gian gian $Oxyz$, cho điểm $M\,(3;-2;2)$ và đường thẳng
$d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $x+2y-2z+5=0$. (B) $3x-2y+2z-17=0$.

(C) $3x-2y+2z+17=0$. (D) $x+2y-2z-5=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A\,(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{3}$ có phương trình là

(A) $2x+y+3z+2=0$. (B) $x+2y+3z+1=0$.

(C) $2x+y+3z-2=0$. (D) $3x+2y+z-5=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8. (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M\,(3;-1;1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

(A) $3x+2y+z-8=0$. (B) $3x-2y+z+12=0$.

(C) $3x-2y+z-12=0$. (D) $x-2y+3z+3=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M\,(1;-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}$.

(A) $2x-y+3z+9=0$. (B) $2x+y+3z-9=0$.

(C) $2x-y+3z-9=0$. (D) $2x-y+3z-6$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10. (THPT Yên Khánh-Ninh Bình-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

(A) $\vec{n} = (1;2;3)$. (B) $\vec{n} = (2;-1;2)$. (C) $\vec{n} = (1;4;1)$. (D) $\vec{n} = (2;1;2)$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11. (THCS-THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d): \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ là:

(A) $x+y+z+1=0$. (B) $x-y-z=1$.

(C) $x+y+z=1$. (D) $x+y+z=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12. (THCS-THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là:

(A) $x-y+z+1=0$. (B) $3x-y+2z+1=0$.

(C) $x+y+z-1=0$. (D) $3x+y-2z-1=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. (Chuyên Hưng Yên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d.

(A) $(T) : x + y + 2z + 1 = 0$.
(B) $(P) : x - 2y + z + 1 = 0$.
(C) $(Q) : x - 2y - z + 1 = 0$.
(D) $(R) : x + y + z + 1 = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. (Đề Thi Công Bằng KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0;-3;1)$ và đường thẳng d $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là:

(A) $3x - 2y + z + 5 = 0$.
(B) $3x - 2y + z - 7 = 0$.
(C) $3x - 2y + z - 10 = 0$.
(D) $3x - 2y + z - 5 = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$?

(A) $x - 2y + 3z + 3 = 0$.
(B) $3x + 2y + z - 8 = 0$.
(C) $3x - 2y + z + 12 = 0$.
(D) $3x - 2y + z - 12 = 0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 16. (Chuyên-KHTN-Hà Nội-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0;-3;1)$ và đường thẳng $d : \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

(A) $3x-2y+z+5=0$. (B) $3x-2y+z-7=0$.

(C) $3x-2y+z-10=0$. (D) $3x-2y+z-5=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=1-4t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới đây?

(A) $2x-y+2z+1=0$. (B) $x+y-z=0$.

(C) $-3x-2y-10z+23=0$. (D) $2x-y+3z+4=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0)$ và đường thẳng d : $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d

(A) $2x+y+z-4=0$. (B) $x+2y-z+4=0$.

(C) $2x-y-z+4=0$. (D) $2x+y-z-4=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 19. (THPT Thuận Thành 3-Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=1-4t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới đây?

(A) $2x-y+2z+1=0$. (B) $x+y-z=0$.

(C) $-3x-2y-10z+23=0$. (D) $2x-y+3z+4=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 20. Trong không gian $T=4$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ có phương trình là

(A) $2x+y-z-4=0$. (B) $2x-y-z+4=0$.

(C) $2x+y+z-4=0$. (D) $2x+y-z+4=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 21. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(2;-3;0)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{4-y}{2}=\dfrac{z-7}{5}$.

(A) $x-2y+5z-10=0$. (B) $x-2y+5z-8=0$.

(C) $2x-3y+4=0$. (D) $x+2y+5z+4=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 22. (Bắc Giang-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d có phương trình là?

(A) $(P): x+y+2z=0$. (B) $(P): x-y-2z=0$.

(C) $(P): x-y+2z=0$. (D) $(P): x-2y-2=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 23. (Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d.

(A) $(P): x-y-2z=0$. (B) $(P): x-2y-2=0$.

(C) $(P): x+y+2z=0$. (D) $(P): x-y+2z=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 24. (SGD&ĐT Đồng Tháp-2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+3}{2}$ và điểm $A(1;-2;3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là:

(A) $x-y+2z-9=0$. (B) $x-2y+3z-14=0$.

(C) $x-y+2z+9=0$. (D) $x-2y+3z-9=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 25. (THPT Thái Phiên-Hải Phòng 2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A\,(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

(A) $2x-y+z-3=0$.
(B) $2x-y+2z-6=0$.
(C) $2x-y+z+3=0$.
(D) $2x-y-z+3=0$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

D. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Dạng 3.18. Xác định phương trình đường thẳng

Loại 1: Xác định phương trình đường thẳng khi biết yếu tố vuông góc

Câu 1. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Câu 2. (Mã 102-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$ Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Câu 3. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$. (B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.
(C) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. (D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 4. (Mã 101-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$, $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$.

Câu 5. (Mã 104-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$, $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

(A) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=-1-2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$.

Câu 6. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

(A) $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=2t\\y=-3+3t\\z=2t\end{cases}$.

Câu 7. (Mã 103-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2)$, $B(2;1;0)$, $C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 8. (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. (D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 9. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(2;2;1)$, $B(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3})$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

(A) $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\dfrac{z+\frac{5}{9}}{2}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$.
(C) $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$. (D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 10. (Mã 103 2018) Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

(A) $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 11. (Mã 123 2017) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

(A) $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 12. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$.

Câu 13. (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \\ z=2 \end{cases}$, $d_2 : \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P) : 2x+2y-3z=0$ Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

(A) $2x-y+2z+13=0$. (B) $2x+y+2z-22=0$.
(C) $2x-y+2z-13=0$. (D) $2x-y+2z+22=0$.

Câu 14. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2 : \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. (B) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{4}$.
(C) $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. (D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 15. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 16. (Kinh Môn-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$, /. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

(A) $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$. (B) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$.

(C) $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$. (D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 17. (Hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$, $d':\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và d'?

(A) $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z-2}{9}$. (B) $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$.
(C) $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{14}$. (D) $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Câu 18. Cho hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ và $(d_2):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-7}{-3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đâu là phương trình của (Δ)

(A) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. (B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. (D) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ?

(A) $\begin{cases}x=-2+4t\\y=3-5t\\z=3-7t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-3+4t\\y=5-5t\\z=4-7t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1+4t\\y=1-5t\\z=-4-7t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=-3+4t\\y=7-5t\\z=2-7t\end{cases}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$. (B) $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{5}$.
(C) $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$. (D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là?

(A) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z+5}{3}$. (B) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.
(C) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{7}=\dfrac{z+1}{3}$. (D) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P)

và cắt cả hai đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x+7}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{3}$.
(B) $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$.
(C) $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+1}{3}$.
(D) $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\dfrac{x+\frac{13}{5}}{1}=\dfrac{y-\frac{9}{5}}{1}=\dfrac{z-\frac{4}{5}}{1}$.
(B) $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.
(C) $\dfrac{x-\frac{7}{5}}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-\frac{2}{5}}{1}$.
(D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=1-t\ (t\in\mathbb{R})\\z=-1\end{cases}$ và cắt đường thẳng $(d_2):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Phương trình của (Δ) là?

(A) $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=0\\y=1+t\\z=1\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.
(D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 26. (Chuyên Lê Quý Đôn-Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$ Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình

(A) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.
(B) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$.
(D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 28. (Chuyên Nguyễn Huệ- 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

(A) $\Delta: \begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$.
(B) $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$.
(C) $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$.
(D) $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$.

Câu 29. (Đại học Hồng Đức -Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

(A) $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.
(B) $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.
(C) $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.
(D) $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 30. (Sở Hà Nam-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$.
(B) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$.
(C) $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$.
(D) $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

(A) $M(0;-2;-5)$. (B) $N(1;-1;-4)$. (C) $P(2;0;1)$. (D) $Q(3;1;-4)$.

Loại 2: Xác định phương trình đường thẳng khi biết yếu tố song song

Câu 32. (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

(A) $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2 \\ z = 3-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2 \\ z = -3-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2 \\ z = 3+2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3-2t \end{cases}$.

Câu 33. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-5}{-5} = \dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

(A) Δ: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-4}{-2}$. (B) Δ: $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-4}{-2}$.

(C) Δ: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-4}{-2}$. (D) Δ: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z+4}{2}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$; $d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

(A) Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-9;8;-5)$.

(B) Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-5;9;8)$.

(C) Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;-5)$.

(D) Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;5;-2)$.

Câu 35. (THPT Lương Văn Can-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+4}{-2} = \dfrac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d?

(A) $\begin{cases} x = 3+11t \\ y = 2-54t \\ z = -4+47t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3+54t \\ y = 2+11t \\ z = -4-47t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3+47t \\ y = 2+54t \\ z = -4+11t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3-11t \\ y = 2-47t \\ z = -4+54t \end{cases}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-5}{-5} = \dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

(A) $\Delta: \dfrac{x}{-}11 = \dfrac{y}{+}3-1 = \dfrac{z}{-}4-2$. (B) $\Delta: \dfrac{x}{-}1-1 = \dfrac{y}{+}3-1 = \dfrac{z}{-}4-2$.

(C) $\Delta: \dfrac{x}{-}11 = \dfrac{y}{+}31 = \dfrac{z}{-}4-2$. (D) $\Delta: \dfrac{x}{-}11 = \dfrac{y}{+}3-1 = \dfrac{z}{+}42$.

Câu 37. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

(A) $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 39. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$, $(Q): 2x+y+z+4=0$.

(A) $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-3}$. (B) $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-5}{-3}$.

(C) $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{-3}$. (D) $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-3}$.

Câu 40. (Chu Văn An-Hà Nội-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. (D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, song song với mặt phẳng (Oxy) và vuông góc với AB.

(A) $\begin{cases} x=\dfrac{13}{98}-t \\ y=-\dfrac{40}{49}+2t \\ z=\dfrac{135}{98} \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=\dfrac{13}{98}-2t \\ y=\dfrac{40}{49}+t \\ z=\dfrac{135}{98} \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=\dfrac{13}{98}+2t \\ y=\dfrac{40}{49}+t \\ z=\dfrac{135}{98} \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=-\dfrac{13}{98}-t \\ y=\dfrac{40}{49}+2t \\ z=\dfrac{135}{98} \end{cases}$.

Câu 42. (THPT Cẩm Bình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) : $x-2z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d

(A) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. (B) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

(C) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$. (D) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 43. Trong không gian Oxyz, cho ba đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$; $d_2: \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+4}{-1}$ và $d_3: \dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d3, cắt d1 và d2 có phương trình là

(A) $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$.
(B) $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.
(C) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$.
(D) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

Câu 44. (SGD Cần Thơ 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2: \begin{cases} x=-1+3t \\ y=-2t \\ z=-4-t \end{cases}$, $d_3: \dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là:

(A) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$.
(B) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.
(C) $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$.
(D) $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$.

(A) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3-t \\ z=-2+t \end{cases}$.
(B) $\begin{cases} x=1-3t \\ y=3+t \\ z=-2+t \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2-3t \end{cases}$.
(D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

(A) $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$.
(B) $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.
(C) $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-3}$.
(D) $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$.

Câu 47. (SP Đồng Nai-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

(A) $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
(D) $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 48. (THPT Thăng Long-Hà Nội- 2019) Trong không gian, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\dfrac{a}{c}$.

(A) $\frac{a}{c}=2$. (B) $\frac{a}{c}=-2$. (C) $\frac{a}{c}=-\frac{1}{2}$. (D) $\frac{a}{c}=\frac{1}{2}$.

Loại 3: Phương trình đường thẳng hình chiếu, đối xứng

Câu 49 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 102).

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

(A) $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$. (B) $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$. (C) $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$. (D) $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$.

Câu 50 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 101).

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z-6=0$ Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình

(A) $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{1}$. (B) $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{1}$. (C) $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{7}$. (D) $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{7}$.

Câu 51. (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

(A) $\begin{cases}x=-3\\ y=-5+2t\\ z=3-t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-3\\ y=-6-t\\ z=7+4t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-3\\ y=-5-t\\ z=-3+4t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=-3\\ y=-5+t\\ z=3+4t\end{cases}$.

Câu 52. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.
(C) $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$. (D) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

(A) $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y+5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$. (B) $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z+4}{-2}$.
(C) $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$. (D) $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{2}$.

Câu 54. (Chuyen Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $(a+b)$

(A) 2019. (B) -2019. (C) 2018. (D) -2020.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.
(B) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.
(C) $\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.
(D) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

Câu 56. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

(A) $d': \dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{2}$.
(B) $d': \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.
(C) $d': \dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{2}$.
(D) $d': \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 57. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P); d' nhận $\vec{u}\,(a;b;2019)$ làm một véctơ chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

(A) 2019. (B) -2019. (C) 2018. (D) -2020.

Câu 58. (THPT Đông Sơn 1-Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) $x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d'. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d':

(A) $M\,(2;5;-4)$. (B) $P\,(1;3;-1)$. (C) $N\,(1;-1;3)$. (D) $Q\,(2;7;-6)$.

Câu 59. (THPT Phan Bội Châu-Nghệ An-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $(a+b)$ /

(A) 2019. (B) -2019. (C) 2018. (D) -2020.

Câu 60. (SGD Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P), véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

(A) $\vec{u_3}=(5;-6;-13)$. (B) $\vec{u_2}=(5;-4;-3)$. (C) $\vec{u_4}=(5;16;13)$. (D) $\vec{u_1}=(5;16;-13)$.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) $x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$.
(B) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.
(D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.

Loại 4: Xác định một số PT đường thẳng đặc biệt (phân giác, trung tuyến, giao tuyến...)

• Hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau tại điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u_1}(a_1;b_1;c_1), \vec{u_2}(a_2;b_2;c_2)$.

• Đường thẳng phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng này có véctơ chỉ phương được xác định theo công thức

$$\vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\vec{u_1} \pm \frac{1}{|u_2|}\cdot\vec{u_2} = \frac{1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}}(a_1;b_1;c_1) \pm \frac{1}{\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}(a_2;b_2;c_2).$$

• Chi tiết có hai phân giác:

+ Nếu $\vec{u_1}\vec{u_2} > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\vec{u_1} + \frac{1}{|u_2|}\cdot\vec{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\vec{u_1} - \frac{1}{|u_2|}\cdot\vec{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng.

+ Nếu $\vec{u_1}\vec{u_2} > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\vec{u_1} + \frac{1}{|u_2|}\cdot\vec{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\vec{u_1} - \frac{1}{|u_2|}\cdot\vec{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng.

Câu 62. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -3 \\ z = 5+4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-5t \\ z = 6+11t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-5t \\ z = -6+11t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1+7t \\ y = -3+5t \\ z = 5+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -3 \\ z = 5+7t \end{cases}$.

Câu 63. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+7t \\ y = 1+4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

(A) $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -10+11t \\ z = -6-5t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -10+11t \\ z = 6-5t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 1+4t \\ z = 1-5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1+7t \\ y = 1+t \\ z = 1+5t \end{cases}$.

Câu 64. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

(A) $\begin{cases}x=1+27t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=11-10t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=-11-10t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1-t\\y=1+17t\\z=1+10t\end{cases}$.

Câu 65. (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$ Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$ Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1+6t\\y=2+11t\\z=3+8t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=-2+t\end{cases}$.

Câu 66. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

(A) $AM:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$. (B) $AM:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$.

(C) $AM:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$. (D) $AM:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+4}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$.

Câu 67. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại điểm B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

(A) $\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=0\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=2+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=2-2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=2-2t\\y=t\\z=1\end{cases}$.

Câu 68. Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(2;2;1), B(\dfrac{-8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3})$. Đường phân giác trong của tam giác OAB có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=4t\\y=t\\z=-t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=14t\\y=2t\\z=-5t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=2t\\y=14t\\z=13t\end{cases}$.

Câu 69. (Chuyên Hạ Long 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1\begin{cases}x=4+t\\y=-4-t\\z=6+2t\end{cases}$; $d_2:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-11}{4}=\dfrac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt $d_1;d_2$ lần lượt ở B,C.Tính tỉ số $\dfrac{AB}{AC}$.

(A) 2. (B) 3. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Câu 70. (THPT Gang Thép Thái Nguyên -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y-2z+1=0$, $(Q):x-2y-z+4=0$ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt $(P),(Q)$ lần lượt tại B,C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$. (B) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. (D) $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 71. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho tam giác ABC biết $A(2;1;0),B(3;0;2),C(4;3;-4)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc A.

(A) $\begin{cases}x=2\\y=1+t\\z=0\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=2\\y=1\\z=t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=2+t\\y=1\\z=0\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=2+t\\y=1\\z=t\end{cases}$.

Câu 72. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một vectơ chỉ phương của Δ là

(A) $\vec{u}=(4;5;-13)$. (B) $\vec{u}=(2;3;2)$. (C) $\vec{u}=(1;-1;2)$. (D) $\vec{u}=(-3;5;1)$.

Câu 73. (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ biết $A(1;0;1)$, $B(1;0;-3)$ và điểm D có hoành độ âm. Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua gốc tọa độ O. Khi đó đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình

(A) $d:\begin{cases}x=-1\\y=t\\z=-1\end{cases}$. (B) $d:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1\end{cases}$. (C) $d:\begin{cases}x=-1\\y=t\\z=1\end{cases}$. (D) $d:\begin{cases}x=t\\y=1\\z=t\end{cases}$.

Câu 74. (THPT Nghèn-Hà Tĩnh-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{3}$ và $\Delta_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-3}$ cắt nhau và cùng nằm trong mặt phẳng (P). Lập phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1, Δ_2 và nằm trong mặt phẳng (P).

Ⓐ $d:\begin{cases}x=-1\\y=2\\z=-1+t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$ Ⓑ $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-1+2t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$

Ⓒ $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2-2t\\z=-1-t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$ Ⓓ $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2+2t\\z=-1\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$

Câu 75. (Quảng Xương-Thanh Hóa-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-1)$, $B(2;3;-1)$, $C(-2;1;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là:

Ⓐ $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$. Ⓑ $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{5}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. Ⓓ $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$.

Câu 76. (SGD Bắc Giang-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H(2;2;1)$, $K\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB. Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

Ⓐ $d:\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Ⓑ $d:\dfrac{x-\frac{8}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{3}}{-2}=\dfrac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

Ⓒ $d:\dfrac{x+\frac{4}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{17}{9}}{-2}=\dfrac{z-\frac{19}{9}}{2}$. Ⓓ $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z-6}{2}$.

Câu 77. (Chuyên Vinh-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u}_3=(2;1;-1)$. Ⓑ $\vec{u}_2=(1;-1;0)$. Ⓒ $\vec{u}_4=(0;1;-1)$. Ⓓ $\vec{u}_1=(1;2;1)$.

Câu 78. (Chuyên Quang Trung- Bình Phước 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{7}$.

Ⓒ $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{7}$. Ⓓ $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{7}$.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=6+11t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+7t \\ y=-3+5t \\ z=5+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=5+7t \end{cases}$.

Câu 80. (THPT Ninh Bình-Bạc Liêu-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

(A) $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. (B) $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$. (D) $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 81. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+3y-z+1=0$, $(\beta): 2x-y+z-7=0$.

(A) $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+3}{-7}$. (B) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$.
(C) $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-10}{7}$. (D) $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{7}$.

Câu 82. Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$. (B) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. (D) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 83. (Chuyên KHTN 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d): \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

(A) $(0;1;3)$. (B) $(2;3;3)$. (C) $(5;6;8)$. (D) $(1;-2;0)$.

Câu 84. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$. (B) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. (D) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 85. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+3t \\ y=-3+t \\ z=4-2t \end{cases}$ và $d': \dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

(A) $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.
(B) $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.
(C) $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.
(D) $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

Câu 86. (THPT Nghèn-Hà Tĩnh-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

(A) $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
(B) $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+2}{2}$.
(C) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$.
(D) $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$.

Câu 87. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A\,(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là:

(A) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-5}{2}$.
(B) $\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$.
(C) $\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-5}{2}$.
(D) $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{2}$.

Loại 5: Bài toán tìm điểm

• Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$.

Viết phương trình đường thẳng MH qua M và vuông góc với (P), khi đó:

$$H=d\cap(P)\text{ thỏa }\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\y=y_\circ+a_2t\\z=z_\circ+a_3t\\ax+by+cz+d=0\end{cases}\Rightarrow t\Rightarrow\begin{cases}x=?\\y=?\\z=?\end{cases}\Rightarrow H.$$

Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P)\Rightarrow H$ là trung điểm MM'

• Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d, khi đó:

$$H=d\cap(P)\text{ thỏa }\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\y=y_\circ+a_2t\\z=z_\circ+a_3t\\ax+by+cz+d=0\end{cases}\Rightarrow t\Rightarrow\begin{cases}x=?\\y=?\\z=?\end{cases}\Rightarrow H.$$

Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d\Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

Câu 88. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(1;-1;2)$, $B\,(-1;2;\,3)$

và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

(A) $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$. (B) $M\left(-\dfrac{1}{6};-\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$.

(C) $M(-1;0;-3)$. (D) $M(2;3;3)$.

Câu 89. (THCS-THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(1;0;1)$ lên đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$ là

(A) $(2;4;6)$. (B) $\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$. (C) $(0;0;0)$. (D) $\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4}{7};\dfrac{6}{7}\right)$.

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+3t \\ z=-2t \end{cases}$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên Δ. Tính a+b+c.

(A) 5. (B) -1. (C) -3. (D) 7.

Câu 91. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(1;1;1)$ lên đường thẳng d: $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases}$.

(A) $H(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3})$. (B) $H(1;1;1)$. (C) $H(0;0;-1)$. (D) $H(1;1;0)$.

Câu 92. (THPT Quang Trung Đống Da Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x=6-4t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \end{cases}$. Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên (d).

(A) $A'(2;3;1)$. (B) $A'(-2;3;1)$. (C) $A'(2;-3;1)$. (D) $A'(2;-3;-1)$.

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có đáy là AB và CD. Biết $A(3;1;-2)$, $B(-1;3;2)$, $C(-6;3;6)$ và $D(a;b;c)$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

(A) -3. (B) 1. (C) 3. (D) -1.

Câu 94. (THPT Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$; $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

(A) -1. (B) 2. (C) 3. (D) -5.

Câu 95. (Chuyên Hà Tĩnh-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

(A) $(-1;0;4)$. (B) $(7;1;-1)$. (C) $(2;1;-2)$. (D) $(0;2;-5)$.

Câu 96. (Sở Bình Phước -2019) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{cases}$ bằng

(A) $\sqrt{14}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) $2\sqrt{14}$. (D) $2\sqrt{6}$.

Câu 97. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Gọi $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{3}$. Biết điểm M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T = a+b+c$.

(A) $T=-1$. (B) $T=11$. (C) $T=-13$. (D) $T=1$.

Câu 98. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại điểm B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

(A) $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 99. (Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là

(A) $M(2;0;-1)$. (B) $M(5;-1;-3)$. (C) $M(1;0;1)$. (D) $M(-1;1;1)$.

Câu 100. (THCS-THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$ là:

(A) $(-2;1;1)$. (B) $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$. (C) $(1;1;-2)$. (D) $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4}\right)$.

Câu 101. (THCS-THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương véctơ $\vec{v} = (1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$ có tọa độ là

(A) $(2;-2;-2)$. (B) $(-1;0;1)$. (C) $(-2;2;2)$. (D) $(1;0;-1)$.

Câu 102. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-12}{4} = \dfrac{y-9}{3} = \dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

(A) 1. (B) 2. (C) 5. (D) -2.

Câu 103. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$ và /Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng /. Tổng $S=a+b+c$ là:

(A) -7. (B) 11. (C) 5. (D) 6.

Câu 104. (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$ Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'

(A) $OA'=5\sqrt{3}$. (B) $OA'=\sqrt{46}$. (C) $OA'=\sqrt{186}$. (D) $OA'=3\sqrt{26}$.

Câu 105. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z=0$.

(A) $M'\left(2;\frac{5}{2};3\right)$. (B) $M'(1;3;5)$. (C) $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$. (D) $M'(3;1;2)$.

Câu 106. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là

(A) $(-3;0;0)$. (B) $(-1;1;2)$. (C) $(-1;-2;-4)$. (D) $(2;1;2)$.

Câu 107. (KSCL THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$,đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

(A) $(6;-7;0)$. (B) $(3;-2;-1)$. (C) $(-3;8;-3)$. (D) $(0;3;-2)$.

Câu 108. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $P(2;-1;1)$. (B) $Q(0;-1;1)$. (C) $N(0;-1;2)$. (D) $M(-1;-1;1)$.

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương trình tham số $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

(A) $M(-1;-12;3)$. (B) $N(3;-2;1)$. (C) $P(0;-7;3)$. (D) $Q(1;-2;5)$.

Câu 110. (Chuyên Đại học Vinh-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

(A) -1. (B) 2. (C) 3. (D) -5.

Câu 111. (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $(Oxyz)$ cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên.

Tính đoạn OM.

(A) $OM=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. (B) $OM=\sqrt{5}$. (C) $OM=2\sqrt{35}$. (D) $OM=\sqrt{35}$.

Câu 112. (Kinh Môn-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2016a+b-c$ là

(A) 2018. (B) 2019. (C) 2017. (D) 2020.

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C Độ dài BC là

(A) $\sqrt{19}$. (B) 19. (C) $3\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{5}$.

Câu 114. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1,d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

(A) 3. (B) $\sqrt{6}$. (C) 4. (D) 2.

Câu 115. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$.

Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a>0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM\perp\Delta$ và $AM=\sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

(A) $T=-1$. (B) $T=5$. (C) $T=7$. (D) $T=-6$.

Câu 116. (Chuyên ĐH Vinh-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

(A) $(3;-2;-1)$. (B) $(-3;8;-3)$. (C) $(0;3;-2)$. (D) $(6;-7;0)$.

Câu 117. (SGD Bạc Liêu-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=-1-t\\z=-2+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$, điểm $M(1;2;-1)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+10y+14z+64=0$.

Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A, cắt mặt cầu tại B sao cho $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

(A) $2x+4y-4z-19=0$. (B) $3x-6y-6z-62=0$.

(C) $2x-4y-4z-43=0$. (D) $3x+6y-6z-31=0$.

Loại 6: Các bài toán liên quan đến góc- khoảng cách

Câu 118 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 102).

Trong không gian, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

(A) $\sqrt{17}$. (B) $\sqrt{41}$. (C) $\sqrt{37}$. (D) $\sqrt{61}$.

Câu 119 (THPT 2021 – Lần 1 – Mã 101).

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$ và $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

(A) $3\sqrt{5}$. (B) $\sqrt{61}$. (C) $\sqrt{13}$. (D) $\sqrt{53}$.

Câu 120. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x=7y+z+25=0$ và đường thẳng $d_1: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u_2}(a;b;c)$. Tính $\dfrac{a+2b}{c}$.

(A) $\dfrac{a+2b}{c}=\dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{a+2b}{c}=0$. (C) $\dfrac{a+2b}{c}=\dfrac{1}{3}$. (D) $\dfrac{a+2b}{c}=1$.

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7), B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$ Biết M có hoành độ nguyên, ta có OM bằng

(A) $2\sqrt{2}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) 4.

Câu 122. (Chuyen Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$ Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^0 và nhận vectơ $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc

(A) -4 hoặc 0. (B) 4 hoặc 0. (C) -4. (D) 4.

Câu 123. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận véctơ $\vec{n}(1;b;c)$ làm một véctơ pháp tuyến. Xác định tích bc.

(A) -4 hoặc 0. (B) 4 hoặc 0. (C) -4. (D) 4.

Câu 124. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) rong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$ và $d_2 : \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1, tạo với d_2 một góc 45° và nhận vectơ $\vec{n}\,(1;b;c)$ làm một vec tơ pháp tuyến. Xác định tích $b.c$.

(A) -4. (B) 4. (C) 4 hoặc 0. (D) -4 hoặc 0.

Câu 125. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \dfrac{x}{-}32 = \dfrac{y}{+}21 = \dfrac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P) : x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là

(A) $\dfrac{x}{-}52 = \dfrac{y}{+}2-3 = \dfrac{z}{+}41$. (B) $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+1}{-}3 = \dfrac{z+1}{1}$.

(C) $\dfrac{x}{-}32 = \dfrac{y+4}{-}3 = \dfrac{z+5}{1}$. (D) Đáp án khác.

Câu 126. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = t \\ y = -1+2t \\ z = 2-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$, cắt mặt phẳng $(P) : x+y+z-3=0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M\,(a;b;c)$ (với $a+b>c$) của điểm I trên đường thẳng Δ.

(A) $M\,(2;5;-4)$. (B) $M\,(6;-3;0)$. (C) $M\,(5;2;-4)$. (D) $M\,(-3;6;0)$.

Câu 127. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-2}, \Delta_1 : \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}, \Delta_2 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}\,(h;k;1)$ Giá trị $h-k$ bằng

(A) 0. (B) 4. (C) 6. (D) -2.

Câu 128. (Hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O, thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M\,(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

(A) $\dfrac{2}{5}$. (B) $\dfrac{1}{5}$. (C) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. (D) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 129. (Sở Cần Thơ-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\,(2;1;1)$, mặt phẳng $(P) : x-z-1=0$ và đường thẳng $(d) : \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = -2+t \end{cases}$. Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2

bằng

(A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 130. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A, cắt (d) và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

(A) $\sqrt{3}$. (B) $\frac{16}{3}$. (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 131. (Kim Liên-Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x=1+4t \\ y=-1-2t \\ z=2+2t \end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng?

(A) $\frac{\sqrt{87}}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{174}}{6}$. (C) $\frac{\sqrt{174}}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{87}}{3}$.

Câu 132. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng (P): $x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

(A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Câu 133. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $(4;3;7)$. (B) $(-1;-2;1)$. (C) $(7;5;3)$. (D) $(3;4;3)$.

Câu 134. (Nguyễn Huệ- Ninh Bình- 2019)Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1; d_2$ tới mặt phẳng (P) trong đó: $d_1: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{3}; d_2: \frac{-x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}; (P): 2x+4y-4z-3=0$.

(A) $\frac{4}{3}$. (B) $\frac{7}{6}$. (C) $\frac{13}{6}$. (D) $\frac{5}{3}$.

Câu 135. (THPT Hậu Lộc 2 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

(A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{8}{3}$. (C) $\frac{2}{9}$. (D) 1.

Câu 136. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=0 \\ y=3-t \\ z=t \end{cases}$.Gọi (P) là mặt

phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$.Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

(A) $M(3;2;1)$. (B) $N(3;2;-1)$. (C) $P(3;-1;2)$. (D) $M(3;-1;-2)$.

Câu 137. (Chuyên Hà Tĩnh 2019)) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

(A) 2. (B) 3. (C) 6. (D) $\sqrt{14}$.

Câu 138. (Hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ Mặt phẳng $(P):x+ay+bz+c=0\,(c>0)$ song song với d_1,d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P) Giá trị của $a+b+c$ bằng

(A) 14. (B) 6. (C) -4. (D) -6.

Câu 139. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A,B có phương trình là:

(A) $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=4t\end{cases}$.

Câu 140. (Chuyên ĐH Vinh- 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha):x+z-3=0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A.

(A) $\dfrac{3}{2}$. (B) 3. (C) $\dfrac{9}{2}$. (D) $\dfrac{5}{2}$.

Loại 7: Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến đường thẳng

Dạng 1. Viết phương trình mp (P) đi qua M, vuông góc mặt phẳng (Q) và mặt phẳng $(P)\ /\!/\ \Delta$: $\xrightarrow{PP}$ mp $(P):\begin{cases}\bullet\ \text{đi qua } M(x_o,y_o,z_o)\\ \bullet\ \text{VTPT}:\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(Q)},\vec{u}_\Delta\right]\end{cases}$.

Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d đi qua hai điểm A và B, với: $\xrightarrow{PP}$ mp $(P):\begin{cases}\bullet\ \text{đi qua } M\\ \bullet\ \text{VTPT}:\vec{n}_{(P)}=\vec{u}_d=\overrightarrow{AB}\end{cases}$.

Dạng 3. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ: $\xrightarrow{PP}$ Trên đường thẳng Δ lấy điểm A và xác định VTCP $\vec{u}_\Delta$ Khi đó mp (P) :

$\begin{cases} \bullet \text{ đi qua } M \\ \bullet \text{ VTPT : } \vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}_{\Delta}\right] \end{cases}$.

Dạng 4. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng song song Δ_1, Δ_2:

$\xrightarrow{PP}$ mp (P) : $\begin{cases} \bullet \text{ đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet VTPT : \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$.

Dạng 5. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng cắt nhau Δ_1, Δ_2 :

$\xrightarrow{PP}$ mp (P) : $\begin{cases} \bullet \text{ đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet \text{ VTPT : } \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$

Dạng 6. Cho 2 đường thẳng chéo nhau Δ_1, Δ_2. Hãy viết phương trình (P) chứa Δ_1 và song song Δ_2 $\xrightarrow{PP}$ mp (P) : $\begin{cases} \bullet \text{ đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet \text{ VTPT : } \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$

Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ $\xrightarrow{PP}$ Chọn A, B thuộc giao tuyến hai mặt phẳng (α) và $(\beta) \Rightarrow A, B \in (P)$. Cụ thể:

Cho: $z = z_o \Rightarrow \begin{cases} A_1x + B_1y = -(C_1z_o + D_1) \\ A_2x + B_2y = -(C_2z_o + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \ldots \\ y = \ldots \end{cases} \Rightarrow A(\ldots;\ldots;\ldots) \in (P)$.

Cho: $x = x_o \Rightarrow \begin{cases} B_1y + C_1z = -(A_1x_o + D_1) \\ B_2y + C_2z = -(A_2x_o + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \ldots \\ z = \ldots \end{cases} \Rightarrow B(\ldots;\ldots;\ldots) \in (P)$.

Khi đó mp (P) : $\begin{cases} \bullet \text{ đi qua } M \\ \bullet \text{ VTPT : } \vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}\right] \end{cases}$.

Câu 141. (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\dfrac{x-10}{5} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P) : 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

(A) $m = 2$. (B) $m = -52$. (C) $m = 52$. (D) $m = -2$.

Câu 142. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P) : x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

(A) $x + 2y + z = 0$. (B) $x - 2y + z = 0$.

(C) $x + 2y + z - 4 = 0$. (D) $x - 2y + z + 4 = 0$.

Câu 143. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véctơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; -2)$ và đi qua điểm $M(1; -3; 2)$, $d_2 : \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Giá trị $a + 2b + 3c$ bằng

(A) -42. (B) -32. (C) 11. (D) 20.

Câu 144. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ và $d_2 : \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$

(A) $(P) : 2x - 2z + 1 = 0$. (B) $(P) : 2y - 2z + 1 = 0$.

(C) $(P) : 2x - 2y + 1 = 0$. (D) $(P) : 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 145. (SGD Cần Thơ-2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-4}{3}$ và $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

(A) $-2x - y + 9z - 36 = 0$. (B) $2x - y - z = 0$.

(C) $6x + 9y + z + 8 = 0$. (D) $6x + 9y + z - 8 = 0$.

Câu 146. (Hồng Bàng-Hải Phòng-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\,(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q) : x + y - 4z - 6 = 0$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là:

(A) $3x + y + z - 1 = 0$. (B) $3x - y - z + 1 = 0$.

(C) $x + 3y + z - 3 = 0$. (D) $x + y + z - 1 = 0$.

Câu 147. (Toán Học Tuổi Trẻ-2018) Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $A\,(3;-1;0)$ và đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

(A) $x + y - z = 0$. (B) $x + y - z - 2 = 0$.

(C) $x + y - z + 1 = 0$. (D) $-x + 2y + z + 5 = 0$.

Câu 148. (SGD&ĐT BRVT-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-6}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$ và $d_2 : \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

(A) $(P) : x + 5y + 8z - 16 = 0$. (B) $(P) : x + 5y + 8z + 16 = 0$.

(C) $(P) : x + 4y + 6z - 12 = 0$. (D) $(P) : 2x + y - 6 = 0$.

Câu 149. (Chuyên Thăng Long-Đà Lạt-2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng: $(d) : \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3t - 1 \\ z = 2t + 1 \end{cases}$ và $(\Delta) : \begin{cases} x = m + 3 \\ y = 3m - 2 \\ z = 2m + 1 \end{cases}$ có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính $P = a + 2b + 3c$.

(A) $P = -10$. (B) $P = 4$. (C) $P = -8$. (D) $P = 0$.

Câu 150. (Chuyên Trần Đại Nghĩa-2018) Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$ góc 45°.

(A) (α): $3x+z=0$.
(B) (α): $x-y-3z=0$.
(C) (α): $x+3z=0$.
(D) (α): $3x+z=0$ hay (α): $8x+5y+z=0$.

Câu 151. (Quảng Nam-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(1;1;0)$, $B\,(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véctơ nào trong các véctơ dưới đây là một véctơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

(A) $\vec{n}=(1;-1;-1)$. (B) $\vec{n}=(1;-1;-3)$. (C) $\vec{n}=(1;-1;5)$. (D) $\vec{n}=(1;-1;-5)$.

Câu 152. (Sở Bình Phước-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

(A) $14x-4y-8z+1=0$.
(B) $14x-4y-8z+3=0$.
(C) $14x-4y-8z-3=0$.
(D) $14x-4y-8z-1=0$.

Câu 153. (THPT Thực Hành-TPHCM-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\,(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d?

(A) $(P):5x+2y+4z-5=0$.
(B) $(P):2x+1y+2z-1=0$.
(C) $(P):5x-2y-4z-5=0$.
(D) $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Câu 154. (Chuyên Nguyễn Đình Triểu-Đồng Tháp-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}, d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2.

(A) $14x+4y+8z+13=0$.
(B) $14x-4y-8z-17=0$.
(C) $14x-4y-8z-13=0$.
(D) $14x-4y+8z-17=0$.

Câu 155. (Chuyên KHTN-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1; d_2$ là:

(A) $2y-2z+1=0$. (B) $2y-2z-1=0$. (C) $2x-2z+1=0$. (D) $2x-2z-1=0$.

Loại 8: Bài toán liên quan đến vị trí tương đối

1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S) Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ.

Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I,\Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.

▪ Nếu $d(I,\Delta)>R$: Δ không cắt (S).

▪ Nếu $d(I,\Delta)=R$: Δ tiếp xúc với (S) tại H.

▪ Nếu $d(I,\Delta)<R$: Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A,B.

▪$(P)\equiv(Q)\Leftrightarrow\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}=\dfrac{D_1}{D_2}\cdot$ ▪$(P)\perp(Q)\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0.$

2. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0.$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}x=x_\circ+a_1t & (1)\\ y=y_\circ+a_2t & (2)\\ z=z_\circ+a_3t & (3)\\ Ax+By+Cz+D=0. & (4)\end{cases}(*).$

▪ Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).

▪ Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d\ /\!/\ (\alpha)$.

▪ Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d\subset(\alpha)$.

3. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d'

Cho hai đường thẳng: $d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=x'_\circ+a'_1t'\\ y=y_\circ+a'_2t'\\ z=z_\circ+a'_3t'\end{cases}$ lần lượt qua điểm hai điểm M,N và có véctơ chỉ phương lần lượt là $\vec{a}_d,\vec{a}_{d'}$.

▪d song song $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\ M\notin d'\end{cases}$

▪d trùng $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\ M\in d'\end{cases}.$

▪d cắt $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d ko\uparrow\uparrow\vec{a}_{d'}\\ \left[\vec{a},\vec{a'}\right].\overrightarrow{MN}=0\end{cases}.$

▪d chéo $d'\Leftrightarrow[\vec{a}_d,\vec{a}_{d'}].\overrightarrow{MN}\neq0.$

Lưu ý: Nếu d cắt d' ta tìm tọa độ giao điểm bằng giải hệ phương trình: $\begin{cases}x_\circ+a_1t=x'_\circ+a'_1t'\\ y_\circ+a_2t=y'_\circ+a'_2t'\\ z_\circ+a_3t=z'_\circ+a'_3t'\end{cases}$

Câu 156. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$, $d_2 : \dfrac{x+2}{-2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

(A) Chéo nhau. (B) Trùng nhau. (C) Song song. (D) Cắt nhau.

Câu 157. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}, \Delta_2 : \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$

(A) Δ_1 song song với Δ_2. (B) Δ_1 chéo với Δ_2.

(C) Δ_1 cắt Δ_2. (D) Δ_1 trùng với Δ_2.

Câu 158. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) d cắt và không vuông góc với (P). (B) d vuông góc với (P).

(C) d song song với (P). (D) d nằm trong (P).

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P) : 11x + my + nz - 16 = 0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính giá trị của $T = m + n$.

(A) $T = 2$. (B) $T = -2$. (C) $T = 14$. (D) $T = -14$.

Câu 160. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x - my - 2z + 19 = 0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d \parallel (\alpha)$ là

(A) $\{1\}$. (B) $\varnothing$. (C) $\{1; 2\}$. (D) $\{2\}$.

Câu 161. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P) : 2x + y - m^2z + m = 0$

(A) $m = 1$. (B) $m \in \varnothing$. (C) $m \in \{-1; 1\}$. (D) $m = -1$.

Câu 162. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m) : mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m) : x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : 4x - y - 6z + 3 = 0$.

(A) $m + n = 0$. (B) $m + n = 2$. (C) $m + n = 1$. (D) $m + n = 3$.

Câu 163. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{3}; d_2 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

(A) -11. (B) 12. (C) -12. (D) 11.

Câu 164. (Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $(d_1): \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, $(d_2): \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $(d_3): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $(d_4): \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là

(A) 0. (B) 2. (C) Vô số. (D) 1.

Câu 165. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

(A) $H(1;-1;0)$. (B) $H(-3;0;-2)$. (C) $H(-1;4;4)$. (D) $H(3;0;2)$.

Câu 166. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y+2z+9=0$ tại điểm $H(a;b;c)$. Giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

(A) 2. (B) -1. (C) 1. (D) -2.

Câu 167. (Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định- 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng d:$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I, tiếp xúc với đường thẳng d. Bán kính của (S) bằng

(A) $\dfrac{5}{3}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. (D) $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 168. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$, đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-6}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-2}{2}$ và điểm $M(4;3;1)$. Trong các mặt phẳng sau mặt phẳng nào đi qua M, song song với Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S)?

(A) $2x-2y+5z-22=0$. (B) $2x+y+2z-13=0$.
(C) $2x+y-2z-1=0$. (D) $2x-y+2z-7=0$.

Câu 169. (Mã 104 2018) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$ Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

(A) $6x+8y+11=0$. (B) $6x+8y-11=0$. (C) $3x+4y-2=0$. (D) $3x+4y+2=0$.

Câu 170. (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$; $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

(A) $y+z+3=0$. (B) $x+z+1=0$. (C) $x+y+1=0$. (D) $x+z-1=0$.

Câu 171. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+4}{-4}$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$. Khi đó (P) song song với mặt phẳng nào sau đây?

(A) 3x $-y+2$z $=0$. (B) -2x $+2y-z+4=0$.
(C) x $+y+z=0$. (D) Đáp án khác.

Câu 172. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=6$ đồng thời song song với hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

(A) $\left[\begin{array}{l}x-y+2z-3=0\\x-y+2z+9=0\end{array}\right.$.
(B) $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-3=0\\x+y+2z+9=0\end{array}\right.$.
(C) $x+y+2z+9=0$.
(D) $x-y+2z+9=0$.

Câu 173. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

(A) $\left\{\begin{array}{l}x=2+9t\\y=1+9t\\z=3+8t\end{array}\right.$.
(B) $\left\{\begin{array}{l}x=2-5t\\y=1+3t\\z=3\end{array}\right.$.
(C) $\left\{\begin{array}{l}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{array}\right.$.
(D) $\left\{\begin{array}{l}x=2+4t\\y=1+3t\\z=3-3t\end{array}\right.$.

Câu 174. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1), (S_2) có phương trình lần lượt là $(S_1):x^2+y^2+z^2=25$, $(S_2):x^2+y^2+(z-1)^2=4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc tơ $\vec{u}=(1;-1;0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Hỏi véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_1=\left(1;1;\sqrt{3}\right)$.
(B) $\vec{u}_2=\left(1;1;\sqrt{6}\right)$.
(C) $\vec{u}_3=(1;1;0)$.
(D) $\vec{u}_4=\left(1;1;-\sqrt{3}\right)$.

Câu 175. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=4$ và mặt phẳng $(P):x-3y+5z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A,B sao cho tam giác OAB là tam giác đều. Phương trình của đường thẳng Δ là

(A) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.
(D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 176. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

(A) $a=-1$.
(B) $a=2$.
(C) $a=0$.
(D) $a=1$.

Câu 177. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt cầu $(S_1):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$, $(S_2):x^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$ và $(S_3):x^2+y^2+z^2+4x-4y-1=0$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3)?

(A) 2.
(B) 4.
(C) 6.
(D) 8.

Câu 178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính $R=5$, có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với trục Oy. Biết rằng I có tung độ dương. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S)?

(A) $M(-1;-2;1)$. (B) $N(1;2;-1)$. (C) $P(-5;2;-7)$. (D) $Q(5;-2;7)$.

Câu 179. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=4+2t \\ y=3+t \\ z=3+2t \end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=8$. Giá trị của m là

(A) $m=5$. (B) $m=12$. (C) $m=-12$. (D) $m=-10$.

Câu 180. (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x=4-2t \\ y=t \\ z=3 \end{cases}, (t\in\mathbb{R}), d_2: \begin{cases} x=1 \\ y=t' \\ z=-t' \end{cases}, (t'\in\mathbb{R})$.

Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là:

(A) $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2+(z+2)^2=\dfrac{9}{4}$. (B) $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2+(z-2)^2=\dfrac{3}{2}$.

(C) $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2+(z-2)^2=\dfrac{9}{4}$. (D) $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2+(z+2)^2=\dfrac{3}{2}$.

Câu 181. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-2}$ và $\Delta_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z}{1}$. Trong tất cả mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

(A) $\sqrt{12}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) $\sqrt{24}$. (D) $\sqrt{3}$.

§4. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC GIẢI TÍCH TRONG KHÔNG GIAN

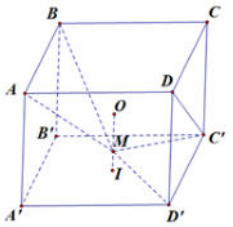
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

Ở dạng bài tập này chúng ta tiến hành gắn hệ trục tọa độ vào bài toán hình học không gian thuần túy.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 4.19. Ứng dụng hình học giải tích OXYZ để tìm GÓC

Câu 1. (Mã 103 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



(A) $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$. (B) $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. (C) $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$. (D) $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 2. (Mã 102 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \dfrac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

(A) $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$. (B) $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$. (C) $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$. (D) $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$.

Câu 3. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = a, AD = a\sqrt{2}$, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'B$ và K là hình chiếu vuông góc của A trên $A'D$ Tính góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$.

(A) $60°$. (B) $45°$. (C) $90°$. (D) $30°$.

Câu 4. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos\varphi$ với φ là góc tạp bởi (SAC) và (SCD).

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{7}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}}{7}$. (C) $\dfrac{5}{7}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{7}$.

Câu 5. (Chuyên Sơn La 2019) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC, biết $MN = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 6. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng -2019) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng

(A) $60°$. (B) $30°$. (C) $45°$. (D) $75°$.

Câu 7. (Sở Bắc Ninh -2019) Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

(A) $135°$. (B) $150°$. (C) $120°$. (D) $60°$.

Câu 8. (THPT Trần Phú-Đà Nẵng-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

(A) $30°$. (B) $60°$. (C) $45°$. (D) $90°$.

Câu 9. (THPT Nam Trực-Nam Định-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng:

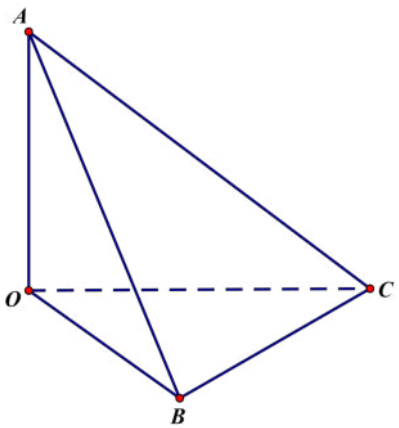
(A) $\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. (B) $\arccos\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (C) $\arccos\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. (D) $\arccos\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 10. (Chuyên Hà Tĩnh-2018) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB'. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN).

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$. (D) $\dfrac{4\sqrt{2}}{13}$.

Câu 11. (Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-2018) Xét tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa các đường thẳng OA, OB, OC với mặt phẳng (ABC) (hình vẽ bên). Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = (3+\cot^2\alpha).(3+\cot^2\beta).(3+\cot^2\gamma)$ là

(A) 48. (B) 125. (C) Số khác. (D) $48\sqrt{3}$.



Câu 12. (Kinh Môn-Hải Dương 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a, AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD), SA = a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

(A) $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{\sqrt{55}}{10}$.

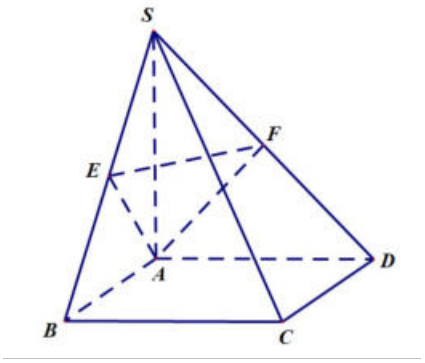
Câu 14. (Chuyên Lê Quý Đôn-Điện Biên 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD Tính tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 15. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC = 3$, $CD = 4$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^0$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng 60^0. Côsin góc giữa hai phẳng (ABC) và (ACD) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{43}}{86}$. (B) $\dfrac{4\sqrt{43}}{43}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{43}}{43}$. (D) $\dfrac{\sqrt{43}}{43}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB, SD. Côsin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là.



(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$ Tính $\sin\alpha$.

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 18. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $A'H = a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$.

(A) $\cos\varphi = \dfrac{7\sqrt{3}}{48}$. (B) $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\cos\varphi = \dfrac{1}{2}$. (D) $\cos\varphi = \dfrac{7\sqrt{3}}{24}$.

Câu 19. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác ABD đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$, biết rằng $MN \perp B'D$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos\alpha$ bằng:

(A) $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. (B) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$. (D) $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$.

Dạng 4.20. Ứng dụng hình học giải tích OXYZ để tìm KHOẢNG CÁCH

Câu 1. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB=4, AD=3, AA'=5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ bằng

(A) $\frac{3}{2}$. (B) 2. (C) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$. (D) $\frac{30}{19}$.

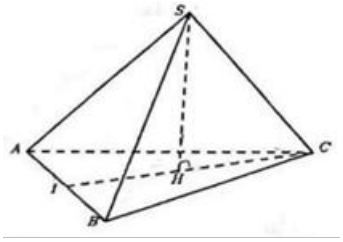
Câu 2. (Việt Đức Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0)$, $D(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (CDM).

(A) $d(B,(CDM))=2$. (B) $d(B,(CDM))=2\sqrt{2}$.
(C) $d(B,(CDM))=\frac{1}{\sqrt{2}}$. (D) $d(B,(CDM))=\sqrt{2}$.

Câu 3. (HSG Bắc Ninh 2019) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB=AC=a$, $AA'=h$ $(a,h>0)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB' và BC' theo a, h.

(A) $\frac{ah}{\sqrt{a^2+5h^2}}$. (B) $\frac{ah}{\sqrt{5a^2+h^2}}$. (C) $\frac{ah}{\sqrt{2a^2+h^2}}$. (D) $\frac{ah}{\sqrt{a^2+h^2}}$.

Câu 4. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. Gọi I là trung điểm của AB, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của CI, góc giữa SA và mặt đáy bằng 45^0 (hình vẽ bên). Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CG bằng



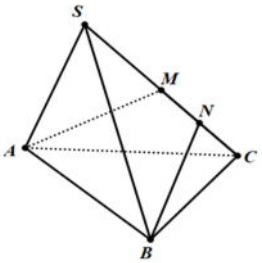
(A) $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. (B) $\frac{a\sqrt{14}}{8}$. (C) $\frac{a\sqrt{77}}{22}$. (D) $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 5. (Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm DD'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$.

(A) $\frac{4a}{3}$. (B) $\frac{a}{3}$. (C) $\frac{2a}{3}$. (D) $\frac{3a}{4}$.

Câu 6.

(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{3}$, mặt bên SAB là tam giác cân với $\widehat{ASB}=120^0$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SC và N là trung điểm của MC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, BN.

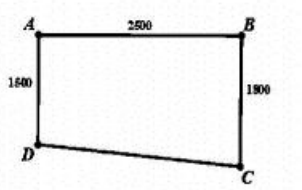


(A) $\frac{2\sqrt{327}a}{79}$. (B) $\frac{\sqrt{237}a}{79}$. (C) $\frac{2\sqrt{237}a}{79}$. (D) $\frac{5\sqrt{237}a}{316}$.

Câu 7. (Chuyên-Vĩnh Phúc-2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=1$cm, $AC=\sqrt{3}$cm. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C. Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$cm^3. Tính khoảng cách từ C tới (SAB).

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$cm. (B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$cm. (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$cm. (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$cm.

Câu 8. (Chuyên Lam Sơn 2019) Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ bên. Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25\text{m}$, $AD = 15\text{m}$, $BC = 18\text{m}$. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10cm, $a$cm, 6cm tương ứng. Giá trị của a là số nào sau đây?



(A) $15,7\text{cm}$. (B) $17,2\text{cm}$. (C) $18,1\text{cm}$. (D) $17,5\text{cm}$.

Câu 9. (Chuyên Bắc Giang 2019) Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 5, OB = 2, OC = 4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là:

(A) $\dfrac{20}{3\sqrt{129}}$. (B) $\dfrac{20}{\sqrt{129}}$. (C) $\dfrac{1}{4}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, gọi M là trung điểm của AB, $\Delta A'CM$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối lăng trụ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC'

(A) $\dfrac{a\sqrt{57}}{19}$. (B) $\dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$. (C) $\dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$. (D) $\dfrac{2a\sqrt{39}}{3}$.

Câu 11. (Sở Nam Định 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và D, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $45°$, E là trung điểm của SD, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE).

(A) $\dfrac{2a}{3}$. (B) $\dfrac{4a}{3}$. (C) a. (D) $\dfrac{3a}{4}$.

Dạng 4.21. Ứng dụng hình học giải tích OXYZ để tìm THỂ TÍCH, BÁN KÍNH

Câu 1. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$ Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

(A) 64. (B) $\dfrac{32}{3}$. (C) $\dfrac{64}{3}$. (D) 32.

Câu 2. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và đi qua điểm $A(0;1;1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

(A) $\dfrac{8}{3}$. (B) 4. (C) $\dfrac{4}{3}$. (D) 8.

Câu 3. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O, các đỉnh $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ với $a,b>0$ và $a+b=2$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Thể tích của khối tứ diện $BDA'M$ có giá trị lớn nhất bằng

(A) $\frac{64}{27}$. (B) $\frac{32}{27}$. (C) $\frac{8}{27}$. (D) $\frac{4}{27}$.

Câu 4. (THPT-Thang-Long-Ha-Noi- 2019) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của BC và $A'B'$. Mặt phẳng (MND') chia khối lập phương thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm C gọi là (H). Tính thể tích khối (H).

(A) $\frac{55a^3}{72}$. (B) $\frac{55a^3}{144}$. (C) $\frac{181a^3}{486}$. (D) $\frac{55a^3}{48}$.

Câu 5. (Chuyên Thăng Long-Đà Lạt-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O các đỉnh $B\left(m;0;0\right)$, $D\left(0;m;0\right)$, $A'\left(0;0;n\right)$ với $m,n>0$ và $m+n=4$ Gọi M là trung điểm của cạnh CC' Khi đó thể tích tứ diện $BDA'M$ đạt giá trị lớn nhất bằng

(A) $\frac{9}{4}$. (B) $\frac{64}{27}$. (C) $\frac{75}{32}$. (D) $\frac{245}{108}$.

Câu 6. (Nho Quan A-Ninh Bình-2019) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của $AB,BC,C'D',DD'$. Gọi thể tích khối tứ diện $MNPQ$ là phân số tối giản $\frac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}^*$. Tính $a+b$.

(A) 9. (B) 25. (C) 13. (D) 11.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$,tập hợp tất cả các điểm thỏa mãn $|x|+|y|+|z|\le 2$ và $|x-2|+|y|+|z|\le 2$ là một khối đa diện có thể tích bằng

(A) 3. (B) 2. (C) $\frac{8}{3}$. (D) $\frac{4}{3}$.

Câu 8. (Thi thử cụm Vũng Tàu-2019) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1;AD=2;AA'=3$. Mặt phẳng (P) đi qua C' và cắt các tia $AB;AD;AA'$ lần lượt tại $E;F;G$ (khác A) sao cho thể tích khối tứ diện $AEFG$ nhỏ nhất. Tổng của $AE+AF+AG$ bằng.

(A) 18. (B) 17. (C) 15. (D) 16.

Câu 9. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi K là trung điểm AB, gọi M,N lần lượt là hình chiếu vuông góc của K lên AD,AC. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $K.CDMN$.

(A) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{3a\sqrt{3}}{8}$. (D) $\frac{3a\sqrt{2}}{8}$.

Câu 10. (Chuyên Thái Bình -2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$ bằng

(A) $\frac{a\sqrt{93}}{12}$. (B) $\frac{a\sqrt{29}}{8}$. (C) $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$. (D) $\frac{a\sqrt{37}}{6}$.

Câu 11. (Chuyên KHTN-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(5;0;0)$ và $B\,(3;4;0)$. Với C là điểm nằm trên trục Oz, gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 12. (Chuyên Vinh-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C (không trùng O) lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\dfrac{3}{2}$ Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

(A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 1.

Câu 13. (Chuyên Lê Hồng Phong-TPHCM-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$, $(d_2): \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{2}$, $(d_3): \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt cầu bán kính nhỏ nhất tâm $I\,(a;b;c)$, tiếp xúc với 3 đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3). Tính $S=a+2b+3c$.

(A) $S=10$. (B) $S=11$. (C) $S=12$. (D) $S=13$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ cs đáy là hình thang vuông tại A và B, $AD=2AB=2BC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=2a$. Gọi E là trung điểm cạnh AD. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$.

(A) $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

2

GÓC - KHOẢNG CÁCH

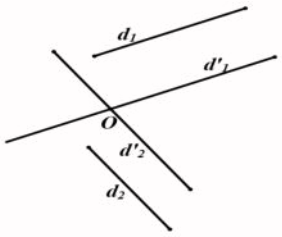
§1. GÓC TRONG KHÔNG GIAN

A. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1.22. Góc giữa hai đường thẳng

Để tính góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 trong không gian ta có thể thực hiện theo hai cách:

• Cách 1. Tìm góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 bằng cách chọn một điểm O thích hợp (O thường nằm trên một trong hai đường thẳng).



Từ O dựng các đường thẳng d'_1, d'_2 lần lượt song song (có thể tròng nếu O nằm trên một trong hai đường thẳng) với d_1 và d_2. Góc giữa hai đường thẳng d'_1, d'_2 chính là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2.

Lưu ý 1: Để tính góc này ta thường sử dụng định lí côsin trong tam giác

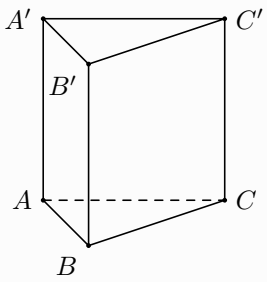
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

• Cách 2. Tìm hai vec tơ chỉ phương $\vec{u_1}, \vec{u_2}$ của hai đường thẳng d_1, d_2
Khi đó góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 xác định bởi $\cos(d_1, d_2) = \dfrac{|\vec{u_1} \cdot \vec{u_2}|}{|\vec{u_1}|\,|\vec{u_2}|}$.

Lưu ý 2: Để tính $\overrightarrow{u_1 u_2}, |\vec{u_1}|, |\vec{u_2}|$ ta chọn ba vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng mà có thể tính được độ dài và góc giữa chúng,sau đó biểu thị các vec tơ $\vec{u}_1, \vec{u_2}$ qua các vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ rồi thực hiện các tính toán.

Ví dụ 1 (Mã 101 - 2021 Lần 1).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng. Góc giữa đường thẳng AA' và BC' bằng



(A) $30°$. (B) $90°$. (C) $45°$. (D) $60°$.

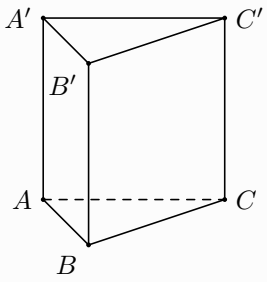
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Mã 103 - 2021 - Lần 1).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên dưới).



Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng

(A) $45°$. (B) $30°$. (C) $90°$. (D) $60°$.

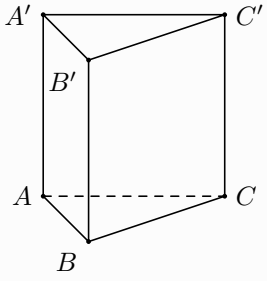
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (Mã 102 - 2021 Lần 1).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

(A) 90°. (B) 45°. (C) 30°. (D) 60°.

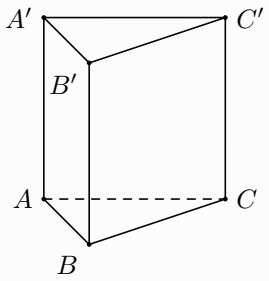
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4 (Mã 104 - 2021 Lần 1).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau



Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

(A) 30°. (B) 90°. (C) 60°. (D) 45°.

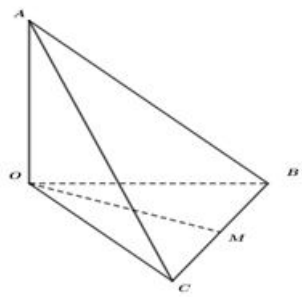
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5 (Đề Tham Khảo 2018).

Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng



(A) 45°. (B) 90°. (C) 30°. (D) 60°.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6 (Chuyên Long An - 2021). Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa cặp véc tơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$ bằng

(A) 30°. (B) 120°. (C) 60°. (D) 90°.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7 (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021). Hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC$. Gọi I là trung điểm của AB. Góc giữa SI và BC bằng

(A) 30°. (B) 60°. (C) 45°. (D) 90°.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8 (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021). Cho hình lập phương $ABCD \cdot A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi I là trung điểm BD.Góc giữa hai đường thẳng A_1D và B_1I bằng

(A) 120°. (B) 30°. (C) 45°. (D) 60°.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9 (THPT Lê Quy Đôn Điện Biên 2019). Cho tứ diện $ABCD$ với $AC = \dfrac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng AB và CD. Chọn khẳng định đúng về góc φ.

(A) $cos\varphi = \dfrac{3}{4}$. (B) 30°. (C) 60°. (D) $cos\varphi = \dfrac{1}{4}$.

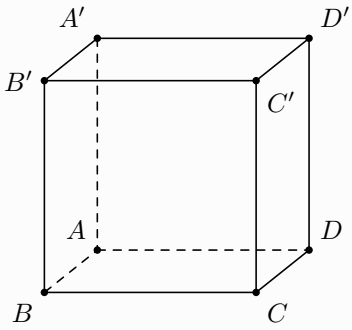
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10 (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$, biết đáy $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD.



(A) $90°$. (B) $30°$. (C) $60°$. (D) $45°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11 (Chuyên *KHTN* 2019). Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Biết $MN = a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng.

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12 (Chuyên Lương Văn Chánh Phú Yên 2019). Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$; gọi M là trung điểm của $B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng AM và BC' bằng

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13 (Chuyên Hạ Long - 2018). Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC là?

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

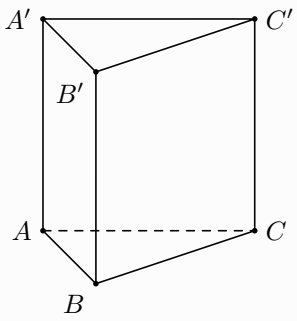
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14 (Chuyên Đh Vinh 2018).

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng



(A) $60°$. (B) $45°$. (C) $90°$. (D) $30°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15 (Kim Liên - Hà Nội - 2018). Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC = AC = AB = a$, $\widehat{ABC} = 45°$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và DC.

(A) $60°$. (B) $120°$. (C) $90°$. (D) $30°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1 (Mã 101 - 2021 Lần 1). Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng. Góc giữa đường thẳng AA' và BC' bằng

(A) $30°$. (B) $90°$. (C) $45°$. (D) $60°$.

Câu 2 (Mã 103 - 2021 - Lần 1). Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên dưới).

Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng

(A) $45°$. (B) $30°$. (C) $90°$. (D) $60°$.

Câu 3 (Mã 102 - 2021 Lần 1). Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

(A) $90°$. (B) $45°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

Câu 4 (Mã 104 - 2021 Lần 1). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

(A) $30°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $45°$.

Câu 5 (Đề Tham Khảo 2018). Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC. Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

Câu 6 (Chuyên Long An - 2021). Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa cặp véc tơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$ bằng

(A) $30°$. (B) $120°$. (C) $60°$. (D) $90°$.

Câu 7 (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021).

Hình chóp $S \cdot^{A} BC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC$. Gọi I là trung điểm của AB. Góc giữa SI và BC bằng

(A) $30°$. (B) $60°$. (C) $45°$. (D) $90°$.

Câu 8 (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021).

Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi I là trung điểm BD.Góc giữa hai đường thẳng A_1D và B_1I bằng

(A) $120°$. (B) $30°$. (C) $45°$. (D) $60°$.

Câu 9 (THPT Lê Quy Đôn Điện Biên 2019).

Cho tứ diện $ABCD$ với $AC = \dfrac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60°$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng AB và CD. Chọn khẳng định đúng về góc φ.

(A) $cos\varphi = \dfrac{3}{4}$. (B) $30°$. (C) $60°$. (D) $cos\varphi = \dfrac{1}{4}$.

Câu 10 (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$, biết đáy $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD.

(A) $90°$. (B) $30°$. (C) $60°$. (D) $45°$.

Câu 11 (Chuyên *KHTN* 2019). Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Biết $MN = a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng.

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Câu 12 (Chuyên Lương Văn Chánh Phú Yên 2019).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$; gọi M là trung điểm của $B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng AM và BC' bằng

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

Câu 13 (Chuyên Hạ Long - 2018). Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC là?

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Câu 14 (Chuyên Đh Vinh 2018). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

(A) $60°$. (B) $45°$. (C) $90°$. (D) $30°$.

Câu 15 (Kim Liên - Hà Nội - 2018). Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC = AC = AB = a$, $\widehat{ABC} = 45°$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và DC.

(A) $60°$. (B) $120°$. (C) $90°$. (D) $30°$.

Câu 16 (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng - 2018).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BB'. Cosin của góc hợp bởi MN và AC' bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 17 (Cụm 5 Trường Chuyên - ĐBSH - 2018).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC

(A) $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$. (B) $\dfrac{2}{\sqrt{35}}$. (C) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$.

Câu 18 (Chuyên Thái Bình - 2018). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, E là điểm đối xứng của D qua trung điểm SA. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AE và BC. Góc giữa hai đường thẳng MN và BD bằng

(A) $90°$. (B) $60°$. (C) $45°$. (D) $75°$.

Câu 19 (Chuyên Thái Bình - 2018). Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo của góc giữa hai đường thẳng MN và SC là

(A) 45°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 90°.

Câu 20 (Sở Quảng Nam - 2018). Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $A'H = a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$.

(A) $\cos\varphi = \dfrac{1}{2}$. (B) $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{6}}{8}$. (C) $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$. (D) $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 21 (Sở Yên Bái - 2018). Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC. Tính giá trị của $\cos(AB, DM)$.

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22 (Sở Nam Định - 2018). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC). M là trung điểm cạnh CC'. Tính cosin góc α giữa hai đường thẳng AA' và BM.

(A) $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{22}}{11}$. (B) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{33}}{11}$. (C) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{11}}{11}$. (D) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{22}}{11}$.

Câu 23 (Sở Hà Tĩnh - 2018). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.MNP$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi I là trung điểm cạnh AC. Côsin của góc giữa hai đường thẳng NC và BI bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. (C) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$.

Câu 24 (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - 2020).

Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC. Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 25 (ĐHQG Hà Nội - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông. Cho tam giác SAB vuông tại S và góc SBA bằng 30°. Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi M, N là trung điểm AB, BC. Tìm cosin góc tạo bởi hai đường thẳng (SM, DN).

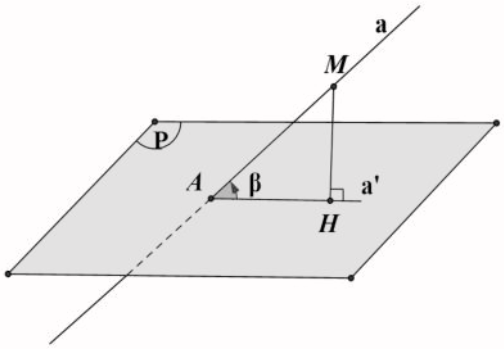
(A) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. (B) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. (C) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Câu 26 (Đề minh họa 2022). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

(A) 90°. (B) 30°. (C) 45°. (D) 60°.

Dạng 1.23. Góc của đường thẳng với mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa d và hình chiếu của nó trên mặt phẳng (P).



Gọi α là góc giữa d và mặt phẳng (P) thì $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

• Đầu tiên tìm giao điểm của d và (P) gọi là điểm A.

• Trên d chọn điểm M khác A, dựng MH vuông góc với (P) tại H. Suy ra AH là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P).

• Vậy góc giữa d và (P) là góc $\widehat{MAH}$.

Nếu khi xác định góc giữa d và (P) khó quá (không chọn được điểm M để dựng MH vuông góc với (P)), thì ta sử dụng công thức sau đây.

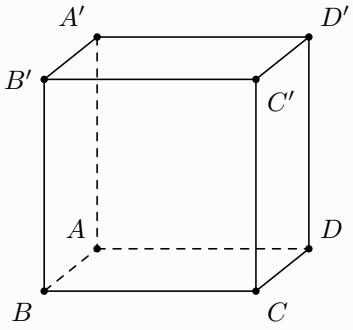
Gọi α là góc giữa d và (P) suy ra: $\sin\alpha = \dfrac{d\,(M,\,(P))}{AM}$.

Ta phải chọn điểm M trên d, mà có thể tính khoảng cách được đến mặt phẳng (P). Còn A là giao điểm của d và mặt phẳng (P)

Ví dụ 1 (Mã 103 - 2022).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.



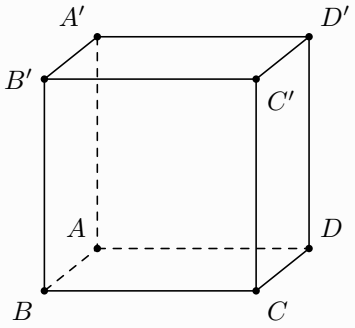
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Mã 104-2022).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

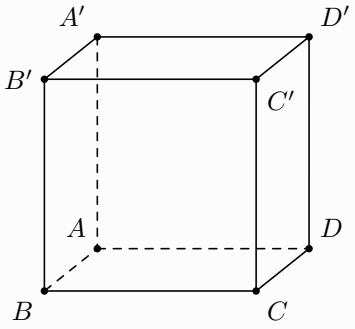
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (Đề Minh Họa 2021).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) $30°$. (B) $45°$. (C) $60°$. (D) $90°$.

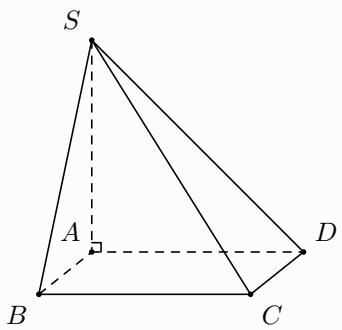
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4 (Đề Minh Họa 2020 Lần 1).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) $45°$. (B) $60°$. (C) $30°$. (D) $90°$.

. . . . . .

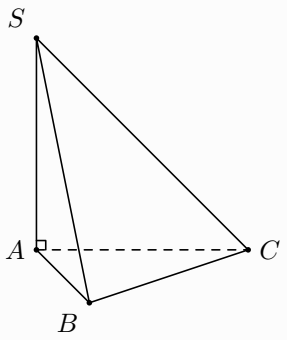
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2).

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $30°$. (B) $45°$. (C) $60°$. (D) $90°$.



. . . . . .

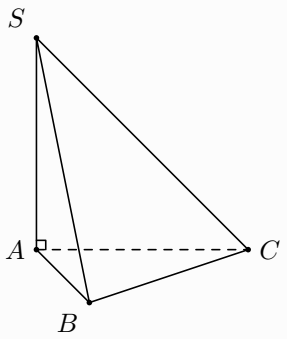
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6 (Mã 101 - 2020 Lần 1).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{15}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

(A) $45°$. (B) $30°$. (C) $60°$. (D) $90°$.



. . . . . .

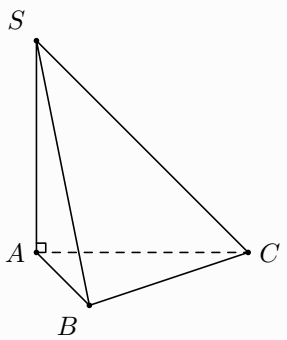
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7 (Mã 103 - 2020 Lần 1).

Cho hình chóp $S.ABC$ và có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = 3a; SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{30}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy bằng

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.



. . . . . .

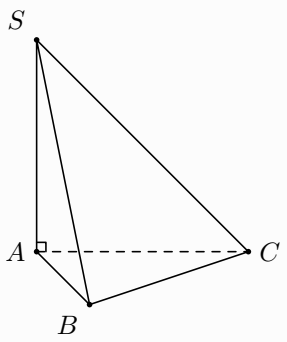
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8 (Mã 104 - 2020 Lần 1).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$; $BC = a\sqrt{2}$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng

(A) 90°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 30°.



. . . . . .

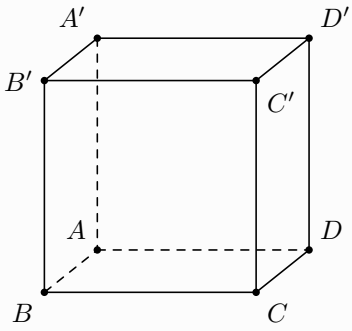
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9 (Mã 101 - 2020 Lần 2).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = BC = a$, $AA' = \sqrt{6}a$ (tham khảo hình dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) 60°. (B) 90°. (C) 30°. (D) 45°.



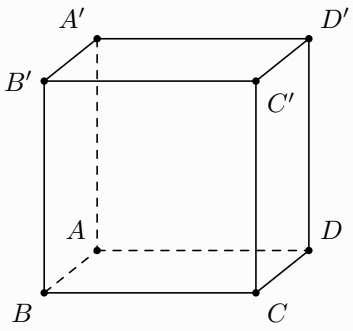
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10 (Mã 102 - 2020 Lần 2).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2\sqrt{2}a$, $AA' = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) 45°. (B) 90°. (C) 60°. (D) 30°.

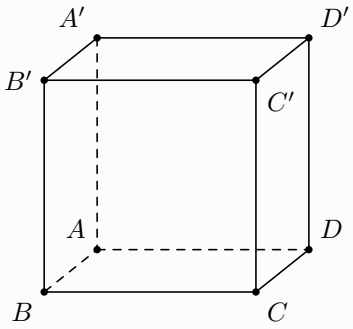
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11 (Mã 103 - 2020 Lần 2).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$, có $AB = AA' = a$, $AD = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) 30°. (B) 45°. (C) 90°. (D) 60°.

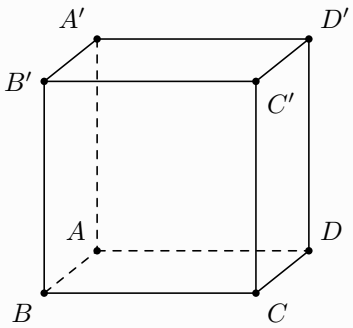
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12 (Mã 104 - 2020 Lần 2).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = \sqrt{3}a$, $AA\prime = 2\sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A\prime C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) 45°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 90°.

. . . . . .

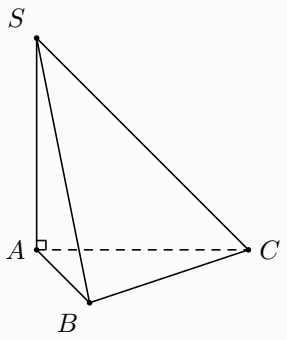
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13 (Mã 103 2018).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

(A) $60°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $45°$.



. . . . . .

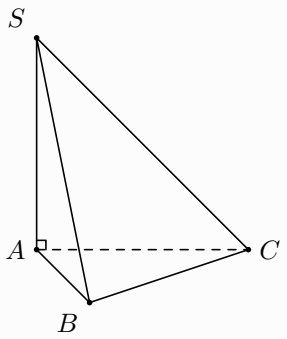
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14 (Mã 102 - 2019).

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$ và $BC = \sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $30°$. (B) $60°$. (C) $45°$. (D) $90°$.



. . . . . .

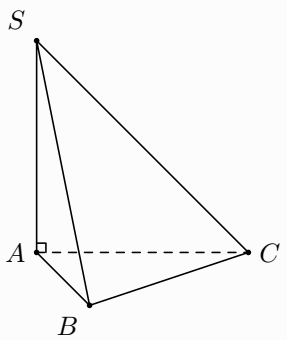
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15 (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021).

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông tại A và $AC = a$, $\sin B = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (minh họ như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $90°$. (B) $30°$. (C) $45°$. (D) $60°$.



. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1 (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021).

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a$, $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $60°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $45°$.

Câu 2 (Sở Lào Cai - 2021). Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC và $B'C'$, α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính giá trị α.

(A) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\sin\alpha = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\sin\alpha = \dfrac{1}{2}$. (D) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 3 (Sở Tuyên Quang - 2021). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α. Khi đó $\tan\alpha$ bằng

(A) $2\sqrt{2}$. (B) 2. (C) $\sqrt{2}$. (D) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 4 (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $3a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SB = 5a$. Tính sin của góc giữa cạnh SC và mặt đáy $(ABCD)$.

(A) $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{34}}{17}$. (C) $\dfrac{4}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 5 (Chuyên Lê Hồng Phong - $TPHCM$ - 2021).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$, gọi M là trung điểm của SC. Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và (ABC).

(A) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{14}$. (B) $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{7}}{7}$. (C) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$. (D) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{7}$.

Câu 6 (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) $60°$. (B) $90°$. (C) $45°$. (D) $30°$.

Câu 7 (Sở Yên Bái - 2021). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông canh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) 60^o. (B) 45^o. (C) 90^o. (D) 30^o.

Câu 8 (THPT Lương Thế Vinh - 2021).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, ΔABD đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

Câu 9 (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021).

Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AA' = a\sqrt{6}$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA = BC = a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Câu 10 (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021).

Cho chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B. $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$. SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Góc giữa SC và đáy là

(A) $90°$. (B) $45°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Câu 11 (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, ΔABD đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) $45°$. (B) $30°$. (C) $60°$. (D) $90°$.

Câu 12. (Trung Tâm Thanh Tường - 2021] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $90°$. (B) $45°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

Câu 13 (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021).

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó tang của góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$ là:

(A) $\sqrt{6}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14 (Chuyên Biên Hòa - 2021). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, O là giao điểm của AC và BD. $\widehat{ABC} = 60°$; SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO = a\sqrt{3}$. Góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) bằng

(A) $(25°; 27°)$. (B) $(62°; 66°)$. (C) $(53°; 61°)$. (D) $(27°; 33°)$.

Câu 15 (Sở Quảng Bình - 2021). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) 60. (B) 45. (C) 30. (D) 90.

Câu 16 (Chuyên Tuyên Quang - 2021).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, tam giác ABD đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) $60°$. (B) $45°$. (C) $30°$. (D) $90°$.

Câu 17 (Chuyên Vinh - 2021). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

(A) $45°$. (B) $75°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Câu 18 (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019).

Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, $AC = 2a$, $BC = a$, $SB = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC).

(A) $45°$. (B) $30°$. (C) $60°$. (D) $90°$.

Câu 19 (Chuyên Bắc Ninh 2019). Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình thang vuông tại 1 và B. AB=$BC = a$, AD= $2a$. Biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và 110. Gọi 4 lần lượt là trung điểm E. Tính sin góc giữa đường thẳng E và mặt phẳng B

(A) 60. (B) 4. (C) B. (D) 100.

Câu 20 (Mã 102 - 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

(A) $45°$. (B) $60°$. (C) $30°$. (D) $90°$.

Câu 21 (Mã 101 - 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

(A) $45°$. (B) $60°$. (C) $90°$. (D) $30°$.

Câu 22 (Mã 101 - 2019). Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng:

(A) $45°$. (B) $30°$. (C) $60°$. (D) $90°$.

Câu 23 (Đề Tham Khảo 2018). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Câu 24 (Mã 104 - 2019). Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) 30^o. (B) 90^o. (C) 60^o. (D) 45^o.

Câu 25 (Sở Vĩnh Phúc 2019). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của SD Tính tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 26 (Chuyên Bắc Giang 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

(A) $30°$. (B) $60°$. (C) $75°$. (D) $45°$.

Câu 27 (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SD và (SAC). Giá trị $\sin\alpha$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 28 (Sở Bắc Giang 2019). Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$, gọi M là trung điểm của BC. Gọi α là góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC). Tính $\cos\alpha$.

(A) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. (B) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$. (D) $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Câu 29 (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019).

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, O là trung điểm AC và $SO = b$. Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua C, (Δ) chứa trong mặt phẳng $(ABCD)$ và khoảng cách từ O đến (Δ) là $\frac{a\sqrt{14}}{6}$. Giá trị lượng giác $\cos((SA), (\Delta))$ bằng

(A) $\frac{2a}{3\sqrt{4b^2-2a^2}}$. (B) $\frac{2a}{3\sqrt{2a^2+4b^2}}$. (C) $\frac{a}{3\sqrt{2a^2+4b^2}}$. (D) $\frac{a}{3\sqrt{4b^2-2a^2}}$.

Câu 30 (HSG Bắc Ninh 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Cosin của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{\sqrt{13}}{4}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Câu 31 (Sở Hà Nội 2019). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, CH vuông góc với AB tại H, I là trung điểm của đoạn HC. Biết SI vuông góc với mặt phẳng đáy, $\widehat{ASB} = 90°$. Gọi O là trung điểm của đoạn AB, O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABI$. Góc tạo bởi đường thẳng OO' và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $60°$. (B) $30°$. (C) $90°$. (D) $45°$.

Câu 32 (Sở Bắc Ninh 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC} = 60°$. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của

tam giác ABC, gọi φ là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD), tính $\sin\varphi$ biết rằng $SB = a$.

(A) $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\sin\varphi = \dfrac{1}{4}$. (C) $\sin\varphi = \dfrac{1}{2}$. (D) $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 33 (Sở Bình Phước - 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = x$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) hợp với nhau góc 60°.

(A) $x = 2a$. (B) $x = a$. (C) $x = \dfrac{3a}{2}$. (D) $x = \dfrac{a}{2}$.

Câu 34 (Sở Lào Cai - 2018). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $AB = 2$a, $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

(A) 45°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 90°.

Câu 35 (Chuyên Hạ Long - 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD. Góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng

(A) 45°. (B) 90°. (C) 120°. (D) 60°.

Câu 36 (Sở Bắc Giang - 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin\alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

(A) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{8}$. (B) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. (D) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 37 (Chuyên ĐHSPHN - 2018). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = 2a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 90°.

Câu 38 (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018).

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60°, cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

(A) $\dfrac{\sqrt{41}}{41}$. (B) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{41}}{41}$.

Câu 39 (Chuyên Vinh -2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AB = 2a$, $BC = a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Cạnh bên $SD = a\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Tính sin của góc tạo bởi SB và mặt phẳng (SAC)

(A) $\dfrac{3}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. (C) $\dfrac{1}{4}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{7}$.

Câu 40 (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2020).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$, tứ giác $ABCD$ là hình vuông, $BD = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD) bằng

(A) $0°$. (B) $30°$. (C) $45°$. (D) $60°$.

Câu 41 (Chuyên Thái Bình - 2020). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O, cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính cos của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD).

(A) $\dfrac{\sqrt{41}}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{41}}{4}$.

Câu 42 (Đô Lương 4 - Nghệ An - 2020).

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng $60°$, côsin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

(A) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{41}}{41}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{41}}{41}$.

Câu 43 (THPT Nguyễn Viết Xuân - 2020).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC). Khi đó

(A) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$. (C) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{13}}{4}$. (D) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44 (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2020).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB cân tại S và $(SAB) \perp (ABCD)$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $\dfrac{4a^3}{3}$. Gọi α là góc giữa SC và $(ABCD)$. Tính $\tan\alpha$.

(A) $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\tan\alpha = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (D) $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{7}$.

Câu 45 (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2020).

Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC. Tính tan của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (ABC).

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (D) 1.

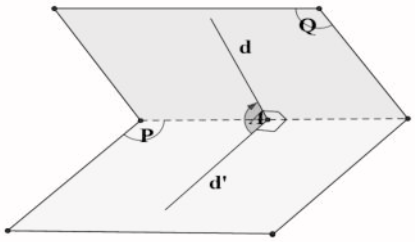
Dạng 1.24. Góc giữa hai mặt phẳng

1 Cách tìm góc giữa hai mặt phẳng:

• Đầu tiên tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

• Sau đó tìm hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến tại một điểm.

• Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng vừa tìm.

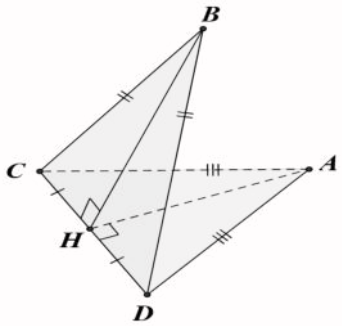


2 Những trường hợp đặc biệt

•

Trường hợp 1: Hai tam giác cân ACD và BCD có chung cạnh đáy CD.

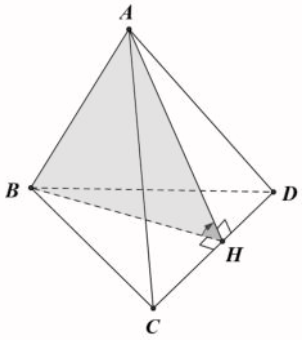
Gọi H trung điểm của CD, thì góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc $\widehat{AHB}$.



• Trường hợp 2: Hai tam giác ACD và BCD bằng nhau có chung cạnh CD.

• Dựng $AH \perp CD \Rightarrow BH \perp CD$.

• Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc $\widehat{AHB}$.



• Trường hợp 3: Khi xác định góc giữa hai mặt phẳng quá khó, ta nên sử dụng công thức sau: • $\sin\phi = \dfrac{d\,(A,\,(Q))}{d\,(A,\,a)}$

Với φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q). A là một điểm thuộc mặt phẳng (P) và a là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

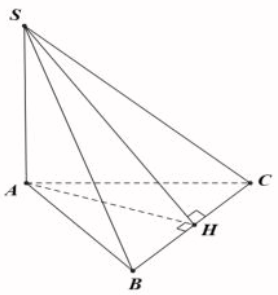
• Trường hợp 4: Có thể tìm góc giữa hai mặt phẳng bằng công thức $S' = S \cdot \cos\varphi$

• Trường hợp 5: Tìm hai đường thẳng d và d' lần lượt vuông góc với mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q). Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa d và d'.

- Trường hợp 6: CÁCH XÁC ĐỊNH GÓC GIỮA MẶT PHẲNG BÊN VÀ MẶT PHẲNG ĐÁY
  - Bước 1: xác dịnh giao tuyến d của mặt bên và mặt đáy.
  - Bước 2: từ hình chiếu vuông góc của đỉnh, dựng $AH \perp d$.
  - Bước 3: góc cần tìm là góc $\widehat{SHA}$.

  Với S là đỉnh, A là hình chiếu vuông góc của đỉnh trên mặt đáy.

- **Ví dụ điển hình:** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC).Hãy xác định góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC).



Ta có BC là giao tuyến của mặt phẳng (SBC) và (ABC).

Từ hình chiếu của đỉnh là điểm A, dựng $AH \perp BC$.

Vì $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$ Kết luận góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SHA}$

Ví dụ 1 (Mã 101-2022). Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2$, $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$ (tham khảo hình bên).

Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

(A) $30°$. (B) $45°$. (C) $90°$. (D) $60°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Mã 102 - 2022). Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2$, $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$ (tham khảo hình bên dưới).

Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

(A) $90°$. (B) $60°$. (C) $30°$. (D) $45°$.

Ví dụ 3 (Chuyên *KHTN* - 2021). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\dfrac{3a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

(A) $30°$. (B) $60°$. (C) $45°$. (D) $90°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4 (Chuyên Quốc Học Huế - 2021). Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có O, O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng

(A) $\widehat{A'AD}$. (B) $\widehat{A'OC}$. (C) $\widehat{A'OA}$. (D) $\widehat{OA'A}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5 (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $\sqrt{5}a$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng

(A) $60°$. (B) $30°$. (C) $70°$. (D) $45°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6 (Chuyên Quốc Học Huế - 2021). Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có O, O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng

(A) $\widehat{A'OA}$. (B) $\widehat{OA'A}$. (C) $\widehat{A'DA}$. (D) $\widehat{A'OC}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7 (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - 2021). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC = a$, các cạnh bên $SA = SB = SC = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt phẳng đáy (ABC).

(A) $\dfrac{\pi}{6}$. (B) $\dfrac{\pi}{4}$. (C) $\arctan\sqrt{2}$. (D) $\arctan 2$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8 (Sở Cần Thơ - 2021). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}a$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$. Giá trị $\tan\varphi$ là

(A) $\sqrt{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9 (Sở Cần Thơ - 2021). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là

(A) $\widehat{SDC}$. (B) $\widehat{SCD}$. (C) $\widehat{DSA}$. (D) $\widehat{SDA}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10 (Sở Sơn La - 2021). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ vuông góc với mặt đáy (ABC). Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Khi đó $\sin\varphi$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$. (D) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11 (Đề Tham Khảo 2018). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B'$, $A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

(A) $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. (B) $\dfrac{18\sqrt{13}}{65}$. (C) $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$. (D) $\dfrac{\sqrt{13}}{65}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 12 (Mã 101 2018). Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

(A) $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$. (B) $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. (C) $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$. (D) $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13 (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2020). Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC đều cạnh bằng a (minh họa như hình dưới). Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

(A) $90°$. (B) $30°$. (C) $45°$. (D) $60°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14 (Sở Bắc Giang -2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = SA = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

(A) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. (D) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 15 (THPT Nguyễn Khuyến 2019). Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = SB = a$, $SO = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Tìm số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD)

(A) $30°$. (B) $45°$. (C) $60°$. (D) $90°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1 (Sở Quảng Ninh 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa (SAC) và (SBC) bằng.

(A) $30°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $45°$.

Câu 2 (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt $ABCD$ là hình vuông, $AA' = \dfrac{AB\sqrt{6}}{2}$. Xác định góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$.

(A) $30°$. (B) $45°$. (C) $60°$. (D) $90°$.

Câu 3 (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, với $AB = AC = a$ và góc $\widehat{BAC} = 120°$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Cosin của góc tạo bởi hai mặt

phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{11}}{11}$. (B) $\frac{\sqrt{33}}{11}$. (C) $\frac{\sqrt{10}}{10}$. (D) $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 4 (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - 2018).

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân đỉnh A và $BC = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (MNA) và (ABC) bằng

(A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{6}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5 (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2018).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và góc A bằng $60°$, cạnh SC vuông góc với đáy và $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Giá trị lượng giác cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (SCD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{\sqrt{30}}{6}$.

Câu 6 (Chuyên Ngoại Ngữ - Hà Nội - 2018).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $BD = a$. Cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD).

(A) $60°$. (B) $120°$. (C) $45°$. (D) $90°$.

Câu 7 (Chuyên Thái Bình 2018). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A, C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng

(A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$. (D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 8 (Chuyên Thái Bình 2018). Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120°$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $60°$. (B) $30°$. (C) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{4}$. (D) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9 (Chuyên Đh Vinh - 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

(A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10 (Sở Thanh Hóa 2018). Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$, $(ACD) \perp (BCD)$. Tìm giá trị của x để $(ABC) \perp (ABD)$?

(A) $x = a$. (B) $x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. (C) $x = a\sqrt{2}$. (D) $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11 (Chuyên Vinh - 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

Ⓐ $\dfrac{2\sqrt{39}}{39}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. Ⓒ $\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.

Câu 12 (Chuyên Thái Bình 2018). Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Số đo của góc giữa $(BA'C)$ và $(DA'C)$:

Ⓐ $90°$. Ⓑ $60°$. Ⓒ $30°$. Ⓓ $45°$.

Câu 13 (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng - 2018).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = 2a$, (P). Gọi I là trung điểm cạnh AD, biết hai mặt phẳng (SBI), $-\dfrac{1}{9}$ cùng vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC), $(ABCD)$.

Ⓐ $30°$. Ⓑ $36°$. Ⓒ $45°$. Ⓓ $60°$.

Câu 14 (Chuyên Vĩnh Phúc - 2020).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AA' = AB = AC = 1$ và $\widehat{BAC} = 120°$. Gọi I là trung điểm cạnh CC'. Côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{370}}{20}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{70}}{10}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{30}}{20}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 15 (Sở Ninh Bình 2020). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, độ dài cạnh $AC = 2a$, các tam giác ΔSAB, ΔSCB lần lượt vuông tại A và C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng a. Giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng

Ⓐ $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $\dfrac{1}{3}$. Ⓒ $\dfrac{2}{3}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 16 (Sở Bắc Ninh - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 120°$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $60°$, khi đó

Ⓐ $SA = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. Ⓑ $SA = a\sqrt{6}$. Ⓒ $SA = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Ⓓ $SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17 (Sở Bình Phước - 2020). Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh A. Biết $BC = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC} = 30^o$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi M là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CC'}$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$, khi đó $\sin\alpha$ có giá trị bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{66}}{22}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{481}}{22}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{3}}{22}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{418}}{22}$.

Câu 18 (Tiên Du - Bắc Ninh - 2020).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = \dfrac{a}{2}$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

Câu 19 (Kim Thành - Hải Dương - 2020).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy và góc giữa SB và mặt đáy bằng $60°$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Giá trị $\cos\alpha$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. (B) $\dfrac{2}{5}$. (C) $\dfrac{1}{\sqrt{7}}$. (D) $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$.

Câu 20 (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 3).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Tính $\sin\varphi$ với φ là góc hợp bởi (AMN) và (SBD).

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Câu 21 (Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - Lần 2 - 2020).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với và góc $\widehat{BAC} = 120°$ và cạnh bên $BB' = a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{10}$. (B) $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$. (C) $\dfrac{\sqrt{30}}{30}$. (D) $\dfrac{\sqrt{10}}{30}$.

Câu 22 (Chuyên Sư Phạm Hà Nội - 2020).

Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC') bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (C) 0. (D) $\dfrac{1}{2}$.

§2. KHOẢNG CÁCH

A. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 2.25. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

1 Bài toán 1: Tính khoảng cách từ hình chiếu vuông góc của đỉnh đến một mặt bên

Phương pháp xác định khoảng cách từ hình chiếu của đỉnh đến một mặt phẳng bên.

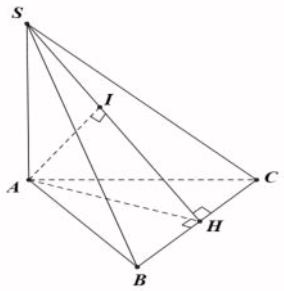
- Bước 1: Xác định giao tuyến d.

• Bước 2: Từ hình chiếu vuông góc của đỉnh, DỰNG $AH \perp d(\ H \in d)$.

• Bước 3: Dựng $AI \perp SH\,(I \in SH)$. Khoảng cách cần tìm là AI.

Với S là đỉnh, A là hình chiếu vuông góc của đỉnh trên mặt đáy.

Ví dụ điển hình: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC). Hãy xác khoảng cách từ điểm A đến mặt bên (SBC).



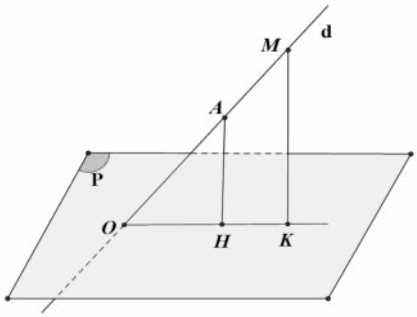
Ta có BC là giao tuyến của mp (SBC) và(ABC).

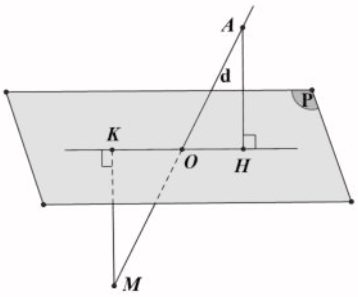
Từ hình chiếu của đỉnh là điểm A, dựng $AH \perp BC$tại H. Dựng $AI \perp SH$tại I.

Vì $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow (SBC) \perp (SAH)$.

Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (SAH) theo giao tuyến SH có $AI \perp SH$ nên $AI \perp (SBC) \Rightarrow d\,(A,\,(SBC)) = AI$.

2 Bài toán 2: Tính khoảng cách từ một đểm bất kỳ đến một mặt phẳng





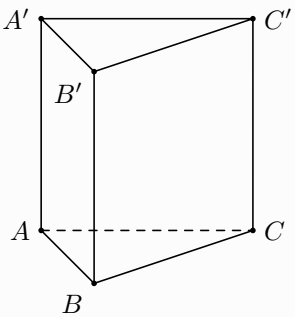
Ta thường sử dụng công thức sau:

$$\text{Công thức tính tỉ lệ khoảng cách: } \frac{d\,(M, mp\,(P))}{d\,(A, mp\,(P))} = \frac{MO}{AO}.$$

Ở công thức trên cần tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P).

Ví dụ 1 (Đề minh họa 2022).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng



(A) $2\sqrt{2}$. (B) 2. (C) $4\sqrt{2}$. (D) 4.

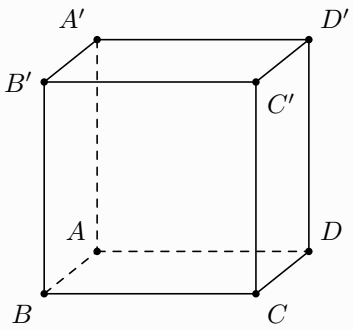
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Mã 104-2022).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng



(A) 3. (B) $3\sqrt{2}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. (D) $\dfrac{3}{2}$.

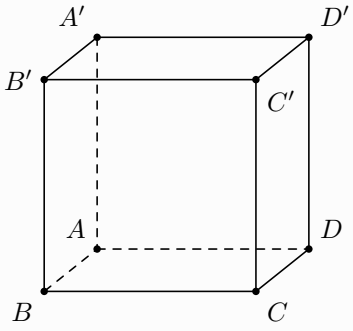
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (Mã 103 - 2022).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng



(A) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. (B) $\dfrac{3}{2}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) 3.

. . . . . .

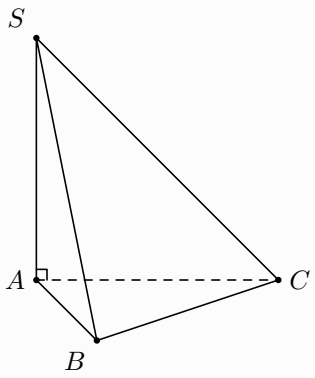
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4 (Mã 101 - 2021 Lần 1).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, AB = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

(A) $\sqrt{2}a$. (B) $2a$. (C) a. (D) $2\sqrt{2}a$.



. . . . . .

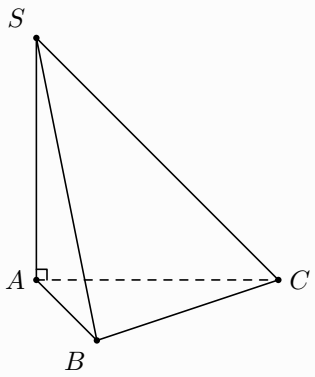
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5 (Mã 103 - 2021 - Lần 1).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

(A) $\frac{1}{2}a$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. (D) a.



. . . . . .

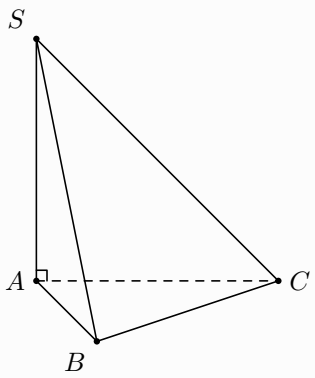
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6 (Mã 102 - 2021 Lần 1).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

(A) $\frac{3}{2}a$. (B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. (C) $3a$. (D) $3\sqrt{2}a$.



. . . . . .

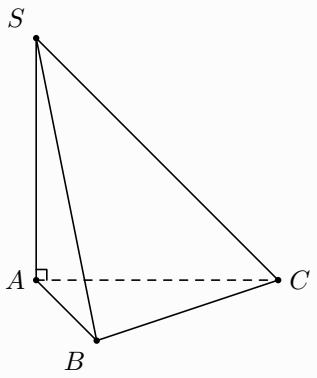
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7 (Mã 104 - 2021 Lần 1).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

(A) $4a$. (B) $4\sqrt{2}a$. (C) $2\sqrt{2}a$. (D) $2a$.



. . . . . .

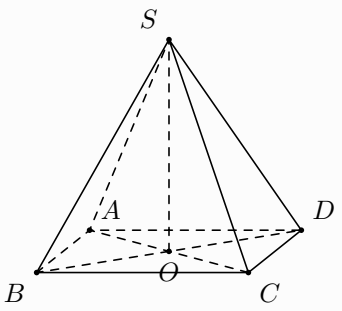
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8 (Đề Minh Họa 2021).

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3(tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ Sđến mặt phẳng $ABCD$ bằng:

(A) $\sqrt{7}$.. (B) 1. (C) 7. (D) $\sqrt{11}$.



. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9 (Sở Lào Cai - 2021). Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = 2a$, $OC = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $a\sqrt{2}$. (B) a. (C) $\dfrac{a}{2}$. (D) $\dfrac{3a}{4}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10 (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a, AC = a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{2}$. Khoảng cách S từ đến mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. (C) $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. (D) $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 11 (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021). Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M là trung điểm của SA. Biết thể tích của khối chóp đó bằng $\dfrac{a^3}{2}$, khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $a\sqrt{3}$. (B) $3a$. (C) $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. (D) $2a\sqrt{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1 (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021).

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (B) $\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$. (C) $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 2 (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. (B) $a\sqrt{3}$. (C) $\dfrac{a}{2}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3 (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $a\sqrt{3}$, I là trung điểm CD' (tham khảo hình vẽ). khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

(A) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{a}{4}$. (C) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. (D) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 4 (Chuyên Tuyên Quang - 2021).

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 2022. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

(A) $1011\sqrt{3}$. (B) $2022\sqrt{3}$. (C) $2022\sqrt{2}$. (D) $1011\sqrt{2}$.

Câu 5 (Cụm Ninh Bình – 2021). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính theo a khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

(A) $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$.. (B) $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.. (D) $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. .

Câu 6 (Chuyên ĐHSP - 2021). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a$, $AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD. Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\frac{a}{3}$. (B) $\frac{2a}{9}$. (C) $\frac{a}{6}$. (D) $\frac{2a}{3}$.

Câu 7 (Sở Hòa Bình - 2021). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

(A) $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. (B) $a\sqrt{5}$. (C) $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 8 (Sở Nam Định - 2021). Cho hình chóp $S.ABC$có đáy là tam giác đều có cạnh bằng 3, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ dưới đây). Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC)bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. (C) 3. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 9 (Chuyên Vinh - 2021). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$, các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm của SC. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(ABCD)$:

(A) $2a$. (B) $a\sqrt{2}$. (C) $a\sqrt{3}$. (D) a. .

Câu 10 (Mã 102 - 2020 Lần 1). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi Mlà trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

(A) $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. (C) $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$. (D) $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 11 (Mã 103 - 2020 Lần 1). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A = 2a$. Gọi M là trung điểm của $A'A$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. (B) $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. (D) $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 12 (Mã 104 - 2020 Lần 1). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ).

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

(A) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. (C) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (D) $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 13 (Mã 101 - 2020 Lần 1). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. (B) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. (D) $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.

Câu 14 (Mã 101 2018). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. (B) $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. (C) $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 15 (Mã 102 2018). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{a}{2}$. (D) a .

Câu 16 (Mã 103 - 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC)bằng

(A) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. (C) $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. (D) $\frac{a\sqrt{21}}{28}$.

Câu 17 (Mã 101 -2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a,mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. (B) $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. (C) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

Câu 18 (Đề Tham Khảo 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60^o$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách tứ B đến (SCD) bằng?

(A) $\frac{\sqrt{21}a}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{15}a}{3}$. (C) $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. (D) $\frac{\sqrt{15}a}{7}$.

Câu 19 (Mã 102 - 2019). Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.. (B) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.. (C) $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.. (D) $\frac{\sqrt{21}a}{28}$. .

Câu 20 (Mã 103 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}a}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. (C) $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 21 (Chuyên Vĩnh Phúc 2019). Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD).

(A) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. (B) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. (C) $\frac{3a}{2}$. (D) $2a$.

Câu 22 (Chuyên Bắc Giang 2019). Cho hình chóp $SABC$D có $SA\perp(ABC$D), đáy ABCDlà hình chữ nhật. Biết $AD = 2$a,$SA = a$. Khoảng cách từ A đến $(SC$D) bằng:

(A) $\frac{3\text{a}}{\sqrt{7}}$. (B) $\frac{3\text{a}\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{2\text{a}}{\sqrt{5}}$. (D) $\frac{2\text{a}\sqrt{3}}{3}$.

Câu 23 (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019).

Cho hình chop $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

(A) $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. (B) $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. (C) $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$. (D) $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$.

Câu 24. (Hùng Vương Bình Phước 2019] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a.

(A) $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$. (B) $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. (C) $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. (D) $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 25 (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019).

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm cạnhSC. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{10}}{10}$. (C) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (D) $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 26 (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$; SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. (B) $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. (D) $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Câu 27 (Chuyên Sơn La 2019). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

(A) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a}{7}$. (C) $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. (D) $\frac{\sqrt{15}a}{5}$.

Câu 28 (THPT Lê Văn Thịnh Bắc Ninh 2019).

Cho hình chóp đều $S.ABCD$, cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy là $60°$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

(A) $\frac{a}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{a}{2}$.

Câu 29 (Chuyên Vĩnh Phúc 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD = 2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ với $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).

(A) $a\sqrt{2}$. (B) $a\sqrt{3}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30 (THPT Minh Châu Hưng Yên 2019).

Cho khối chóp $S.ABCD$có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại Avà B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD và $SH = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách d từ Bđến mặt phẳng (SCD).

(A) $d = \dfrac{\sqrt{6}a}{8}$. (B) $d = a$. (C) $d = \dfrac{\sqrt{6}a}{4}$. (D) $d = \dfrac{\sqrt{15}a}{5}$.

Câu 31 (Chuyên Quang Trung Bình Phước 2019).

Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau $OA = OB = OC = \sqrt{3}$. Khoảng cách từ O đến $mp(ABC)$ là

(A) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. (B) 1. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Câu 32 (THPT Cẩm Giàng 2 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SC = 2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) là

(A) $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. (C) $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. (D) $\dfrac{5a\sqrt{30}}{3}$.

Câu 33 (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - 2020).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và $D; AB = AD = 2a; DC = a$. Điểm I là trung điểm đoạnAD, hai mặt phẳng (SIB) và (SIC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60°. Tính khoảng cách từ D đến (SBC) theo a.

(A) $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. (B) $\dfrac{9a\sqrt{15}}{10}$. (C) $\dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$. (D) $\dfrac{9a\sqrt{15}}{20}$.

Câu 34 (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An -2020).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AC = a, I$ là trung điểm SC. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm H của BC. Mặt phẳng (SAB) tạo với (ABC) một góc 60°. Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SAB).

(A) $\dfrac{\sqrt{3}a}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}a}{5}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}a}{4}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}a}{3}$.

Câu 35 (Chuyên Hưng Yên - 2020).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân, $BA = BC = a$ và $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi D là điểm đối xứng với B qua AC. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

(A) $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.. (C) $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.. (D) $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. .

Câu 36 (Chuyên Lam Sơn - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Tam giác ABClà tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$trùng với trọng tâm tam giác ABC. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) theo a.

(A) $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. (B) $a\sqrt{3}$. (C) a. (D) $\frac{2a\sqrt{21}}{3}$.

Câu 37 (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2020).

Cho hình chóp$S.ABCD$có đáy là hình vuông,$AB = a$,SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$(minh họa như hình vẽ bên dưới). Gọi M là trung điểm của CD, khoảng cách giữa điểm M và mặt phẳng(SBD) bằng

(A) $\frac{2a}{3}$. (B) $\frac{a}{\sqrt{2}}$. (C) $\frac{a}{2}$. (D) $\frac{a}{3}$.

Câu 38 (Chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm - Quảng Nam - 2020).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a và có góc $\widehat{BAD} = 60^0$. Đường thẳng SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{3a}{4}$. (B) $\frac{a}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. (D) $\frac{3a}{8}$.

Câu 39 (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - 2020).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{6}$,$ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD = 2a$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) bằng

(A) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. (B) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (D) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 40 (Chuyên Lào Cai - 2020). Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh 2a và $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^0$. Biết góc giữa đường thẳng SA và mặt đáy bằng 450. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC).

(A) $\frac{\sqrt{15}}{5}a$. (B) $\frac{2\sqrt{15}}{5}a$. (C) $\frac{2\sqrt{15}}{3}a$. (D) $\frac{2\sqrt{51}}{5}a$.

Câu 41 (Chuyên Vĩnh Phúc - 2020).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC); góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳngABC bằng $60°$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Khoảng cách từ B đến (SMC) bằng

(A) $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. (B) $a\sqrt{3}$. (C) a. (D) $\frac{a}{2}$.

Câu 42 (Sở Phú Thọ - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, cạnh $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm

của đoạn OA. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

(A) $\dfrac{9\sqrt{22}a}{44}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{22}a}{11}$. (C) $\dfrac{\sqrt{22}a}{11}$. (D) $\dfrac{3\sqrt{22}a}{44}$.

Câu 43 (Sở Ninh Bình). Cho hình chóp $S.ABC$có $SA = a$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC)bằng

(A) $\dfrac{a\sqrt{42}}{7}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{42}}{14}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{42}}{12}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{42}}{6}$.

Câu 44 (Hậu Lộc 2 - Thanh Hóa - 2020).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD = 2AB = 2BC = 2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SB. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) bằng

(A) $a\sqrt{3}$. (B) $\dfrac{3a\sqrt{30}}{20}$. (C) $\dfrac{3a\sqrt{30}}{10}$. (D) $\dfrac{3a\sqrt{30}}{40}$.

Câu 45 (THPT Nguyễn Viết Xuân - 2020).

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với O. Biết tam giác $AA'C$ vuông cân tại A'. Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng $(ABB'A')$.

(A) $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. (B) $h = \dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. (C) $h = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. (D) $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 46 (Yên Lạc 2 - Vĩnh Phúc - 2020).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Tính khoảng cách d từ điểm S đến mặt phẳng (AMN).

(A) $d = 2a$. (B) $d = \dfrac{3a}{2}$. (C) $d = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. (D) $d = a\sqrt{5}$.

Câu 47 (Kim Thành - Hải Dương - 2020).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a$, $AC = 3a$,$SA = 4a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $d = \dfrac{2a}{\sqrt{11}}$. (B) $d = \dfrac{6a\sqrt{29}}{29}$. (C) $d = \dfrac{12a\sqrt{61}}{61}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{43}}{12}$.

Câu 48 (Trường VINSCHOOL - 2020).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh $AB = 2AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. (C) $\dfrac{a}{2}$. (D) $2a$.

Câu 49 (Thanh Chương 1 - Nghệ An - 2020).

Cho hình chóp $SABC$, có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 4a$, $AC = 3a$. Biết $SA = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = 30^\circ$ và $(SAB) \perp (ABC)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\dfrac{3\sqrt{7}a}{14}$. (B) $\dfrac{8\sqrt{7}a}{3}$. (C) $\dfrac{6\sqrt{7}a}{7}$. (D) $\dfrac{3\sqrt{7}a}{2}$.

Câu 50 (Tiên Lãng - Hải Phòng - 2020).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh CC' thì $\widehat{BMA'} = 90^0$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BMA').

(A) $\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{5}}{7}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

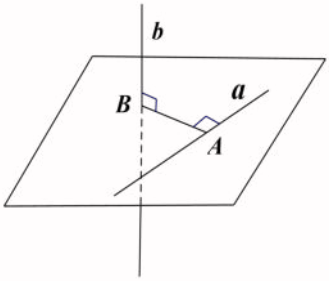
Dạng 2.26. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Ta có các trường hợp sau đây:

❶ Giả sử a và b là hai đường thẳng chéo nhau và $a \perp b$.

✓ Ta dựng mặt phẳng (α) chứa a và vuông góc với b tại B.

✓ Trong (α) dựng $BA \perp a$ tại A, ta được độ dài đoạn AB là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b.



❷ Giả sử s và b là hai đường thẳng chéo nhau nhưng không vuông góc với nhau.

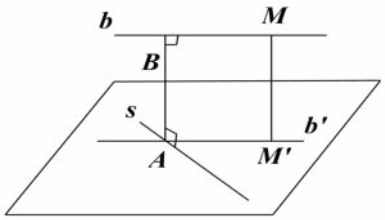
■ Cách 1:

☛ Ta dựng mặt phẳng (α) chứa đường thẳng s và song song với b.

☛ Lấy một điểm M tùy ý trên b dựng $MM' \perp (\alpha)$ tại M'.

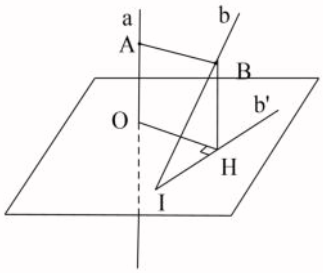
☛ Từ M' dựng $b' // b$ cắt a tại A.

☛ Từ A dựng $AB // MM'$ cắt b tại B, độ dài đoạn AB là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b.



■ Cách 2:

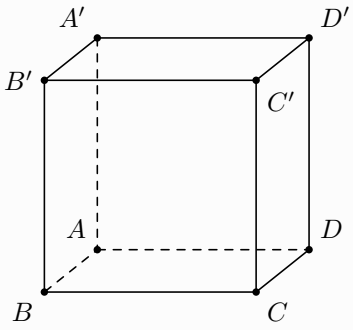
- ☛ Ta dựng mặt phẳng $(\alpha) \perp a$ tại O, (α) cắt b tại I.
- ☛ Dựng hình chiếu vuông góc của b là b' trên (α).
- ☛ Trong mặt phẳng (α), vẽ $OH \perp b'$, $H \in b'$.
- ☛ Từ H dựng đường thẳng song song với a cắt b tại B.
- ☛ Từ B dựng đường thẳng song song với OH cắt a tại A.
- ☛ Độ dài đoạn thẳng AB là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b



Ví dụ 1 (Mã 101-2022).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

(A) a. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $2a$. (D) $3a$.



. . . . . .

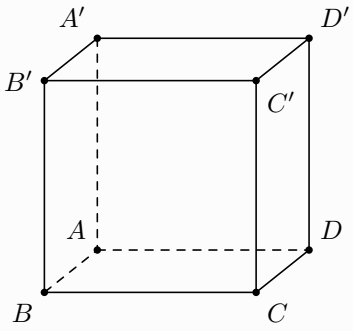
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (Mã 102 - 2022).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

(A) $2a$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $3a$. (D) a.



. . . . . .

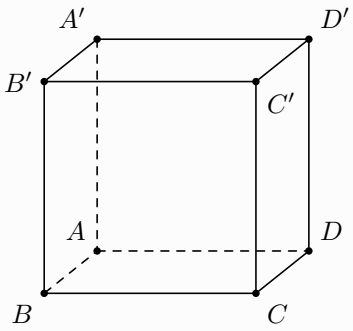
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3 (Đề Tham Khảo 2018).

Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên).Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $\sqrt{3}a$. (D) a.



. . . . . .

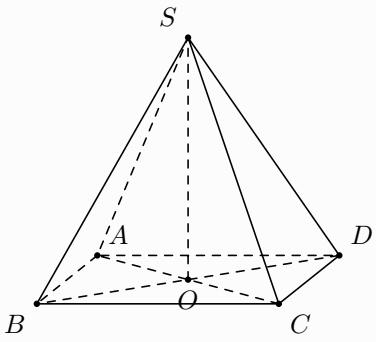
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4 (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng:

(A) $\dfrac{2a\sqrt{3}}{15}$. (B) $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$.



. . . . . .

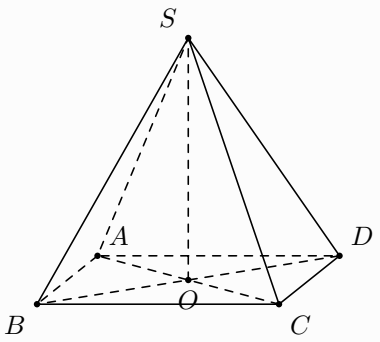
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5 (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021).

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, O là tâm của mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và CD bằng

(A) $\dfrac{a}{2}$. (B) a. (C) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\sqrt{2}a$.



. . . . . .

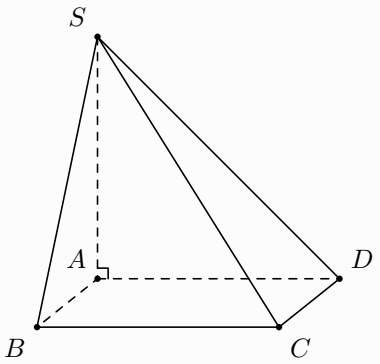
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6 (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng

(A) $a\sqrt{2}$. (B) $2a$. (C) a. (D) $a\sqrt{3}$.



. . . . . .

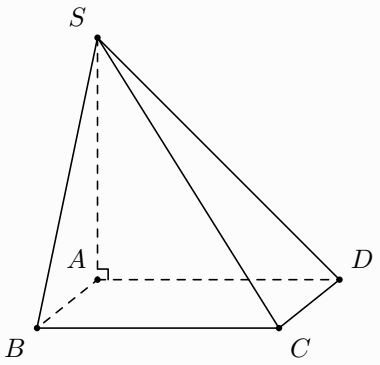
. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7 (Chuyên Long An - 2021).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$ và $AD = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SD và BC.

(A) $a\sqrt{3}$. (B) $\dfrac{3a}{4}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. (D) $\dfrac{2a}{3}$.



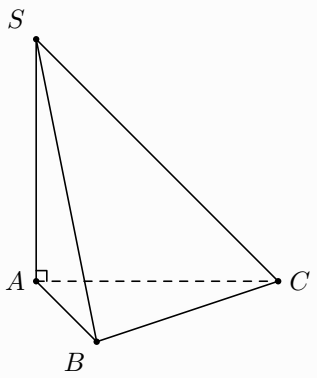
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 8 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 2a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (hình minh họa). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng



(A) $\dfrac{2a}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. (D) $\dfrac{a}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 9 (Đề Minh Họa 2020 Lần 1). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

(A) $\dfrac{3a}{4}$. (B) $\dfrac{3a}{2}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{13}a}{13}$. (D) $\dfrac{6\sqrt{13}a}{13}$.

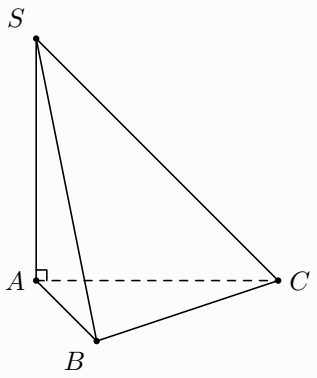
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 10 (Mã 101 – 2020 Lần 2).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



(A) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{39}}{13}$. (C) $\dfrac{a}{2}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1 (Mã 101 - 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là ình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. (B) $\frac{2a}{3}$. (C) $\frac{a}{2}$. (D) $\frac{a}{3}$.

Câu 2 (Mã 103 2018). Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, và $OA = OB = a$, $OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

(A) $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. (B) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (C) $\frac{2a}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

Câu 3 (THPT Việt Đức Hà Nội 2019).

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a\sqrt{3}$. Biết BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30^o và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB' và$A'C'$. Khoảng cách giữa MN và AC' là:

(A) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. (C) $\frac{a\sqrt{5}}{4}$. (D) $\frac{a}{3}$.

Câu 4 (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019).

Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA = SB = SC$, đáy là tam giác đều cạnh a. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng:

(A) $\frac{4a}{7}$. (B) $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. (C) $\frac{6a}{7}$. (D) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 5 (Mã 102 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD, SC bằng

(A) $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$. (B) $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$. (C) $\frac{a\sqrt{30}}{12}$. (D) $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 6 (Mã 104 2018). Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau,$OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. (B) a. (C) $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. (D) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 7 (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SD và BC.

(A) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (B) $a\sqrt{3}$. (C) $\frac{2a}{3}$. (D) $\frac{3a}{4}$.

Câu 8 (Chuyên Vĩnh Phúc Năm 2019).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $AC = a$. Tam giác SAB cân tại Svà nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC, biết góc giữa đường thẳng SD và mặt đáy bằng $60°$.

(A) $\frac{a\sqrt{906}}{29}$. (B) $\frac{a\sqrt{609}}{29}$. (C) $\frac{a\sqrt{609}}{19}$. (D) $\frac{a\sqrt{600}}{29}$.

Câu 9 (THPT Lê Quy Đôn Điện Biên 2019).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 4, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là $45°$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

(A) $d = \frac{4\sqrt{210}}{45}$. (B) $d = \frac{\sqrt{210}}{5}$. (C) $d = \frac{4\sqrt{210}}{15}$. (D) $d = \frac{2\sqrt{210}}{15}$.

Câu 10 (Sở Ninh Bình 2019). Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, $\widehat{C} = 60°$, $AC = 2$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách d giữa SM và BC là

(A) $d = \frac{\sqrt{21}}{7}$. (B) $d = \frac{2\sqrt{21}}{7}$. (C) $d = \frac{\sqrt{21}}{3}$. (D) $d = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

Câu 11 (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019).

Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích bằng $\frac{a^2b}{3}$ với $AB = a$. Gọi Glà trọng tâm của tam giác SCD, trên các cạnh AB, SD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho EFsong song BG. Khoảng cách giữa hai đường thẳng DG và EF bằng

(A) $\frac{2ab}{3\sqrt{2b^2+a^2}}$. (B) $\frac{ab}{\sqrt{2b^2+a^2}}$. (C) $\frac{a^2b}{3\sqrt{2b^2+a^2}}$. (D) $\frac{ab}{3\sqrt{2b^2+a^2}}$.

Câu 12 (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{3}$, mặt bên SAB là tam giác cân với $\widehat{ASB} = 120°$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SC và N là trung điểm của MC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, BN.

(A) $\frac{2\sqrt{327}a}{79}$. (B) $\frac{\sqrt{237}a}{79}$. (C) $\frac{2\sqrt{237}a}{79}$. (D) $\frac{5\sqrt{237}a}{316}$.

Câu 13 (Chuyên Bắc Ninh 2019). Cho tứ diện đều$ABCD$ có cạnh bằng 3cm. Gọi M là trung điểm của CD. Khoảng cách giữa AC và BM là:

(A) $\frac{2\sqrt{11}}{11}cm$. (B) $\frac{3\sqrt{22}}{11}cm$. (C) $\frac{3\sqrt{2}}{11}cm$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{11}cm$.

Câu 14 (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019).

Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD vuông góc với nhau đôi một và $AD = 2AC = 3AB = a$. Gọi Δ là đường thẳng chứa trong mặt (BCD) sao cho khoảng cách từ điểm A đến Δ là nhỏ nhất và khoảng cách lớn nhất giữa hai đường thẳng Δ và AD là d. Khẳng định nào sau đây là đúng?.

(A) $d = a\frac{\sqrt{14}}{14}$.. (B) $3a < d < 4a$.. (C) $\frac{3a}{14} < d < \frac{4a}{7}$.. (D) $d > 4a$.

Câu 15 (Mã 102 - 2020 Lần 2). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$, M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa AC và SM là

(A) $\frac{a}{2}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{2a\sqrt{17}}{17}$. (D) $\frac{2a}{3}$.

Câu 16 (Mã 103 - 2020 Lần 2). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi Mlà trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng ACvà SMbằng

(A) $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (C) $\frac{a}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 17 (Mã 104 - 2020 Lần 2). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

(A) $\frac{\sqrt{10}a}{5}$. (B) $\frac{a}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 18 (Chuyên KHTN - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của AD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD.

(A) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 19 (Chuyên Lương Văn Tụy - Ninh Bình - 2020).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

(A) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{a\sqrt{5}}{4}$. (D) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 20 (Chuyên Thái Bình - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$, tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa BC và SD là

(A) $\sqrt{3}a$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$. (D) $\frac{\sqrt{5}}{5}a$.

Câu 21 (Chuyên Bắc Ninh - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt đáy. M là trung điểm SD. Tính khoảng cách giữa SB và CM.

(A) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22 (Chuyên Bến Tre - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = 2a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM.

(A) $d = \frac{a}{3}$. (B) $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. (C) $d = \frac{2a}{3}$. (D) $d = \frac{a}{6}$.

Câu 23 (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2020).

Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B, $AB = AA' = 2a$,M là trung điểm BC(minh họa như hình dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

(A) $\frac{a}{2}$. (B) $\frac{2a}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. (D) $a\sqrt{3}$.

Câu 24 (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2020).

Cho tứ diện đều $ABCD$có cạnh bằng a. Gọi Mlà trung điểm của cạnh AD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM.

(A) $\frac{a\sqrt{33}}{11}$. (B) $\frac{a}{\sqrt{33}}$. (C) $\frac{a}{\sqrt{22}}$. (D) $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 25 (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2020).

Cho hình lăng trụ đều $ABC.ABC$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và A'B.

(A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Câu 26 (Đại Học Hà Tĩnh - 2020). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách d của hai đường thẳng AM và $B'C$.

(A) $d = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. (B) $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. (C) $d = \frac{a\sqrt{7}}{7}$. (D) $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27 (ĐHQG Hà Nội - 2020). Cho lăng trụ đứng $ABCABC$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và BC.

(A) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}a$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}a$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}a$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}a$.

Câu 28 (Sở Phú Thọ - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB, góc giữa mặt phẳng (SAC) và đáy bằng $45°$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD. Khoảng cách giữa hai đường AM và SC bằng

(A) a. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. (D) $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 29 (Sở Hà Tĩnh - 2020). Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AD = 2, AB = AC = 1$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC, khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và BD bằng

(A) $\frac{3}{2}$.. (B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$.. (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$.. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 30 (Sở Yên Bái - 2020). Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân tại B, biết , , là trung điểm của . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng và .

(A) $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. (B) $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. (C) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. (D) $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 31 (Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2020).

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh SA tạo với mặt phẳng đáy một góc 30°. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{15}a}{5}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{14}a}{5}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{10}a}{5}$. (D) $\dfrac{4\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 32 (Kim Liên - Hà Nội - 2020). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° (minh họa như hình dưới đây). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MN bằng

(A) $\dfrac{3a}{8}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. (C) $\dfrac{3a}{4}$. (D) $a\sqrt{6}$.

Câu 33 (Liên trường Nghệ An - 2020).

Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{ACD} = 90^0, BC = 2a, CD = a$, góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) bằng 60^0. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD.

(A) $\dfrac{a\sqrt{6}}{\sqrt{31}}$. (B) $\dfrac{2a\sqrt{6}}{\sqrt{31}}$. (C) $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$.

Câu 34 (Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020).

Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = a$, $OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}a}{3}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. (C) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\dfrac{2a}{3}$.

Câu 35 (Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2020).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a, AC = 2a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi G là trọng tâm của ΔABC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SG và BC bằng

(A) $\dfrac{2a}{7}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. (C) $\dfrac{2a\sqrt{6}}{9}$. (D) $\dfrac{4a}{7}$.

Câu 36 (Nguyễn Trãi - Thái Bình - 2020).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA = SB = SC = 11$, góc $\angle SAB = 30^\circ$, góc $\angle SBC = 60^\circ$, góc $\angle SCA = 45^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD.

(A) $2\sqrt{22}$. (B) $\sqrt{22}$. (C) $\dfrac{\sqrt{22}}{2}$. (D) $4\sqrt{11}$.

Câu 37 (Tiên Du - Bắc Ninh - 2020).

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại $B, BC = a\sqrt{3}, AB = a$. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy là điểm M thoả mãn $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng

(A) $\dfrac{a\sqrt{210}}{15}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{210}}{45}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{714}}{17}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{714}}{51}$.

Câu 38 (Hải Hậu - Nam Định - 2020).

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Biết rằng bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng $\dfrac{9a\sqrt{2}}{8}$, độ dài cạnh bên lớn hơn độ dài cạnh đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

(A) $\dfrac{2a\sqrt{17}}{17}$. (B) $\dfrac{4a\sqrt{17}}{17}$. (C) $\dfrac{4a\sqrt{34}}{17}$. (D) $\dfrac{2a\sqrt{34}}{17}$.

Câu 39 (Lương Thế Vinh - Hà Nội - 2020).

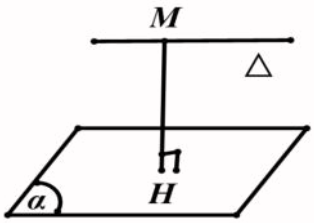
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy$ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$,$AD=3a$ (tham khảo hình vẽ). Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy; góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt đáy là 45°. Gọi H là trung điểm cạnh AB. Tính theo a khoảng cách giữa hai đoạn thẳng SD và CH.

(A) $\dfrac{3\sqrt{11}a}{11}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{14}a}{7}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{10}a}{\sqrt{109}}$. (D) $\dfrac{3\sqrt{85}a}{17}$.

Dạng 2.27. Khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng và khoảng cách giữa hai mặt phẳng

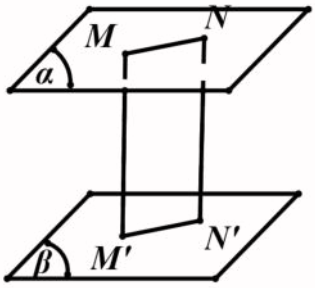
Ở dạng toán này chúng ta đều quy về dạng toán 1

❶ Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó khoảng cách từ một điểm bất kì trên Δ đến mặt phẳng (α) được gọi là khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α).



- $d(\Delta,(\alpha))=d(M,(\alpha)),M\in\Delta$.

❷ Cho hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau, khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳn kia được gọi là khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β).



- $d((\alpha),(\beta))=d(M,(\beta))=d(N,(\alpha)),M\in(\alpha),N\in(\beta)$

Ví dụ 1 (Chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm - Quảng Nam - 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB=3a$, $AD=DC=a$. Gọi I là trung điểm của AD, biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60^0. Tính theo a khoảng cách từ trung điểm cạnh SD đến mặt phẳng (SBC).

(A) $\dfrac{a\sqrt{17}}{5}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{6}}{19}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{15}}{20}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 2 (THPT Lê Xoay Vĩnh Phúc 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, SD vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$,$AD = 2a$,$SD = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB)

Ⓐ $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. Ⓑ $a\sqrt{2}$. Ⓒ $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. Ⓓ $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của SD. Tính khoảng cách d giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ACM)

Ⓐ $d = \dfrac{3a}{2}$. Ⓑ $d = a$. Ⓒ $d = \dfrac{2a}{3}$. Ⓓ $d = \dfrac{a}{3}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 4 (THPT Lương Đắc Bằng - Thanh Hóa - 2018). Cho hình chóp $O.ABC$ có đường cao $OH = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm OA và OB. Khoảng cách giữa đường thẳng MN và (ABC) bằng:

Ⓐ $\dfrac{a}{2}$. Ⓑ $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Ⓒ $\dfrac{a}{3}$. Ⓓ $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 5 (Chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2018). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD. Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (AIA') và (CJC').

(A) $d = 2a\sqrt{\dfrac{5}{2}}$. (B) $d = 2a\sqrt{5}$. (C) $d = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. (D) $d = \dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .